

La crisi della meccanica classica (in relazione alla fisica quantistica)

Si suole dire :

- a) Necessità di andare oltre una teoria ben affermata inizia quando tale teoria non spiega qualche esperimento (significativo).
- b) In questo caso, è necessario cercare una nuova teoria, che predica anche risultati già verificati della vecchia teoria.
- c) La nuova teoria predice (in genere) anche fenomeni non ancora osservati, che devono essere verificati in laboratorio o da osservazioni di fenomeni naturali (ad es Astronomiche).

Situazione alla fine del IXX sec

C'erano tre "teorie " che funzionavano:

- 1) meccanica Newtoniana (macrocosmo, gravitazione con qualche anomalia su grande scala di piccola entità)
- 2) termodinamica (teoria gas,...)
- 3) l'elettromagnetismo di Maxwell.

C'era una chiara distinzione tra le due nozioni di particella (massa) e onde (campo coordinate-tempo)

Esperimenti di diffrazione da cristalli provarono la natura ondulatoria dei raggi-X;

la natura particellare dell'elettrone da esperimento di Thomson. (<https://bachecaesperimenti.blogspot.com/2018/04/esperimento-di-thomson-scoperta-degli.html>)

Il problema della stabilità atomica

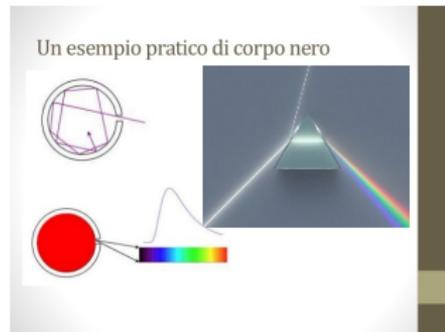
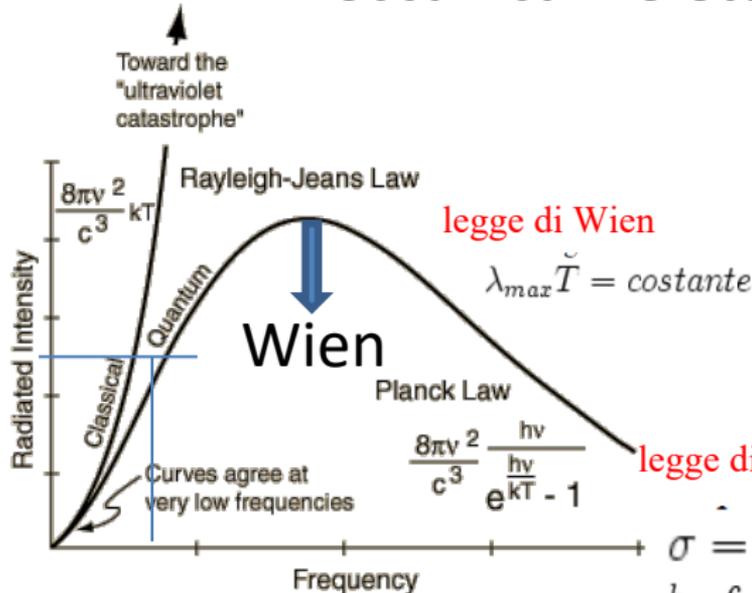
Alcuni (gravi) problemi aperti nella teoria classica (meccanica-elettromagnetica-gravitazionale) agli inizi del novecento

- 1) **Problema del corpo nero**
- 2) **Problema dell'effetto foto-elettrico**
- 3) **Problema dell'effetto Compton**
- 4) **Problema della stabilità atomica**
- 5) **Problema della indeterminazione nella misura (indeterminazione di Heisenberg)**
- 6) **Problema della costante c (rel. Speciale)**
- 7) **Problema delle anomalie del moto del perielio di mercurio (gravitazione rel. gen)**

Irraggiamento del corpo nero

- o **Corpo nero**: assorbe totalità della radiazione che riceve e la riemette
- o La **distribuzione spettrale** dell'irraggiamento elettromagnetico del corpo nero era stata misurata a fine 1800 e risultata insanabilmente **in disaccordo con le previsione teoriche della fisica classica** (catastrofe ultravioletta).

Meccanica + elettromagnetismo



legge di Stefan-Boltzmann

$$I = \sigma T^4$$

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} W/m^2 \cdot K^4$$

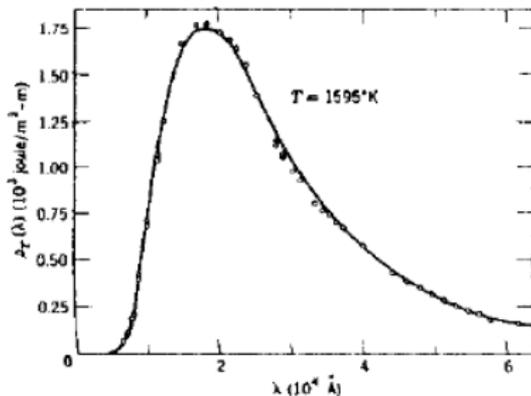
$$h = 6.626\ 0693(11) \times 10^{-34} Js$$

Planck e lo spettro del corpo nero

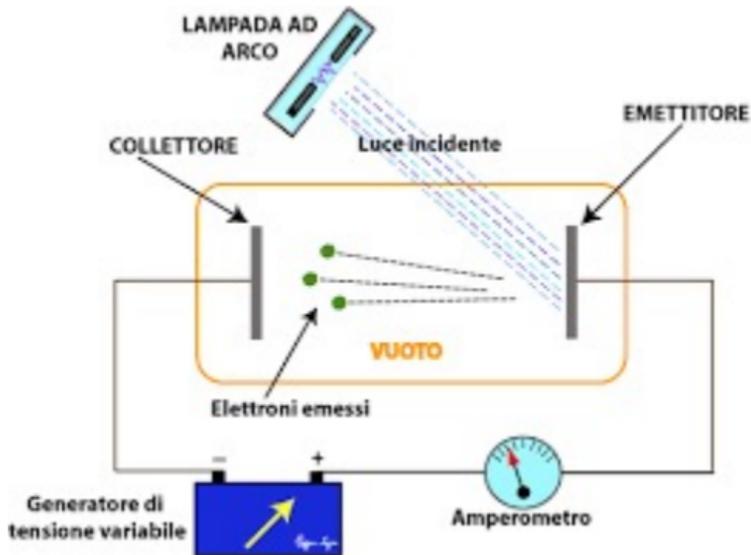
Il 14 dicembre del 1900, durante un incontro organizzato dalla Società di Fisica Tedesca, Max Planck presentò un saggio su "La teoria della distribuzione dell'energia in uno spettro normale". Questo scritto, che all'inizio non ricevette particolari attenzioni, prefigurava, in realtà, una rivoluzione nel campo della fisica, segnando la nascita della meccanica quantistica.

Modifica delle proprietà classiche di scambio di energia per continuità

Nel 1900 Planck ottiene una curva corretta emissione, assumendo che gli scambi di energia fra materia e radiazione potessero avvenire solo per quantità discrete e indivisibili (quanti): $E_v = h \nu$



Effetto fotoelettrico



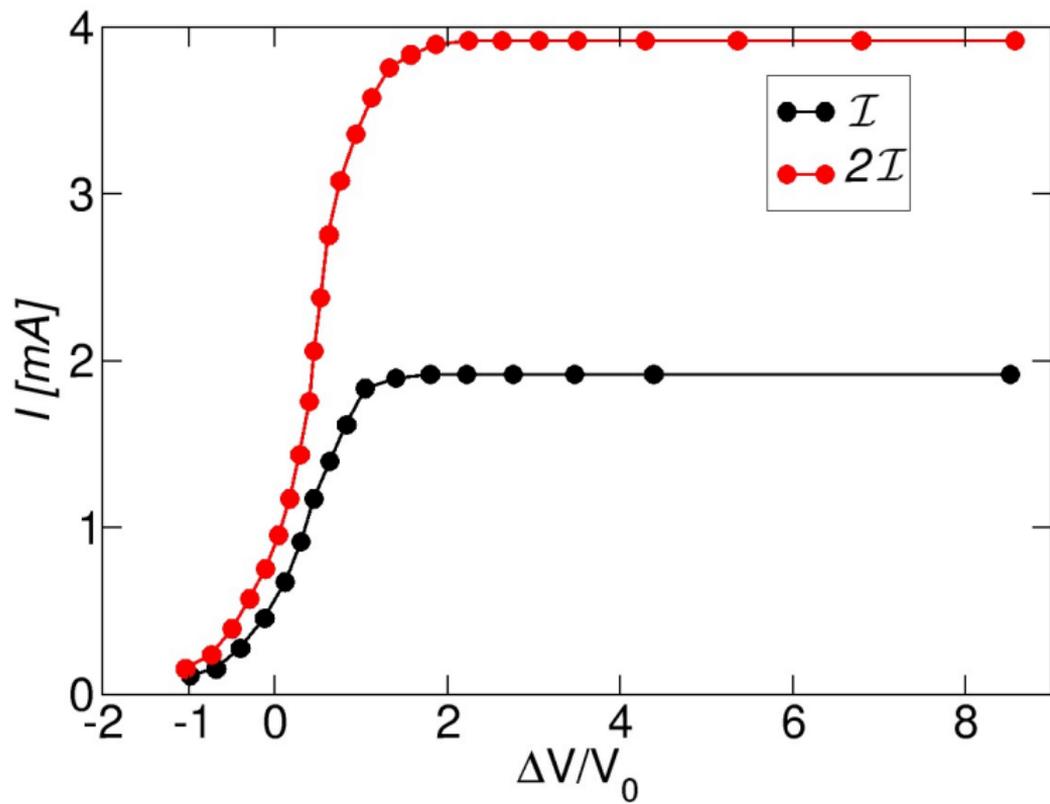
All'inizio del 1900 si sapeva:

1- Energia cinetica di e^- espulsi è indipendente da intensità della radiazione incidente.

2- Energia cinetica di e^- dipende da frequenza ν della radiazione incidente: quando $\nu < \nu(\text{soglia})$ il fenomeno non si manifesta; sopra la soglia, l'energia cinetica è $\propto \nu$.

3- L'emissione inizia dall'istante in cui la radiazione colpisce la superficie metallica (Meyer- Gerlach, 1994).

Risultati in contraddizione con eq.maxwell



Effetto fotoelettrico

Nel 1905 A. Einstein suggerisce che :

- 1) Fascio di luce monocromatico a frequenza ν è formato da **corpuscoli d'energia $h\nu$ detti fotoni**.
- 2) Interazione della luce con la materia consiste in processi di **assorbimento ed emissione di interi fotoni**: scambi di energia solo per quantità *discrete*.
- 3) Detto W lavoro necessario ad estrarre e^- dal metallo, energia cinetica dopo espulsione è

$$\frac{mv^2}{2} = h\nu - W \quad \text{dove } h \text{ è cost di Planck}$$

Spiegato

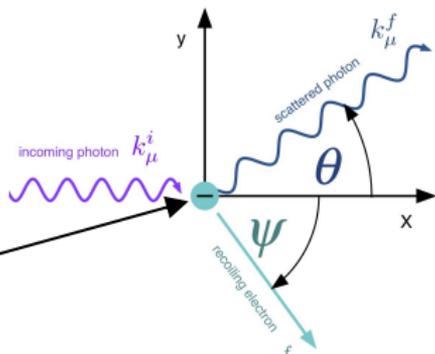
- Effetto soglia.
- Energia cinetica $\propto \nu$.

Intensità radiazione \propto numero di e^- espulsi.

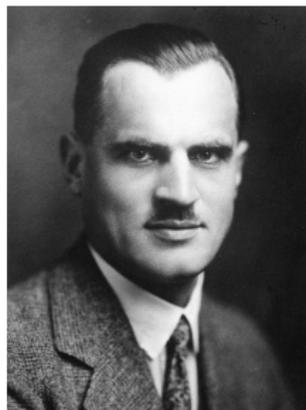
Effetto Compton

Nel 1924 Compton esegue misure su diffusione di raggi-X da e^- liberi (o debolmente legati) e rileva

$$\lambda_{\text{diffusa}} - \lambda_{\text{incidente}} = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$



Elettroni liberi



Arthur Holly Compton (Wooster, 10 settembre 1892 – Berkeley, 15 marzo 1962)

Tale formula si giustifica, in meccanica relativistica, se si assume **urto elastico fra e^- e fotone**, corpuscolo di massa nulla ed energia $h\nu$.

Stabilità atomica

Teorema di Gauss: (I, II)

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = q$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

III eq.-Legge dell'induzione di Faraday-Lenz:

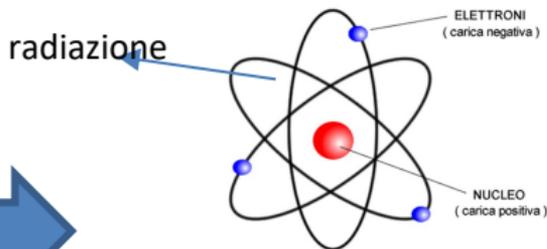
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

IV eq.-Teorema di Ampere:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$



Come può l'atomo di Rutherford essere stabile?



WWW.ANDREAMININI.COM

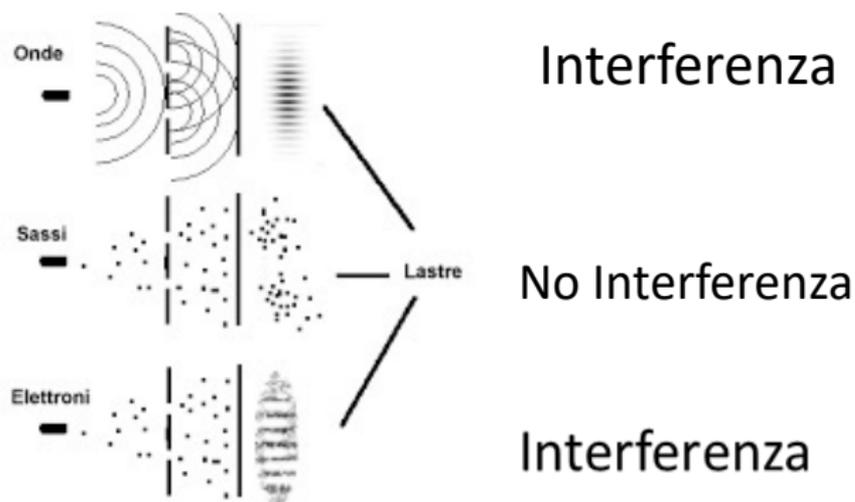
Quantizzazione di Bohr

$$m v r = n h$$

$$n=1,2,3,$$



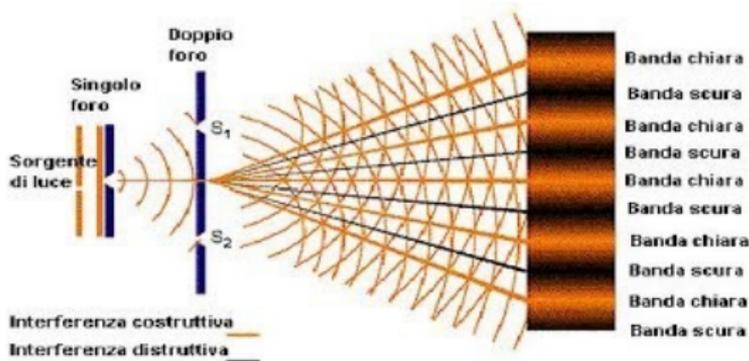
Interferenza classica-interferenza quantistica



L'esperimento viene compiuto in tre casi

- A) Sorgente emette onde sferiche classiche (per es. superficie liquido).
- B) Sorgente emette corpuscoli classici in direzioni casuali.
- C) Sorgente emette particelle quantistiche (per es. elettroni, con opportuna distanza tra le fenditure).

Fenditure di Young. A) INTERFERENZA



Ampiezza d'onda $A_1(x)$, $A_2(x)$, A_{1+2} , con relazione

$$A_{1+2}(x) = A_1(x) + A_2(x)$$

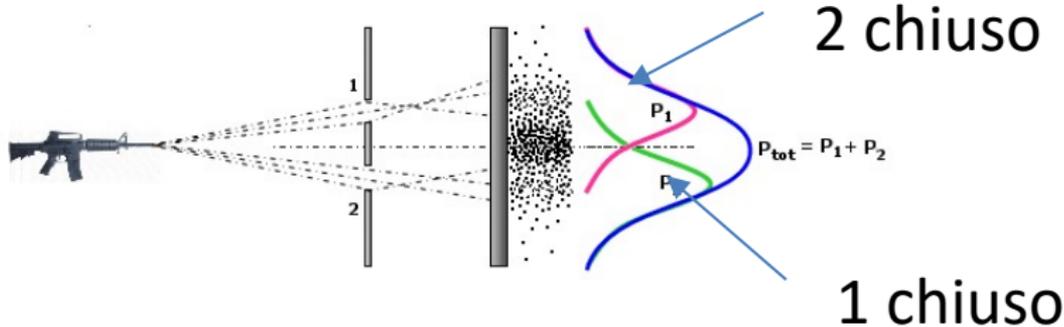
Intensità è data da modulo quadro, $I = |A|^2$ e $A = |A|e^{i\theta}$:



- .. Energia arriva in maniera continua sullo schermo.
- .. Fenomeni di interferenza.

Thomas Young
(Milverton, 13 giugno
1773 – Londra, 10
maggio 1829)

Fenditure di Young. B) No Interferenza

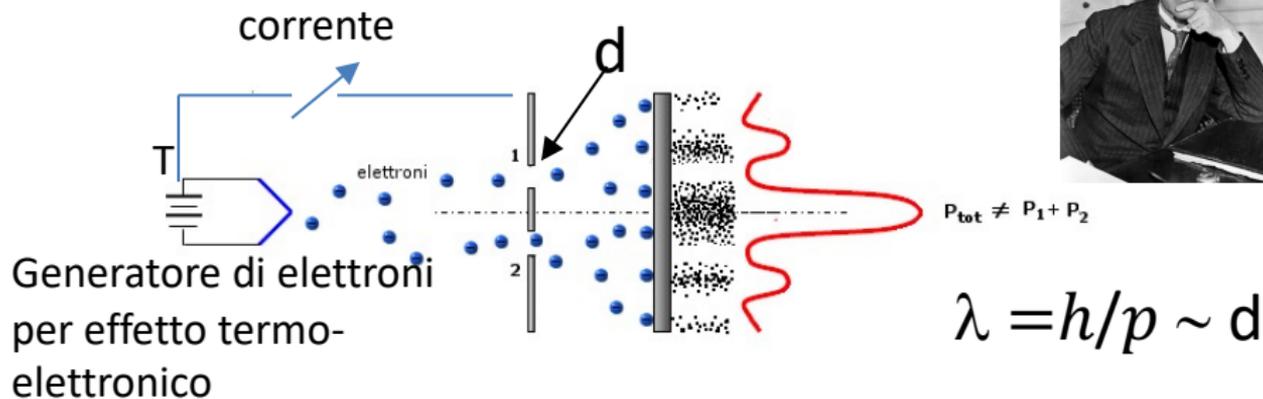


- * Corpuscoli emessi in direzioni casuali.
- * Se chiudiamo uno dei due fori, distribuzione data da $p_1(x)$ o $p_2(x)$.
- * Se entrambe fenditure aperte, distribuzione è

$$p_{tot}(x) = p_1(x) + p_2(x)$$

- .. Energia arriva sullo schermo in maniera localizzata.
- .. Non ci sono fenomeni di interferenza.

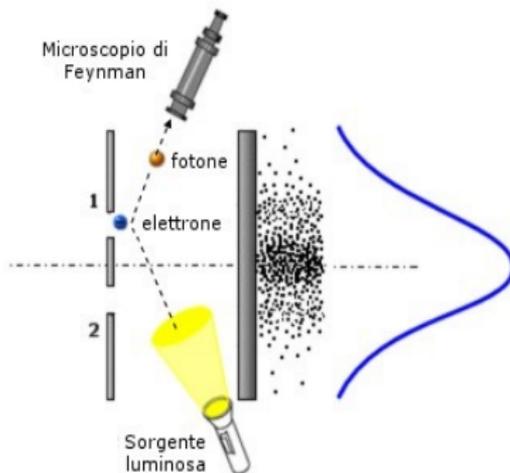
Fenditure di Young. C INTERFERENZA



**Si osservano frange di interferenza, anche se energia localizzata.
(sotto opportune condizioni sperimentali)**

- 1) Se **ostruisco entrambe fenditure**, nessun segnale sullo schermo \Rightarrow **le particelle passano necessariamente per qualche fenditura**.
- 2) Quando **apro una sola fenditura**, se la sorgente non è troppo intensa, particelle provocano **scariche singole** e danno **distribuzione statistica simile al caso B**). Si può affermare che **particelle passano per la fenditura aperta** (sorgente di elettroni vicino a fenditura).

Effetto della
localizzazione:
distruzione della
figura di interferenza



- 4a) Se quando le fenditure sono entrambe aperte **si cerca di stabilire attraverso quale passa** (sorgente di fotoni in prossimità di una fenditura), ogni **fenomeno di interferenza viene annullato**, e ritrovo distribuzione del caso B).

Fenditure di Young. Conclusioni (I)

Stessi risultati se esperimento fatto con elettroni o fotoni. Ottenuti stessi aspetti di comportamento quantistico:

- **Dualità onda-corpuscolo:** materia e radiazione presentano sia aspetti corpuscolari (localizzazione e quantizzazione degli scambi di energia e impulso) che ondulatori (interferenza nelle distribuzioni statistiche delle particelle nello spazio). Gli aspetti di corpuscolo e onda sono complementari (si manifestano in alternativa a seconda di come il sistema viene sollecitato).
- **Principio di indeterminazione di Heisenberg:** È impossibile determinare simultaneamente e con esattezza posizione e componente dell'impulso lungo stesso asse di riferimento: 'variabili dinamiche incompatibili'.

- $$\delta X \cdot \delta p \geq \hbar; \quad \delta E \cdot \delta t \geq \hbar$$

Effetti di misure sugli stati di una particella: Misura altera stato di una particella quantistica e non è possibile eliminare la perturbazione senza perdere le informazioni ottenibili dalla misura stessa.

Fenditure di Young. Conclusioni (II)

Ripetizione dell'esperimento porta sempre alla stessa distribuzione di probabilità: quindi **la probabilità è governata da una legge fisica**. Tuttavia in ogni evento **il punto in cui la particella viene rilevata è casuale**. Siamo quindi portati a concludere che ciò che caratterizza lo stato del sistema è la distribuzione dei possibili risultati della misura.

Quindi:

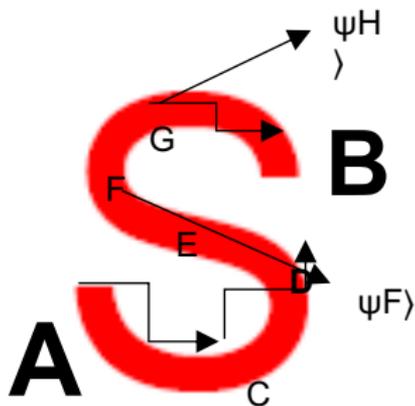
- I sistemi quantistici hanno comportamento "intrinsecamente **casuale**": non possiamo determinare a priori quale sia risultato della misura; solo la distribuzione di probabilità dei risultati è una proprietà fisica del sistema.
- I sistemi sono caratterizzati da uno **stato**, che permette di calcolare la probabilità dei risultati delle misure.
- Lo stato del sistema si comporta come un'**onda**: sistemi composti da sottosistemi (due fenditure) soddisfano principio di sovrapposizione.

Fenditure di Young. Conclusioni (III)

Torniamo sulla **misura** (sistema interagisce con un apparato di misura):

- Quando si esegue una misura del sistema, il suo stato cambia “**collassando**”; finché il collasso non avviene, le diverse alternative interferiscono, ma dopo aver eseguito misura l'interferenza scompare.
- Lo **stato del sistema** rappresenta **l'informazione che noi abbiamo su di esso**. Quando osserviamo quale evento si è realizzato, l'informazione che abbiamo sul sistema cambia: avviene il collasso.
- Nel caso delle fenditure, possiamo predire probabilità che la singola particella colpisca un dato punto x dello schermo; questa probabilità è determinata dallo stato del sistema. Quando andiamo a misurare attraverso quale fenditura passa, **cambiamo stato del sistema** e infatti otteniamo una diversa distribuzione sullo schermo.

Nella più usuale interpretazione, come data nella maggior parte dei libri di testo, ad ogni vettore $|\psi\rangle$ (*), eventualmente normalizzato (cioè: $\langle\psi|\psi\rangle = 1$), corrisponde uno stato di un sistema fisico (**S**) e a quest'ultimo viene associato un opportuno spazio di Hilbert (\mathfrak{H}). Le variabili dinamiche o, meglio, le osservabili, sono associate ad operatori (lineari) Hermitiani **A** definiti su tale spazio.



$$|\psi\rangle \in \mathfrak{H}$$

$$\mathfrak{H} \xrightarrow{O} \mathfrak{H}$$

$$O(|\psi_1\rangle) = |\psi_2\rangle$$



(Bristol, 8 agosto 1902 – Tallahassee, 20 ottobre 1984)

(*) si fa uso qui della notazione di Dirac.

P. A. M. Dirac, I principi della Meccanica Quantistica, Boringhieri (1976)

INTRODUZIONE MQ

Nelle discussioni sui fondamenti della Meccanica Quantistica si assume, che la sua struttura formale sia costituita da uno spazio di Hilbert. Tale asserzione non è rigorosamente vera, quando si assuma la usuale definizione di prodotto scalare tra vettori; Infatti, per la sua stessa definizione matematica, in uno spazio di Hilbert, ogni vettore è normalizzabile, mentre la M.Q. fa uso anche di vettori di norma infinita (come, p.es., gli stati di scattering) che richiedono l'introduzione della δ di Dirac e quindi di uno spazio piu` generale.

Euristicamente, uno spazio di Hilbert è un insieme con una struttura lineare (spazio vettoriale) su cui è definito un prodotto scalare (quindi è possibile parlare di distanze, angoli, ortogonalità) e tale che sia garantita la completezza, ovvero che qualunque successione di Cauchy ammetta come limite un elemento dello spazio stesso. Nelle applicazioni i vettori elementi di uno spazio di Hilbert sono frequentemente successioni di numeri complessi o funzioni.

Königsberg, 23 gennaio
1862 – Gottinga, 14 febbraio
1943



Il **valore di aspettazione** o **valor medio** dell'osservabile A , se il sistema si trova nello stato $|\psi\rangle$, è dato da $\langle\psi|A|\psi\rangle$ e l'osservabile, ad ogni singolo atto di misura assume un definito valore numerico a_i . dato dalla soluzione dell' equazione agli autovalori $A|i\rangle = a_i|i\rangle$.

autostati appartenenti ad autovalori distinti sono ortogonali, per cui: $\langle i|A|j\rangle = a_i \delta_{ij}$ (delta di kronecker) e si dice che l'operatore A è Hermitiano,

Si può sempre supporre che la base sia completa:

(essendo I l'operatore identità); per cui, per ogni $|\psi\rangle$, si ha: $I = \sum_i |i\rangle\langle i|$

$$|\psi\rangle = I|\psi\rangle = \sum_i |i\rangle\langle i|\psi\rangle ;$$

e, per ogni operatore A , si ha: $A = \sum_{i,j} |i\rangle\langle i|A|j\rangle\langle j|$;

e, per lo stesso operatore A di cui i vettori $|i\rangle$ sono gli autostati, si può scrivere:

$$A = \sum_i |i\rangle a_i \langle i| .$$

Si possono definire osservabili mediante :

$$g(A) = \sum_i |i\rangle g(a_i) \langle i| ,$$

funzioni di osservabili

Il prodotto scalare di due vettori $\langle \psi | \phi \rangle$, viene chiamato **ampiezza di probabilità** e il suo modulo quadro: $|\langle \psi | \phi \rangle|^2$ viene interpretato come la probabilità di trovare il sistema in uno stato ψ se il sistema era stato precedentemente preparato in uno stato ϕ (o viceversa, data la commutatività del modulo del prodotto scalare).

Si assume che un sistema isolato, in un certo stato $|\psi\rangle$, evolva nel tempo secondo l'equazione (nella rappresentazione di Schrödinger):

$$\frac{d}{dt}|\psi\rangle = -\frac{i}{\hbar}H|\psi\rangle,$$

o mediante la sua complessa coniugata:

$$\frac{d}{dt}\langle\psi| = \frac{i}{\hbar}\langle\psi|H,$$

con H l'operatore Hamiltoniano corrispondente all'osservabile **energia totale**. In questa rappresentazione, per il calcolo del valor medio di una data osservabile, si considera costante nel tempo il corrispondente operatore A mentre, invece, si suppone che vari lo stato $|\psi\rangle$.

Si può, equivalentemente, scegliere (nella rappresentazione di Heisenberg) l'equazione

$$\frac{dA}{dt} = \frac{i}{\hbar}[H, A],$$

con $[H, A] = HA - AH$ (commutatore), in questo caso si assume uno stato di riferimento invariante nel tempo e si suppone, invece, che vari l'operatore A .

In entrambi i casi, il valore di aspettazione, che è la sola quantità osservabile empiricamente, varia secondo la:

$$\frac{d}{dt}\langle\psi|A|\psi\rangle = \frac{i}{\hbar}\langle\psi|[H, A]|\psi\rangle,$$

che può essere integrata formalmente, fornendoci il valore di aspettazione al tempo t :

$$\langle\psi|e^{\frac{i}{\hbar}Ht}Ae^{-\frac{i}{\hbar}Ht}|\psi\rangle,$$

con $T = e^{-\frac{i}{\hbar}Ht}$ l'operatore di evoluzione per la ψ .

Le difficoltà dell'interpretazione usuale.

Riassumiamo quanto abbiamo detto precedentemente: secondo l'interpretazione standard, risulta che il sistema fisico viene descritto *completamente* da una funzione di stato $|\psi\rangle$, elemento di uno spazio di Hilbert \mathcal{H} , che dà informazioni solo sulle probabilità relative dei risultati delle diverse osservazioni che si possono effettuare sul sistema, già preparato in un determinato stato. La $|\psi\rangle$ viene pensata come una caratterizzazione *oggettiva* del sistema fisico; cioè si pensa che, in ogni istante, il sistema possiede una data $|\psi\rangle$, indipendentemente dal fatto che noi si abbia conoscenza o meno dello stato attuale del sistema; in altre parole, la $|\psi\rangle$ non esprime lo stato (soggettivo) della nostra conoscenza sul sistema (come, invece, viene supposto in certe interpretazioni del concetto di probabilità in meccanica statistica classica). D'altra parte la $|\psi\rangle$, in un sistema isolato, varia in modo causale in dipendenza

dell'operatore Hamiltoniano; per cui vi sono due modi fundamentalmente diversi con cui la $\psi\rangle$ può cambiare, il primo *casuale* e il secondo *causale*:

Processo 1): Il cambiamento discontinuo causato da una osservazione di una determinata osservabile con autostati $\phi_i\rangle$ ($i = 1, 2, \dots$) che porta lo stato $\psi\rangle$ in uno dei $\phi_i\rangle$ con probabilità $|\langle\psi|\phi_i\rangle|^2$ (*riduzione del pacchetto d'onda*).

Processo 2): Il cambiamento continuo, deterministicamente causato dall'operatore Hamiltoniano, fra due *misure* successive. (Secondo l'uso corrente, useremo il termine *misurare*, in modo ambiguo, sia per le *preparazioni di stato* che per le *osservazioni* effettivamente compiute sul sistema, analizzeremo questa questione in seguito).

Il precedente schema conduce immediatamente ad alcune difficoltà concettuali, non appena si consideri (analogamente a quello che spesso si fa in fisica classica) l'insieme costituito dal *sistema-oggetto* e dall'*apparato di misura (osservatore?)* come un unico *sistema fisico*. Anzi, la cosa diventa paradossale se si immagina un secondo *osservatore* che effettui le sue *osservazioni* su questo sistema composto.

Sia A il primo *osservatore* che effettui le sue misure sul *sistema-oggetto* S , sia B il secondo *osservatore* che voglia eseguire *osservazioni* sul sistema composto $A + S$:

a) Supponiamo, dapprima, che la descrizione quantistica, come sopra precisata, non si applichi per l'*osservatore* B per cui non può avere senso menzionare la funzione di stato per $A + S$; sottintendendo, con ciò, l'ipotesi che non sia necessario fornire una descrizione determinata per tutti quei sistemi fisici che includano un *apparato di misura*; ma, in tal caso, dovremmo essere in grado di stabilire delle regole precise che, a loro volta, stabiliscano che cosa sia un *apparato di misura* o un *osservatore* e come questi si distinguano dagli altri sistemi fisici. Questa non sembra, al momento, un'impresa facile!

b) Alternativamente possiamo permettere a B di servirsi anch'esso della M.Q. per descrivere il sistema $A + S$, assegnando ad esso una funzione di stato ψ^{A+S} ; ma allora, finché B si astiene dall'osservare $A + S$, la ψ^{A+S} evolverà continuamente e deterministicamente, secondo il processo 2), e ciò anche quando A stia effettuando la sua *misura* su S .

In tal caso, mentre per A si sta verificando un drastico cambiamento nello stato del sistema (*riduzione del pacchetto d'onda*) con brusca modificazione della posizione dell'indice del suo strumento, al contrario, per B , non c'è niente che menomamente possa somigliare al processo 1), per cui nasce la questione di capire se tale processo, per A , sia *realmente accaduto*.

Se ne conclude che: o A sbaglia ad assumere il processo 1) o B sbaglia ad ammettere il processo 2) per $A + S$.

Il precedente paradosso (noto come *il paradosso dell'amico* e dovuto a Wigner) viene drammatizzato da Everett:¹

La scena consiste in una stanza, che si suppone isolata in una qualche regione dello spazio, in cui si vede l'osservatore A nell'atto di eseguire una misura su S . Dopo averla effettuata, egli registra il risultato sul suo quaderno. Egli conosce la funzione di stato per

S , in quanto aveva precedentemente preparato in modo opportuno il sistema, e quindi sa che non si trova in un autostato dell'osservabile che ha giusto finito di misurare. Poiché A è un *quantistico ortodosso*, crede che il risultato della sua misura non era già determinato prima dell'atto di misura e che quindi il processo 1) può essere descritto correttamente.

¹ In B. S. De Witt, N. Graham, *The many - worlds interpretation of quantum mechanics*, Princeton Univ. Press, 1973.

Ma, nel frattempo, appare fuori della stanza, un secondo osservatore B , regolarmente in possesso della funzione di stato dell'intera stanza con, ovviamente, S e A inclusi; costui è solamente interessato a scoprire cosa risulterà scritto sul quaderno di A una settimana dopo; per cui, senza menomamente interagire con la stanza, effettua i suoi calcoli usando la sua ψ^{A+S} per determinare tale risultato.

Passa una settimana e si vede B con la sua funzione di stato la quale, non avendo subito il processo 1), si è tranquillamente modificata secondo il processo 2) e, poiché anche B è un *quantistico ortodosso*, crede che la sua informazione sia completa.

Per lo spettatore si pongono due alternative: se i calcoli di B prevedono esattamente il numero scritto da A sul suo quaderno, allora A certamente sbaglia a credere all'indeterminatezza del processo di misura e, conseguentemente, non si ha alcuna *riduzione del pacchetto d'onda*; se, d'altronde, B non fosse in grado di calcolare esattamente il valore scritto sul quaderno, potendo solo prevedere le probabilità relative dei possibili risultati (che, ovviamente, sono tutte diverse da zero), allora le conseguenze sarebbero ancora più disastrose!

Ma, in quel momento, B apre la porta ed entra nella stanza, guarda il quaderno (ovverossia: effettua la sua osservazione) e rivolgendosi ad A con sussiego dice: *“Dal momento che le diverse possibilità hanno tutte probabilità non nulla, il risultato scritto sul tuo quaderno è stato deciso da me al momento del mio ingresso nella stanza, per cui quello che tu hai scritto sul tuo quaderno e tutto quello che tu ricordi degli accadimenti della settimana scorsa non possono avere alcuna esistenza oggettiva ma, piuttosto, sono stati posti in essere dalla mia osservazione, solo una settimana più tardi, così come mi è piaciuto”*.

Ma, con grande costernazione di B , lo stesso A non sembrò per niente costernato e anzi, in modo sfottente, stiede a ribattere: *“Se tu avessi ragione non ne dovresti essere così compiaciuto, poiché la tua stessa esistenza dipende da un terzo osservatore e fino a che costui non sopraggiungerà tu non esisti e non hai diritto di parola”*

Ma ad un terzo osservatore se ne può aggiungere un quarto, ecc...
Arrivando dunque ad una situazione paradossale riassunta come

Paradosso della "catastrofe di Von Neumann della regressione infinita"

La precedente scenetta è paradigmatica per il cosiddetto *problema della misura in M.Q.* che, dopo più di mezzo secolo e nonostante i successi della M.Q., ancora resiste a qualunque soluzione che possa essere accettata da tutti gli *esperti* in materia.

Come emerge da quanto detto sopra, quello che si ottiene dopo un atto di misura è, formalmente, una sovrapposizione di vettori, ciascuno in rappresentanza di uno tra i possibili valori dell'osservabile che si misura. Il problema è: come riconciliare questo fatto formale con il fatto empiricamente osservato che, invece, si può solo leggere sullo strumento di misura un solo valore? Tutte le soluzioni che sono state proposte conducono a visioni del mondo piuttosto bizzarre o a contraddizioni reali o paradossali.

INTERPRETAZIONI

Ora daremo uno sguardo alle varie soluzioni del precedente paradosso, che sono state proposte; partendo da quelle che intendono cambiare il meno possibile nello schema interpretativo suesposto; per poi considerare anche quelle che intendono andare molto più oltre, fino ad abbandonare completamente la M. Q.

Tra le prime si collocano la cosiddetta “interpretazione standard” e quella detta “di Copenaghen”.

Di fatto, spesso, le due interpretazioni vengono confuse insieme e, come esempio, traduciamo quasi alla lettera alcuni passi dagli articoli di Everett e di De Witt, tratti dal libro citato a nota 1.

Da Everett:

“a. L'INTERPRETAZIONE POPOLARE.

Questo è lo schema a cui si alludeva nell'introduzione, dove la ψ viene considerata come oggettivamente caratterizzante il singolo sistema, obbedendo a un'equazione d'onda deterministica quando il sistema è isolato ma che cambia probabilisticamente e discontinuamente per effetto delle osservazioni. Senza particolari accorgimenti questa ci conduce ai paradossi menzionati nell'introduzione ed è perciò non sostenibile. Tuttavia essa è auto-consistente se si assume che vi sia un solo osservatore nell'universo (posizione solipsistica)

...

b. L'INTERPRETAZIONE DI COPENAGHEN.

Questa è l'interpretazione sviluppata da Bohr.

La funzione ψ non viene considerata come una descrizione oggettiva del sistema fisico (cioè non è, in alcun modo, un modello concettuale), ma viene semplicemente considerata come un artificio matematico che permette di fare predizioni statistiche, anche se esse sono le migliori predizioni che si possano fare. Questa interpretazione, infatti, nega la stessa possibilità di un singolo modello concettuale applicabile al regno della M. Q. e asserisce che

la totalità dei fenomeni si può solo comprendere usando diversi, ma mutuamente esclusivi (cioè: "complementari"), modelli nelle diverse situazioni. Ogni affermazione sui fenomeni viene considerata senza significato se non è accompagnata da una descrizione completa ("classica") di un dispositivo sperimentale".

Sentiamo, invece, il De Witt:

“Il secondo metodo di sfuggire alla catastrofe di Von Neumann è quello di accettare la cosiddetta interpretazione “convenzionale” o “di Copenaghen” della M. Q. Nel parlare degli aderenti a questa interpretazione è importante distinguere gli aderenti attivi dagli altri e rendersi conto che anche la maggior parte degli autori di libri di testo non è inclusa tra i primi. Se facciamo un campionamento statistico fra i fisici, la maggioranza si professerà come aderente al campo convenzionalista allo stesso modo di come la maggioranza degli americani si dirà d'accordo con la “Carta dei Diritti” (Bill of Rights) anche se non l'ha mai letta ...

Secondo l'interpretazione di Copenaghen della M. Q., quando un vettore di stato raggiunge la forma data dalla (), essa collassa immediatamente. La funzione d'onda, invece di essere costituita da molti pacchetti, si riduce a uno solo e $|\Psi_1\rangle$ si riduce all'elemento corrispondente $|s\rangle|\Phi_s\rangle$ della sovrapposizione. A quale elemento non si sa. Viene assegnata, invece, una distribuzione di probabilità ai possibili risultati con dei pesi dati da $w_s = |c_s|^2$.*

Il collasso del vettore di stato e così pure l'assegnazione dei pesi statistici non seguono dall'equazione di Schrödinger che genera l'operatore U .

Essi sono conseguenza di una metafisica esterna "a priori" che si fa intervenire per sospendere l'equazione di Schrödinger o, piuttosto, per cambiare le condizioni al contorno della sua soluzione con quelle del vettore di stato collassato ...

Il punto di vista di Copenaghen tenta di suggerire l'impressione che il collasso del vettore di stato e anche il vettore di stato stesso stiano solo nella mente. Se tale impressione è corretta che ne è allora della realtà? ...

... Si presentò allora una sfida, quella di chiarire l'interpretazione fisica di questo formalismo indipendentemente da qualunque cosa che si fosse creduto fino ad allora. Heisenberg provò ad accettare la sfida inventando numerosi esperimenti concettuali, ciascuno dei quali doveva rispondere alla domanda: "Puoi tu essere descritto dal formalismo?" Egli avanzò la congettura che l'insieme degli esperimenti per cui la risposta fosse stata "sì" era identico all'insieme permesso dalla natura [nota del presente traduttore: è come mettere le brache alla natura!]

Per mettere le cose nei suoi termini estremi, nella domanda bisognava specificare l'esperimento completo, includente lo stesso apparato di misura, in termini quanto - meccanici. Ma a questo punto Bohr entrò nella scena e distolse Heisenberg dal suo programma originario. Bohr convinse Heisenberg e anche la maggior parte degli altri fisici che la M. Q. non ha alcun significato in assenza di un mondo classico, il solo capace di registrare in modo non ambiguo i risultati delle osservazioni. Questa miscela di fisica e metafisica condusse alla credenza quasi universale che il principale problema nell'interpretazione era di natura epistemologica piuttosto che ontologica: Il regno quantistico deve essere inteso come una specie di mondo fantasmagorico i cui simboli, piuttosto che la realtà, rappresentano potenzialità".

È utile introdurre l'operatore statistico o matrice densità:

$$f = \sum_i |i\rangle f_i \langle i| \quad f_i \geq 0 \quad \sum_{i=1} f_i = 1,$$

che si può interpretare come un operatore di probabilità: tutti gli stati che hanno una probabilità definita f_i si possono considerare come autostati di f con autovalore f_i , per cui:

$$\langle \psi | f | \psi \rangle = \sum_i f_i |\langle i | \psi \rangle|^2$$

esprime la probabilità media dello stato $|\psi\rangle$. Il valor medio di una osservabile si può allora esprimere con la:

$$\langle A \rangle = \sum_i f_i \langle i | A | i \rangle = \text{Tr}(fA).$$

Ovviamente si ha: $\text{Tr}(f) = 1$.

Gli stati per cui si ha $f^2 = f$ si dicono **stati puri** (e sono rappresentati da vettori dello spazio di Hilbert associato al sistema) e, in tal caso, si ha:

$$\langle A \rangle = \langle \psi | A | \psi \rangle.$$

Gli stati per cui, invece, $f^2 \neq f$ non possono essere rappresentati da vettori dello spazio di Hilbert del sistema fisico considerato e si dicono **miscele**. Con questa convenzione viene esteso il concetto di stato.

Il contenuto empirico della teoria è rappresentato solo dal valore assoluto al quadrato: $|\langle \psi | \phi \rangle|^2$ e dal valor medio di una data osservabile $\langle A \rangle$ con A Hermitiano. (Anzi, la prima si riduce, facilmente alla seconda se consideriamo il valor medio dell'operatore di proiezione $\psi \langle \psi$ calcolato nello stato ϕ), o viceversa). Quindi, qualunque trasformazione, che lascia invariato il contenuto empirico, è permessa e, quindi, in particolare, qualunque trasformazione unitaria:

$$UU^* = U^*U = I ,$$

essendo U^* l'aggiunto di U .

E questo dovrebbe rappresentare tutto quanto concerne la struttura formale (essenziale) della M.Q., con relativa interpretazione fisica; il resto si ridurrebbe all'applicazione dello schema, precedentemente delineato, a particolari casi concreti più o meno complicati.