Jules Henri Poincarè

Dal Problema dei Tre Corpi alla nascita della Teoria del Caos

Jules Henri Poincarè

Dal Problema dei Tre Corpi alla nascita della Teoria del Caos

(Tre) corpi al margine del caos

Di: **Alessandro Pluchino**

4 Gennaio 2022

https://www.vitapensata.eu/2022/01/04/tre-corpi-al-margine-del-caos/

Come è noto, il Tre è spesso considerato il *numero perfetto* da diversi punti di vista: dal punto di vista *matematico* costituisce la sintesi del pari (due) e del dispari (uno); dal punto di vista *esoterico* è il simbolo della Grande Triade (Cielo, Terra, Uomo); infine, dal punto di vista *religioso*, rappresenta la perfezione divina (si pensi alla Trinità del Cristianesimo o alla Trimurti induista). Pochi forse sanno, però, che allo stesso tempo il tre rappresenta anche la *soglia dell'imperfezione*, il numero magico che ha condotto la fisica moderna al confine tra ordine e disordine, in quella strana regione oggi conosciuta come "Margine del Caos", spalancando così le porte alla nuova Scienza della Complessità. E la scintilla da cui questa rivoluzione concettuale è partita riguardava un problema di corpi. Per la precisione, appunto, di tre corpi.

Tutto cominciò la notte tra il 31 agosto e il primo settembre del 1879 in una miniera di carbone di Magny, nella Borgogna francese. Alle 3.45 circa del mattino un'esplosione improvvisa scosse la miniera, ustionando e uccidendo gran parte della squadra di ventidue minatori che si trovavano al lavoro a quell'ora. Fu soltanto la perizia e l'acume scientifico di un giovane ingegnere incaricato delle indagini a permettere di risalire alla causa prima dell'esplosione: si era trattato di una lampada perforata accidentalmente che aveva lasciato uscire la fiamma da cui poi, a contatto con un'atmosfera ricca di metano come quella della miniera, aveva avuto inizio il processo che avrebbe portato alla conflagrazione. Quel giovane ingegnere, appena venticinquenne, si chiamava Jules-Henri Poincaré, colui che più avanti si sarebbe distinto come uno dei più grandi matematici e fisici di fine Ottocento (all'epoca si poteva essere ingegnere, matematico e fisico allo stesso tempo!) e che è considerato oggi uno dei padri della teoria dei sistemi dinamici e il precursore assoluto della moderna teoria del Caos. Sarà lui il principale protagonista della storia che stiamo per raccontarvi.

Jules Henri Poincarè

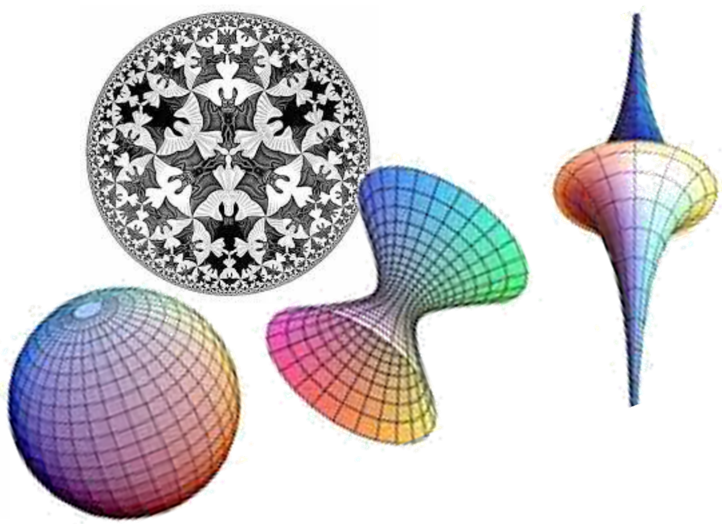
Un giovane ingegnere indaga su una esplosione…

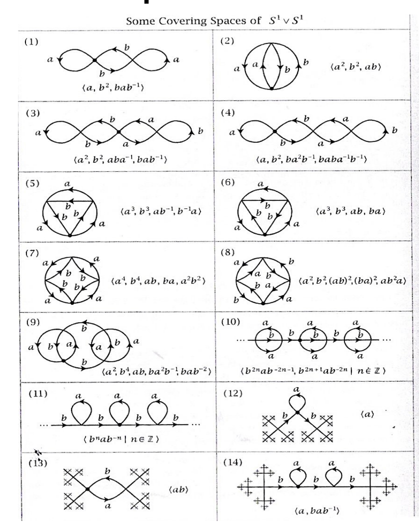
Tra il 31 agosto e il primo settembre del **1879**, alle 3.45 circa del mattino, un'esplosione improvvisa scosse una miniera di carbone di Magny, nella Borgogna francese, ustionando e uccidendo gran parte della squadra di ventidue minatori che si trovavano al lavoro a quell'ora. Fu soltanto la perizia e l'acume scientifico di un giovane ingegnere incaricato delle indagini a permettere di risalire alla causa prima dell'esplosione: si era trattato di una lampada perforata accidentalmente che aveva lasciato uscire la fiamma da cui poi, a contatto con un'atmosfera ricca di metano come quella della miniera, aveva avuto inizio il processo che avrebbe portato alla conflagrazione.

Quel giovane ingegnere, appena venticinquenne, si chiamava *Jules-Henri Poincaré*, colui che più avanti si sarebbe distinto come uno dei più grandi matematici e fisici di fine Ottocento (**all'epoca si poteva essere ingegnere, matematico e fisico allo stesso tempo!**) e sicuramente uno dei più versatili. Sarà lui il principale protagonista della puntata di oggi…

Poincaré: L'Ultimo Universalista

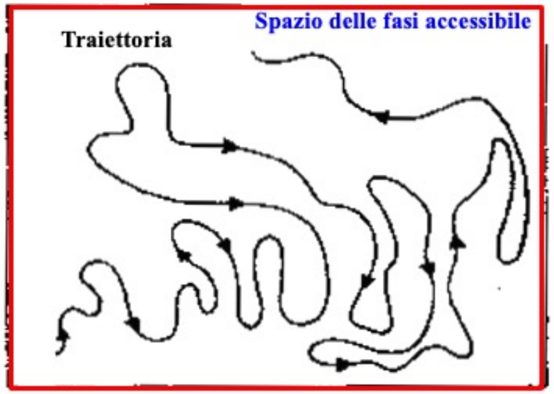
Poincaré è spesso ricordato come l'*ultimo universalista in matematica*, vista l'ampiezza di orizzonti del suo eccezionale lavoro in questa disciplina, e non solo. Si è occupato praticamente di tutto, innovando le conoscenze in ogni campo in cui ha lavorato: geometria algebrica, geometrie non euclidee, alcune funzioni particolari dette automorfe, equazioni differenziali, topologia algebrica (di cui è considerato il fondatore), fisica matematica, calcolo delle probabilità. E ancora: fisica, ottica, teoria elettromagnetica della luce, astronomia, meccanica celeste; è considerato il padre della Teoria dei Sistemi Dinamici e – come vedremo – precorse quella che è la moderna Teoria del Caos, sviluppatasi compiutamente solo un secolo più tardi. Diede anche contributi originali alla filosofia della scienza e alla logica della scoperta scientifica. Fu candidato 12 volte al Nobel, dal **1901**, anno dell'istituzione del premio, alla sua morte nel **1912**, ma non lo ricevette mai dato che all'epoca la commissione di Stoccolma privilegiava la fisica sperimentale.

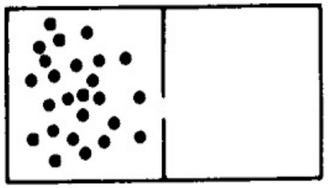




Il Teorema di Ricorrenza

Nel contesto della teoria dei sistemi dinamici, in particolare in meccanica hamiltoniana, è celebre il suo **Teorema di Ricorrenza,** che in sostanza stabilisce che, dato un sistema dinamico con uno spazio delle fasi limitato, dopo un tempo sufficientemente lungo esso finirà prima o poi per ritrovarsi in uno stato arbitrariamente vicino a quello di partenza.

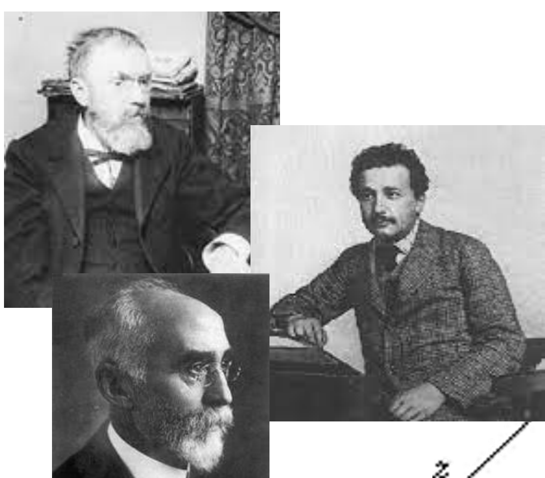


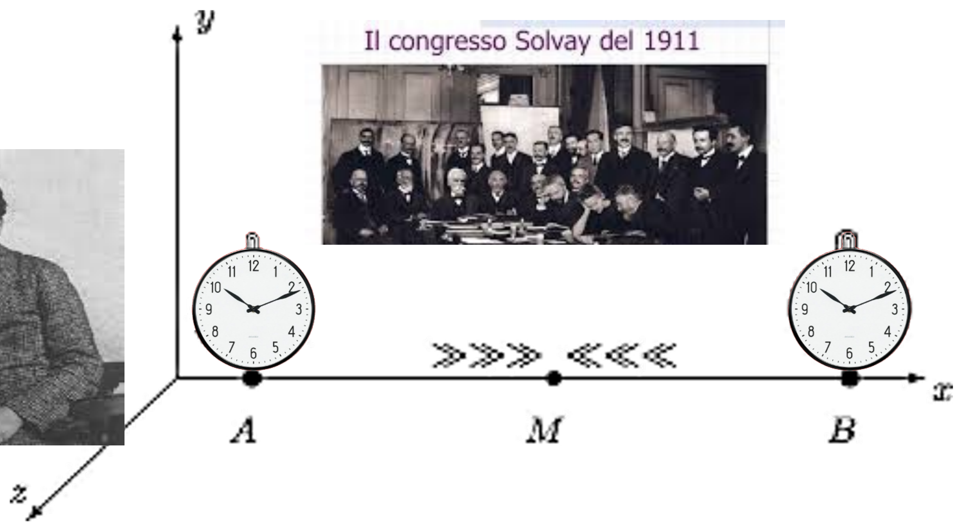


Un esempio tipico è quello di un gas contenuto in metà di una scatola chiusa da una parete. Se la parete viene rimossa, le particelle del gas si diffondono in tutta la scatola; ma, per il teorema di Poincaré, dopo un tempo abbastanza lungo tutte le particelle torneranno nella porzione iniziale (anche se con posizioni e velocità diverse da quelle iniziali). Questo risultato sembra contraddire il secondo principio della termodinamica: bisogna considerare tuttavia che il tempo di ricorrenza può essere talmente lungo da vanificare qualsiasi tentativo di verifica sperimentale. In effetti – come è noto – Boltzmann, rispondendo alle critiche di Zermelo sull'apparente contraddizione tra Meccanica e Termodinamica, stimò che per un sistema di N_A particelle il tempo di ricorrenza è dell'ordine di e^{N_A} secondi, ben maggiore dell'età dell'Universo (cosa che fu dimostrata rigorosamente nel 1947 col lemma di Kac).

Contributi alla Teoria della Relatività

Altro contributo fondamentale di Poincarè riguarda la *Teoria della Relatività*. A fine Ottocento il matematico francese si era occupato del problema di stabilire a distanza la simultaneità di due eventi, giungendo alla conclusione che fosse necessario **postulare una velocità della luce costante**. In seguito stabilì che il movimento implica una dilatazione del tempo e, nel **1904**, introdusse il "Principio di Relatività" poi ripreso da Einstein; infine, individuò l'insieme di trasformazioni ("gruppo di Poincarè" a 10 dim.) che estendono quelle di Lorentz e lasciano inalterata la geometria dello spazio-tempo di Minkowski. Ciò nonostante, nel suo articolo del **1905**, uscito pochi mesi dopo quello di Poincaré, Einstein non lo cita. Poincaré, dal canto suo, non riconobbe mai il lavoro di Einstein sulla relatività ristretta (alla Conferenza Solvay del **1911** parlò di 'meccanica di Lorentz'), mentre Einstein riconobbe i contributi di Poincaré solo nel **1921**, nove anni dopo la sua morte, definendolo 'pioniere della relatività' insieme a Lorentz.





La Congettura di Poincaré

Nell’anno **2000** il *Clay Mathematics Institute statunitense elencò i sette grandi problemi del millennio ancora irrisolti nel* campo della scienza dei numeri. Di questi, l’unico che è stato poi risolto è proprio la celebre "*congettura di Poincaré*".

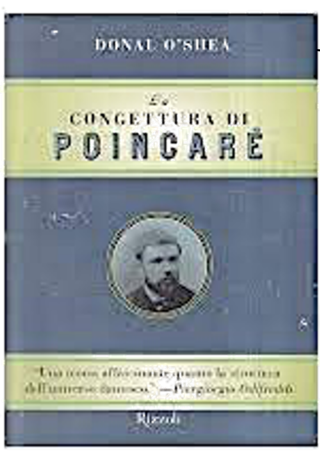
In estrema sintesi, si tratta di una congettura formulata nell’ambito della topologia algebrica e riguarda la possibilità di capire la struttura dello spazio — anche quella del nostro universo — senza poterlo vedere dall’esterno.

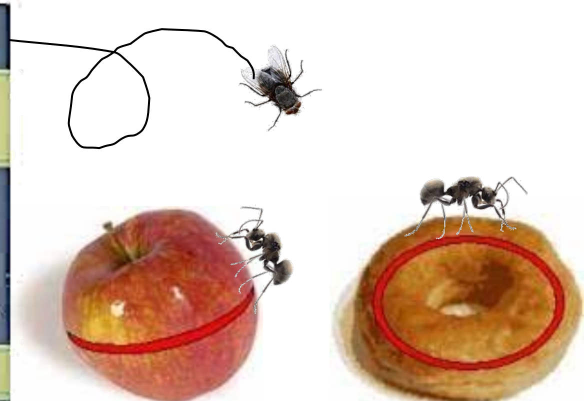
L'enunciato tecnico della congettura è il seguente:

Ogni 3-varietà semplicemente connessa chiusa (ossia compatta e senza bordi) è omeomorfa a una sfera tridimensionale.

In altri termini, la congettura dice che la 3-sfera (ipersfera) è l'unica varietà tridimensionale "senza buchi", ossia è l'unica varietà di dimensione 3 dove qualsiasi cammino chiuso può essere contratto fino a diventare un punto.

La congettura di Poincaré è stata dimostrata solamente nel **2003** dal matematico russo Grigori Perel’man (che però non ritirò il premio Clay da un milione di dollari...)

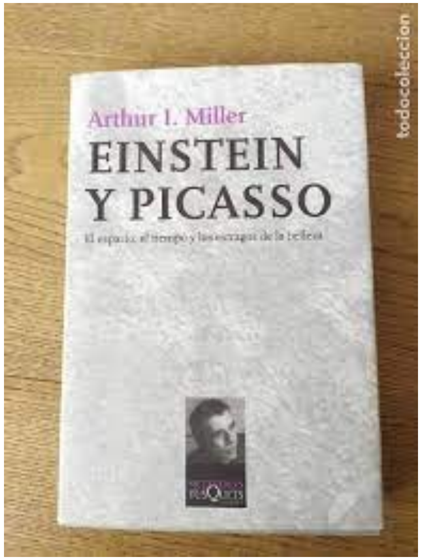




https://ilbolive.unipd.it/it/news/perche-grigori-perelman-rifiuto-milione-dollari

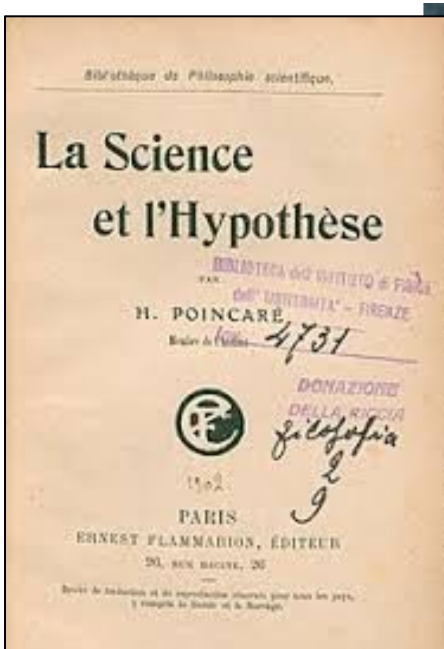
Influenze sull'Arte

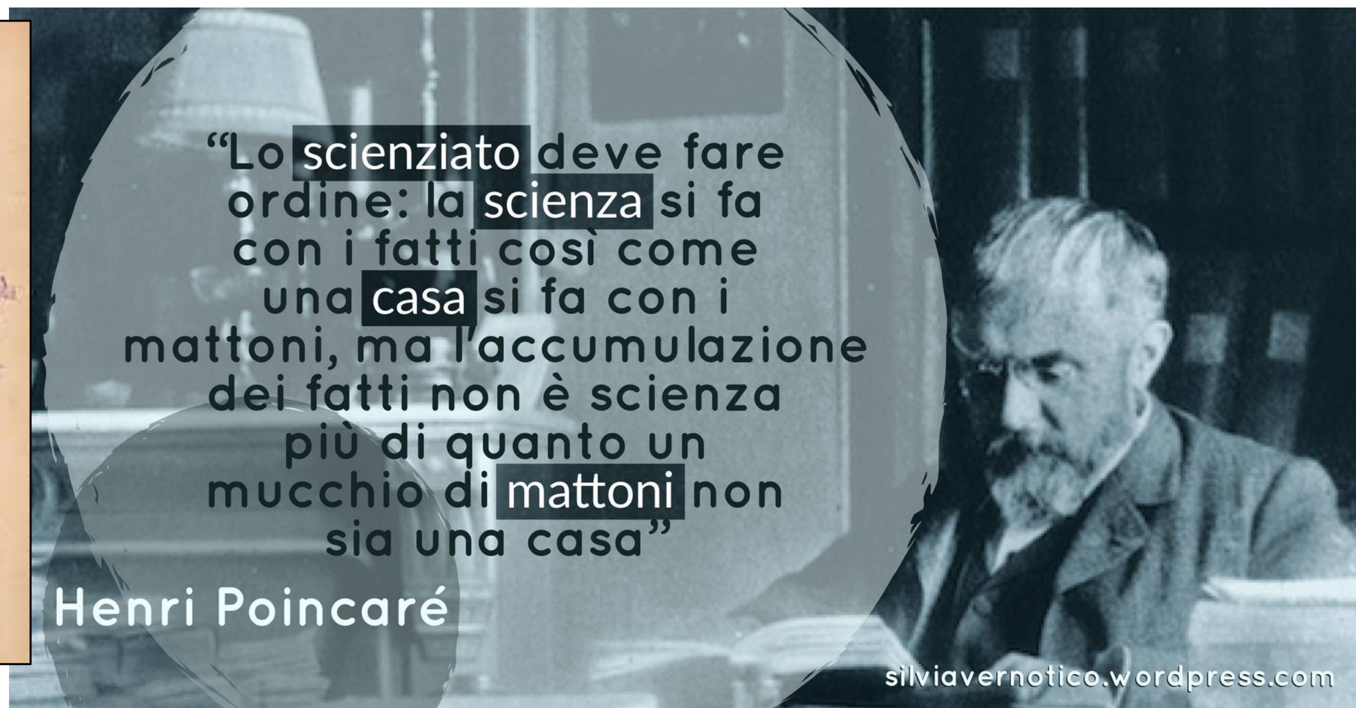
Ma l'influenza di Poincaré avrebbe travalicato il mondo della matematica e delle scienze fisiche. Secondo lo storico americano della scienza Arthur I. Miller, i suoi studi sulle geometrie non euclidee, sui nuovi concetti della visualizzazione spazio-temporale e sulla simultaneità avrebbero condotto Pablo Picasso alla visione cubista e di decostruzione dello spazio e del tempo, inaugurata nel **1907** con *Les demoiselles d'Avignon* (pare che Picasso e gli altri artisti di Montmartre di inizio secolo, come Cézanne e Braque, frequentassero un matematico molto addentro ai lavori di Poincaré…).



La Visione del Mondo di Poincaré

Comunque siano andate le cose, appare evidente come il matematico francese abbia aperto orizzonti totalmente nuovi nel campo delle scienze e non solo. E stato forse l'ultimo scienziato universale, ma non considerò mai la matematica come un linguaggio universale e assoluto; piuttosto, come uno strumento formale in grado di caratterizzare teorie diverse ("*tutto sta nell'interpretazione*", diceva), riconoscendo che le teorie stesse non rappresentano una descrizione compiuta della realtà, quanto un mezzo per collegare fenomeni differenti in modo da prevederne gli sviluppi (questo punto di vista divenne noto come «convenzionalismo», adottato anche da Ernst Mach).





Brevissima Nota Biografica

Jules-Henri Poincaré nacque a Nancy il 29 aprile **1854** da una famiglia benestante. Il cugino Raymond Poincaré fu più volte ministro e presidente della repubblica dal **1913** al **1919**. Di salute cagionevole, fu istruito dalla madre fino al suo ingresso nel liceo locale, dove eccelse in tutte le materie.

Nel **1873** entrò all'*Ecole Polytechnique*, laureandosi nel **1875**. Dal **1876** al **1879** proseguì i suoi studi di ingegneria all'*Ecole Nationale Superieure des Mines*, dove ebbe come insegnante Charles Hermite, ottenendo infine il dottorato in scienze matematiche con una tesi sulle equazioni differenziali. Ricevette subito l'incarico del corso di analisi alla facoltà di scienze di Caen, cui seguì la cattedra di professore associato di analisi alla facoltà di scienze di Parigi.


Jeanne Louise Poulain d'Andecy

Nel **1886** ottenne la cattedra di fisica matematica e teoria delle probabilità all'*Ecole Polytechnique* e alla *Sorbona*, dove rimase fino alla morte. Nello stesso anno sposò la signorina Poulain d'Andecy, dalla quale ebbe 4 figli. L'anno successivo fu nominato membro dell'*Accademia delle Scienze*, di cui divenne presidente nel **1906**, mentre nel **1909** divenne membro dell'*Académie Francaise*. Lasciò in oltre **trenta volumi e cinquecento memorie** la testimonianza della sua opera feconda in matematica, geometria e nella loro applicazione in tutte le branche della fisica.

L’esplosione alla miniera di Magny

Fu proprio durante gli anni di dottorato all’*Ecole Nationale Superieure des Mines* che il giovane Poincaré ebbe l’opportunità di lavorare come ingegnere minerario a Vesoul, partecipando così alla commissione di indagine sul disastro di Magny del **1879**, di cui fu incaricato di redigere il rapporto finale.

Quell’esperienza lasciò dentro di lui un segno indelebile, tanto che nel suo ultimo articolo “*Les Mines*”, pubblicato nel **1912** poco prima di morire prematuramente a causa di un’embolia seguita ad un intervento chirurgico, inserì la piccola immagine di una lampada simile a quella che nel **1879** aveva provocato il disastro e scrisse: “*Una sola scintilla è sufficiente ad avviare la combustione […]; mi rifiuto di descrivere gli orrori che ne seguono*”.

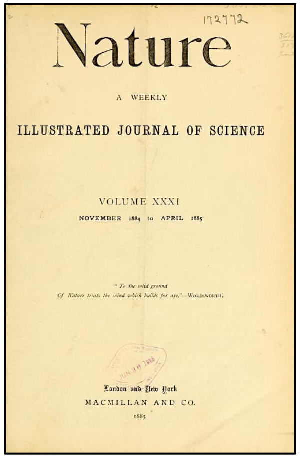
Forse, quindi, è stato proprio quell’evento a gettare le basi affinché, nella mente del giovane Poincarè, prendesse forma quell’intuizione che avrebbe messo a frutto nei suoi studi in meccanica celeste e che poi, un secolo dopo, sarebbe diventata uno dei princìpi cardine della Teoria del Caos e, oggi, addirittura della nuova Scienza della Complessità: il principio, assolutamente contro intuitivo, secondo cui **piccole cause possono produrre, in certe condizioni, effetti anche enormi**. Ma procediamo con ordine...

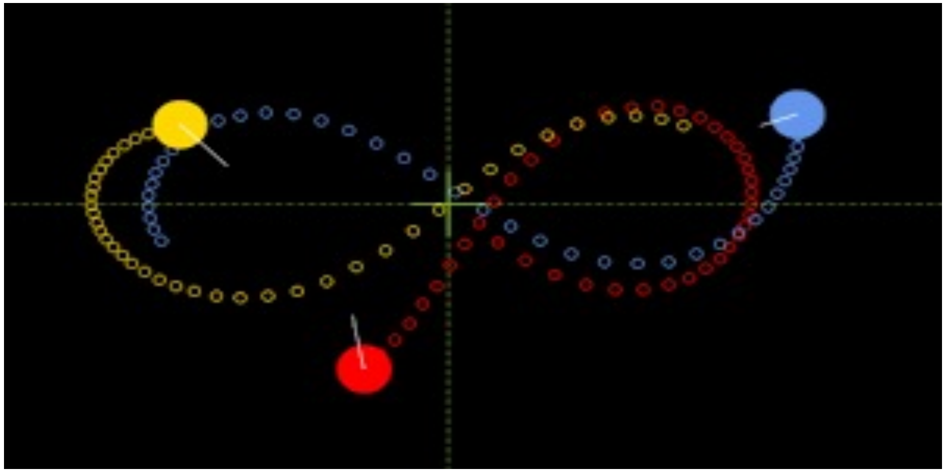
Il concorso di Nature del 1885

Nel luglio del **1885** la rivista *Nature* annunciò un concorso matematico in onore del sessantesimo compleanno del re di Svezia, Oscar II, per il quale bisognava presentare un lavoro sul seguente tema:

«*Dato un sistema di un numero arbitrario di masse puntiformi che si attraggono l'un l'altra in accordo alla legge dell'inverso del quadrato di Newton, con l'ipotesi che non vi siano masse che collidono, cercare di trovare una rappresentazione delle coordinate di ogni massa come una serie in una variabile, che sia una funzione nota del tempo, e che per tutti i valori converga uniformemente*».

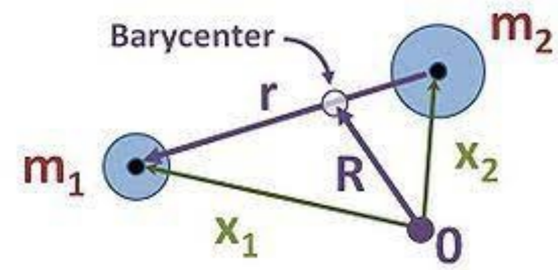
Si trattava di un quesito matematico legato a quella che, in quel periodo, rappresentava una delle grandi sfide della meccanica celeste: il cosiddetto "*Problema dei tre corpi*". Non è difficile capire di cosa si tratta e in cosa consistesse la difficoltà della sfida...

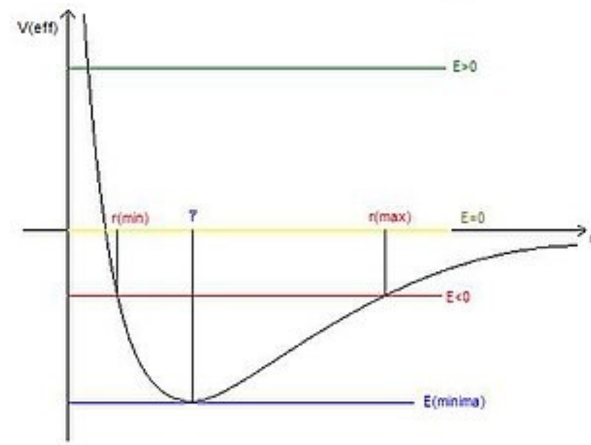




Il Problema dei Tre Corpi

La teoria della gravitazione, formulata nel **1687** dal grande scienziato inglese Isaac Newton e pubblicata nel suo celeberrimo *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, aveva permesso di calcolare con precisione la traiettoria di un singolo pianeta in rotazione attorno al Sole, a patto di trascurare l'interazione gravitazionale di questi corpi con gli altri pianeti e gli eventuali satelliti: era questo il cosiddetto "*problema dei due corpi*", del quale era possibile non solo scrivere facilmente le equazioni dinamiche ma anche ricavare, appunto, una soluzione analitica esatta in grado di prevedere, a partire da assegnate condizioni iniziali, il comportamento a lungo termine del pianeta lungo la sua orbita periodica attorno al Sole.





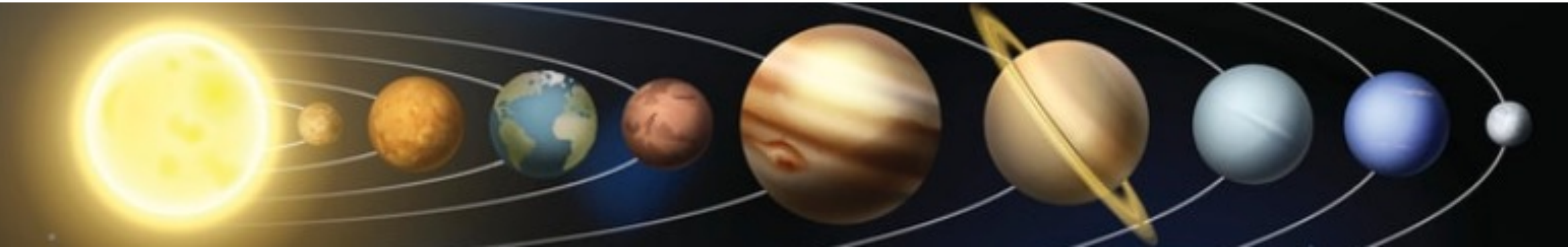
Nel caso di più di due corpi però le cose sembravano complicarsi: già con soli tre corpi le equazioni differenziali da risolvere diventavano diciotto, ma si riteneva trattarsi di una questione solo ***quantitativamente* diversa** da quella a due corpi, nel senso di una maggiore difficoltà matematica, ed era convinzione comune che comunque, sotto certe approssimazioni, si sarebbero riuscite a ricavare soluzioni analitiche esatte anche in questo caso.

Il Problema dei Tre Corpi

Torniamo dunque al concorso annunciato nel **1885** da Nature. Nonostante avesse a quell'epoca solo 31 anni, Poincaré era già considerato uno dei più importanti scienziati del suo paese. Non poteva quindi esimersi dal prendere parte alla competizione, anche perché quello dei tre corpi era un problema che lo affascinava già da diversi anni. La posta in gioco non era soddisfare una semplice curiosità matematica, ma era in ballo addirittura la stabilità a lungo termine del sistema solare, una delle problematiche fondamentali della meccanica celeste. Già nel **1881** scriveva infatti:

«*Non è forse possibile domandarsi se uno dei corpi rimarrà sempre in una certa regione del cielo o se invece potrà allontanarsene indefinitamente? Se la distanza tra due corpi aumenterà o diminuirà sempre di più, o se, invece, rimarrà compresa tra certi valori limite? Non è forse possibile porsi migliaia di interrogativi di questo genere, che avranno tutti risposta non appena si sapranno costruire qualitativamente le traiettorie dei tre corpi?*»

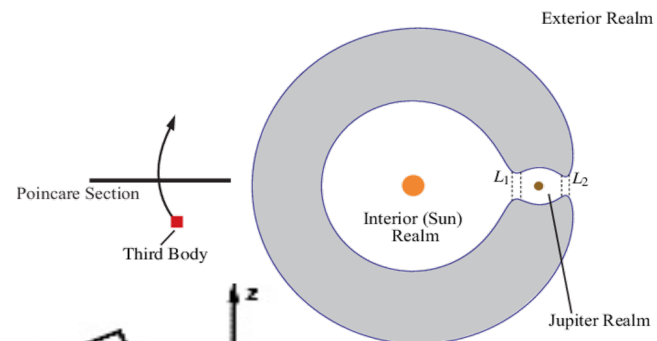
J.-H. Poincaré (1881). "Mémoire sur les courbes définies par une équation différentielle (première partie)". In Journal de Mathématiques pures et appliquées, Ser. 3,7, pp. 375-422.

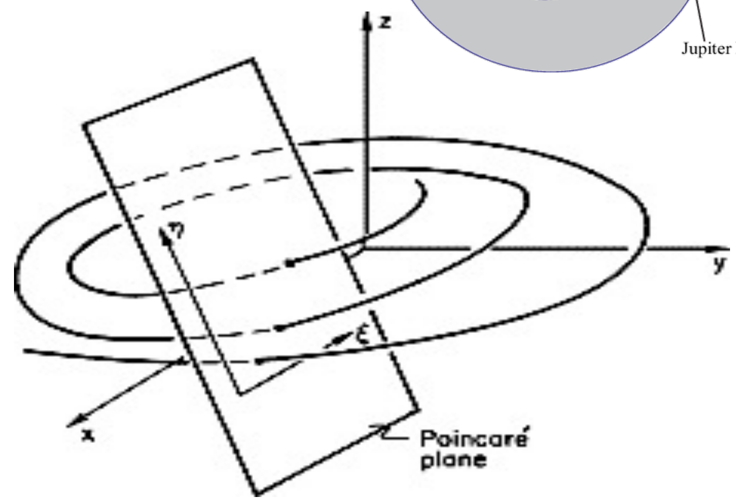


La Sezione di Poincarè

Nella memoria che presentò nel **1887** alla commissione giudicatrice del concorso, formata – tra gli altri – da matematici del calibro di Hermite e Weierstrass, il giovane Poincaré cercava di rispondere a queste domande con un approccio diverso da quello tradizionale, meno quantitativo e formale, ma più qualitativo e intuitivo, orientato verso metodi visivi. Propose infatti di studiare la stabilità dell’orbita periodica di un **piccolo asteroide** lanciato nel campo gravitazionale del sistema formato, ad esempio, da Giove e dal Sole, ricorrendo ad uno strumento assolutamente innovativo, oggi noto come il metodo della “*sezione di Poincarè*”.

In pratica, invece di seguire la traiettoria dell’asteroide nello spazio tridimensionale, immaginò di “tagliare” trasversalmente quella traiettoria con un piano – pensate ad esempio ad un enorme foglio di carta di dimensioni analoghe a quelle dell’orbita dell’asteroide – e di esaminare il comportamento nel tempo dei punti di intersezione della traiettoria con quel piano, come fossero dei piccoli fori prodotti dall’asteroide ogni volta che attraversa il foglio di carta mentre percorre la sua orbita nel sistema Giove-Sole.

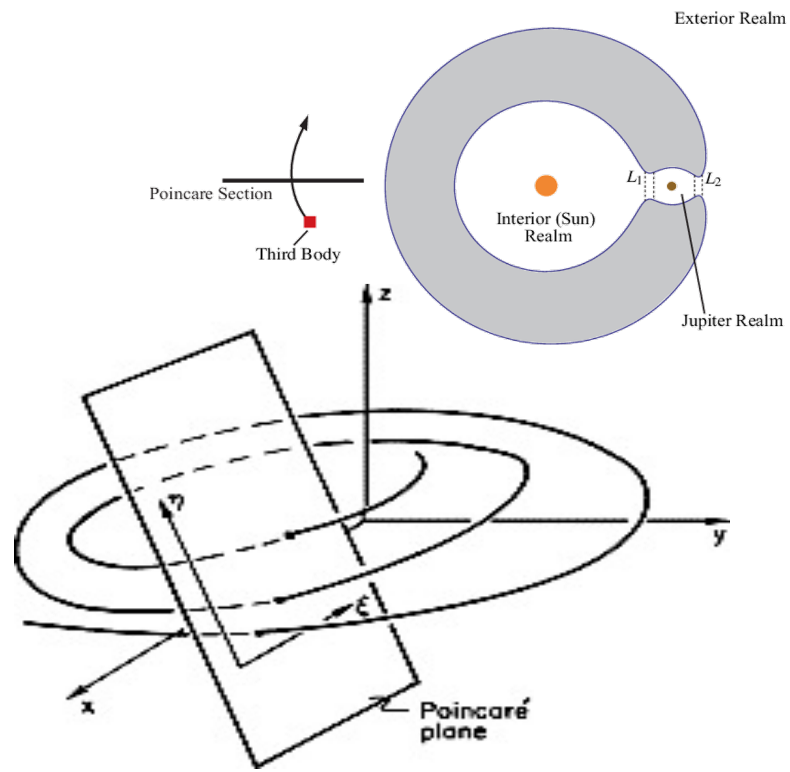




La Sezione di Poincarè

Nella memoria che presentò nel **1887** alla commissione giudicatrice del concorso, formata – tra gli altri – da matematici del calibro di Hermite e Weierstrass, il giovane Poincaré cercava di rispondere a queste domande con un approccio diverso da quello tradizionale, meno quantitativo e formale, ma più qualitativo e intuitivo, orientato verso metodi visivi. Propose infatti di studiare la stabilità dell'orbita periodica di un **piccolo asteroide** lanciato nel campo gravitazionale del sistema formato, ad esempio, da Giove e dal Sole, ricorrendo ad uno strumento assolutamente innovativo, oggi noto come il metodo della "*sezione di Poincarè*".

Questa si rivelò **un'idea geniale** per due motivi: (1) innanzitutto riduceva il problema dalle tre dimensioni della traiettoria originale alle due dimensioni del piano rappresentato dalla sezione scelta (il nostro foglio di carta), e questo già semplificava molto le cose; poi (2) trasformava un problema "continuo" in uno "discreto", nel senso che consentiva di studiare una traiettoria periodica continua nel tempo per mezzo della sequenza discreta (iterativa) dei suoi punti di intersezione con la sezione trasversale (i fori prodotti nel foglio).



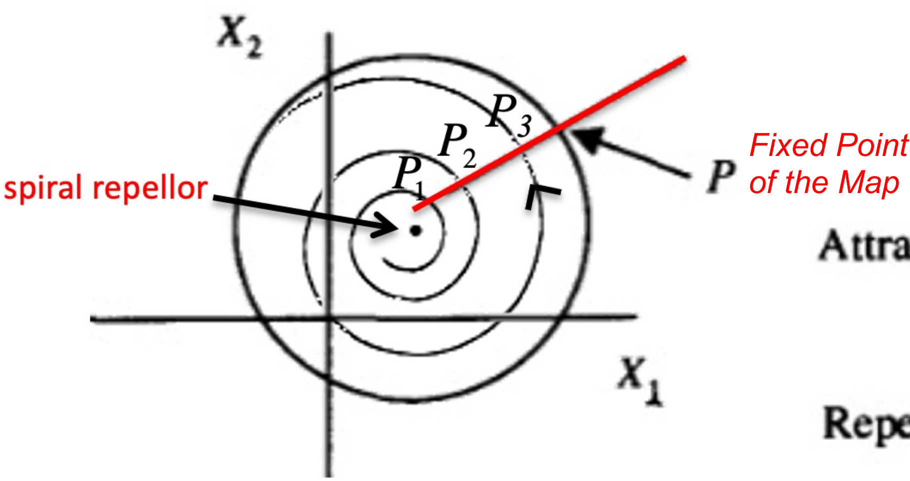
La Mappa di Poincarè

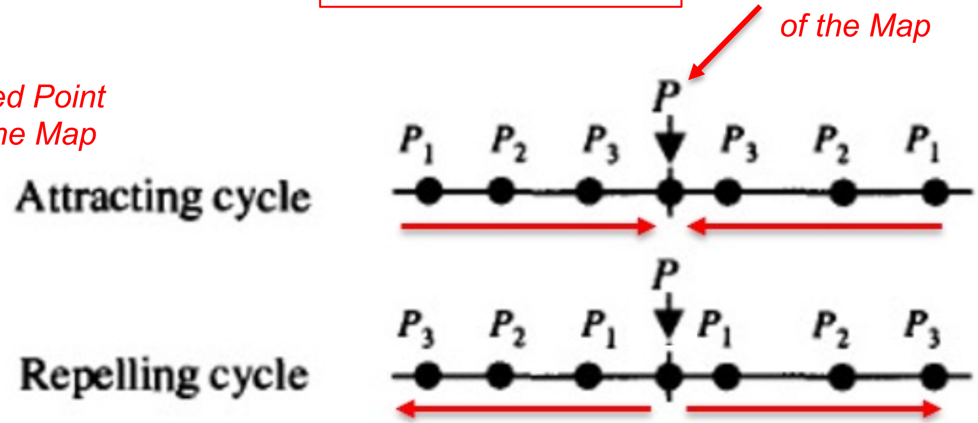
La legge matematica che descrive la successione nel tempo di queste iterazioni viene oggi chiamata “*Mappa di Poincarè*” e rappresenta il primo esempio di “mappa iterativa”. Per mezzo di questo nuovo strumento matematico Poincaré riuscì a dimostrare che la sequenza di intersezioni della traiettoria dell’asteroide con la sezione trasversale finiva quasi sempre per convergere in un punto particolare, detto “punto fisso” della mappa, su cui si stabilizzava definitivamente: come se alla fine l’asteroide fosse costretto a passare e ripassare sempre dallo stesso foro nel nostro immenso foglio di carta. E anche se a volte poteva allontanarsi da un certo punto fisso, la sequenza di intersezioni avrebbe sempre finito per convergere verso un altro punto fisso.

Poincarè Map

$$\boxed{P_{n+1} = F(P_n)}$$

An example of attracting limit cycle

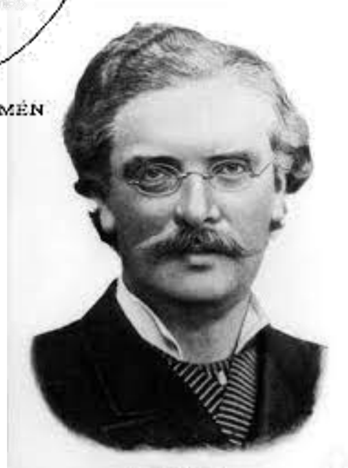




Piccoli errori…

Era, questo, un risultato fondamentale ed incoraggiante che certamente avrebbe confortato tutti coloro che temevano per le sorti della stabilità a lungo termine del nostro sistema solare. Inutile dire che, con un risultato del genere, Poincaré non ebbe difficoltà a vincere il concorso di Nature, con i complimenti della commissione e di tutta la comunità scientifica dell'epoca. Purtroppo però (o, a posteriori, per fortuna!) la soddisfazione per questo meritato successo non durò molto...

EDVARD PHRAGMÉN



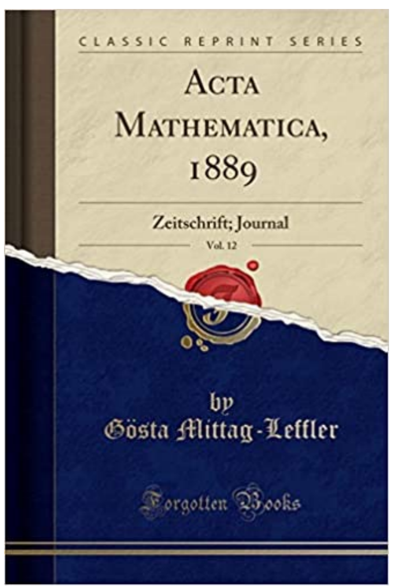
Infatti, nel luglio del **1889**, proprio quando la memoria con cui aveva vinto il concorso stava per essere pubblicata sugli *Acta Mathematica*, uno dei redattori della rivista, il matematico svedese Lars Edvard Phragmén, segnalò alcuni **piccoli errori** nella dimostrazione di Poincarè. Sebbene il direttore della rivista, il noto matematico Gösta Mittag-Leffler (colui che qualche anno prima aveva avuto il compito di selezionare la giuria del concorso), cercasse di minimizzare la cosa dicendo che si trattava di un problema facilmente risolvibile, Poincaré si accorse immediatamente che dietro quegli errori apparentemente banali si nascondeva invece qualcosa di molto più profondo…

Piccoli errori…

Così scrisse qualche mese dopo allo stesso Gösta Mittag-Leffler:

Non vi nascondo l'ambascia che mi procura questa scoperta. Anzitutto non so se giudichiate i risultati che rimangono validi, ossia l'esistenza di soluzioni periodiche, le soluzioni asintotiche [e le mie critiche dei metodi precedenti], ancora meritevoli dell'alto onore del premio di cui mi avete insignito. La revisione richiederà, inoltre, molto lavoro e non so se potrete iniziare a stampare la memoria; ho telegrafato a Phragmén. Comunque sia, non posso fare altro che confidare le mie perplessità a un amico sincero quale voi siete. Vi scriverò non appena riuscirò a vedere le cose più chiaramente.

Jules-Henri Poincaré (1899). La correspondance entre Henri Poincaré et Gösta Mittag-Leffler. Avec en annexes les lettres échangées par Poincaré avec Fredholm, Gyldén et Phragmén. Présentée et annotée par Philippe Nabonnand. Birkhäuser, Basel.



Il direttore della rivista rispose ovviamente che non c'era alcun rischio che questo inconveniente mettesse in dubbio la genialità del lavoro di Poincarè e il fatto che avesse meritato il premio, ma gli confessò anche che ormai la sua memoria era stata già stampata e distribuita, anche se ancora in poche copie. Si premurò però di avvertire i destinatari, tra cui Hermite e Weierstrass, del problema. Nel frattempo Poincarè lavorava per risolverlo...

Piccoli errori crescono…

Riprendendo in considerazione la sequenza di intersezioni della traiettoria orbitale dell'asteroide con la sua sezione, una volta corretti gli errori segnalati da Phragmén, il matematico francese si rese conto che alcune delle nuove sequenze mostravano un comportamento completamente diverso da quelle che aveva ricavato in precedenza: a volte infatti, quando le intersezioni si allontanavano da un punto fisso, invece di convergere verso un altro punto fisso rimanevano intrappolate in una sequenza che continuava indefinitamente ad allontanarsi dal punto fisso originario (lungo una curva di instabilità) ma anche ad avvicinarsi ad esso (lungo una curva di stabilità), finendo per punteggiare in maniera imprevedibile tutta la sezione di Poincarè.

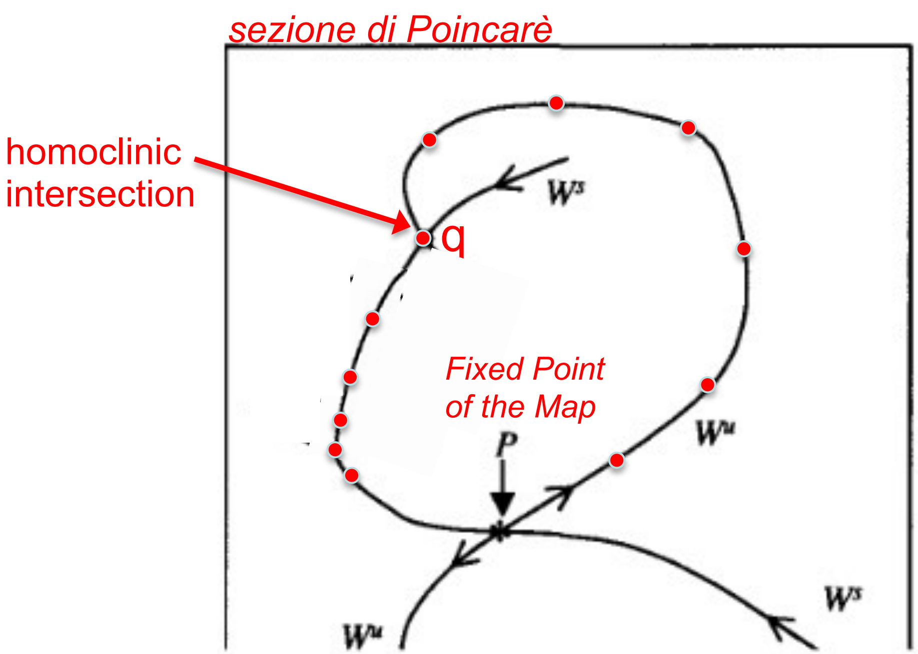


Fig. 4.13. A homoclinic tangle results from the homoclinic intersection of the unstable manifold $W^u(P)$ with the stable manifold $W^s(P)$ of the saddle point P. Each of the circled points is a homoclinic (intersection) point. For clarity's sake, only a portion of the tangle is shown.

Piccoli errori crescono…

Riprendendo in considerazione la sequenza di intersezioni della traiettoria orbitale dell'asteroide con la sua sezione, una volta corretti gli errori segnalati da Phragmén, il matematico francese si rese conto che alcune delle nuove sequenze mostravano un comportamento completamente diverso da quelle che aveva ricavato in precedenza: a volte infatti, quando le intersezioni si allontanavano da un punto fisso, invece di convergere verso un altro punto fisso rimanevano intrappolate in una sequenza che continuava indefinitamente ad allontanarsi dal punto fisso originario (lungo una curva di instabilità) ma anche ad avvicinarsi ad esso (lungo una curva di stabilità), finendo per punteggiare in maniera imprevedibile tutta la sezione di Poincarè.

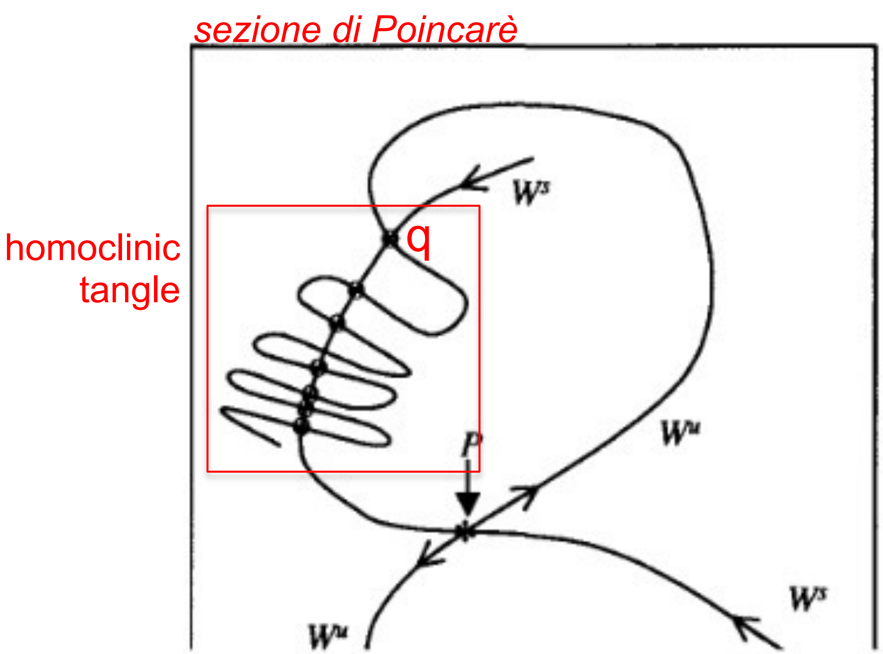


Fig. 4.13. A homoclinic tangle results from the homoclinic intersection of the unstable manifold $W^u(P)$ with the stable manifold $W^s(P)$ of the saddle point P. Each of the circled points is a homoclinic (intersection) point. For clarity's sake, only a portion of the tangle is shown.

Mostruosità omocliniche…

Riprendendo in considerazione la sequenza di intersezioni della traiettoria orbitale dell'asteroide con la sua sezione, una volta corretti gli errori segnalati da Phragmén, il matematico francese si rese conto che alcune delle nuove sequenze mostravano un comportamento completamente diverso da quelle che aveva ricavato in precedenza: a volte infatti, quando le intersezioni si allontanavano da un punto fisso, invece di convergere verso un altro punto fisso rimanevano intrappolate in una sequenza che continuava indefinitamente ad allontanarsi dal punto fisso originario (lungo una curva di instabilità) ma anche ad avvicinarsi ad esso (lungo una curva di stabilità), finendo per punteggiare in maniera imprevedibile tutta la sezione di Poincarè.

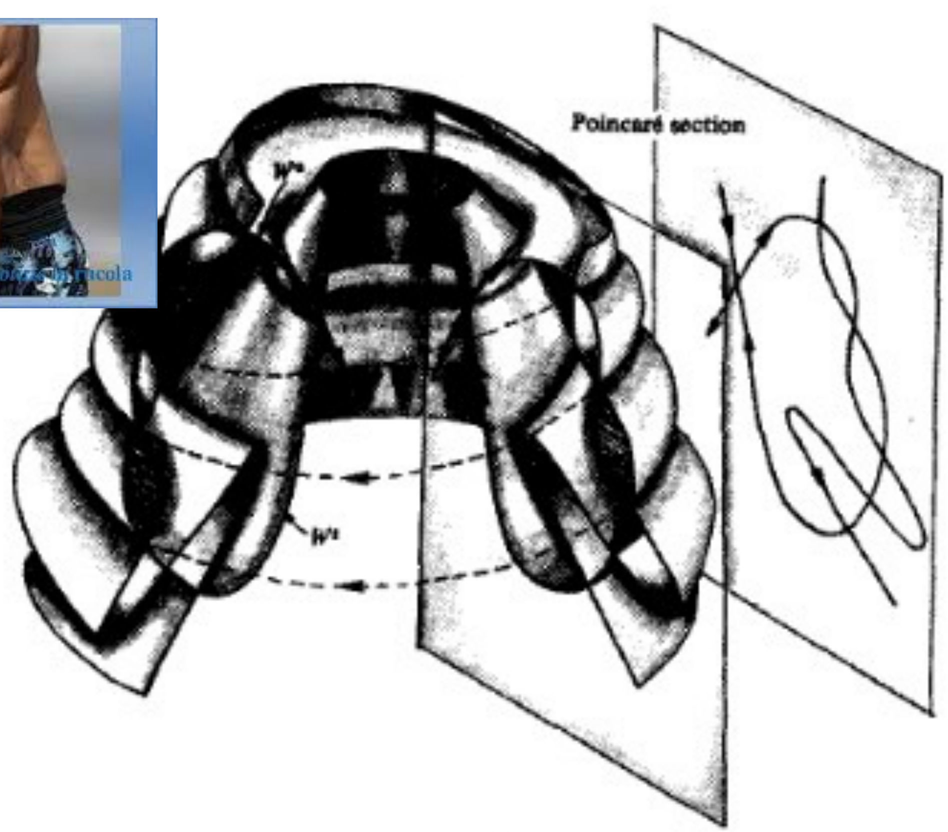
La sequenza complessiva che veniva fuori dall'interazione tra queste curve ideali era talmente **irregolare** che lo stesso matematico francese rinunciò presto alla pretesa di rappresentarla graficamente, e così la descrisse successivamente nel terzo volume del suo *Méthodes nouvelles de la mécanique céleste* (1882-1889):

Tentiamo di farci un'idea della figura formata da queste due curve e delle loro intersezioni, che sono in numero infinito e corrispondono ciascuna a una soluzione doppiamente asintotica; queste intersezioni formano una sorta di reticolo, di ordito, di rete dalle maglie infinitamente fitte; ciascuna delle due curve non deve mai intersecare se stessa, ma deve ripiegarsi su se stessa in maniera assai complicata per poter intersecare un'infinità di volte tutte le maglie della rete.

Jules-Henri Poincaré (1893). "New Methods of Celestial Mechanics (History of Modern Physics and Astronomy, 13)", a cura di Daniel I. Goroff. American Institute of Physics, Boston.

Mostruosità omocliniche…

…e mostruosità balneari…

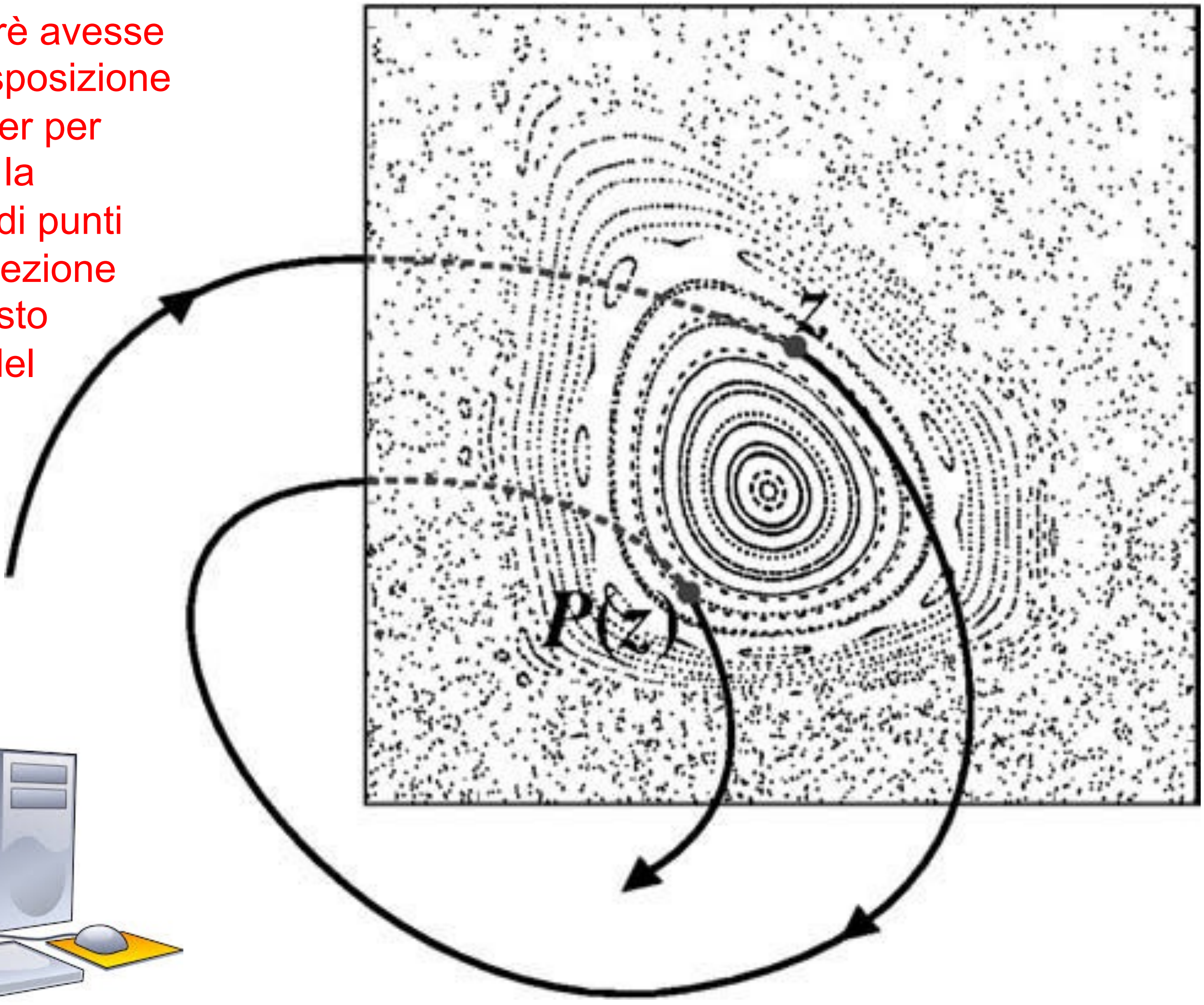


Tentiamo di farci un'idea della figura formata da queste due curve e delle loro intersezioni, che sono in numero infinito e corrispondono ciascuna a una soluzione doppiamente asintotica; queste intersezioni formano una sorta di reticolo, di ordito, di rete dalle maglie infinitamente fitte; ciascuna delle due curve non deve mai intersecare se stessa, ma deve ripiegarsi su se stessa in maniera assai complicata per poter intersecare un'infinità di volte tutte le maglie della rete.

Jules-Henri Poincaré (1893). "New Methods of Celestial Mechanics (History of Modern Physics and Astronomy, 13)", a cura di Daniel I. Goroff. American Institute of Physics, Boston.

«Ah, se avessi avuto un computer…»

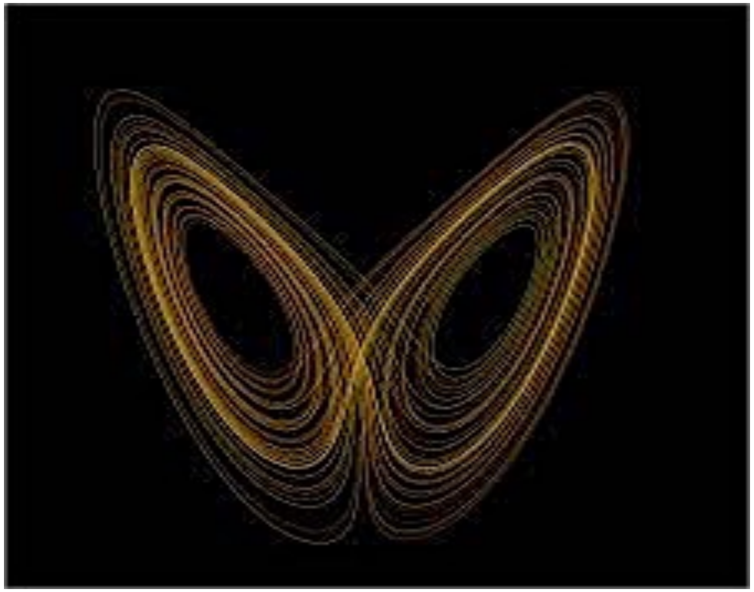
Se Poincarè avesse avuto a disposizione un computer per analizzare la sequenza di punti sulla sua sezione avrebbe visto qualcosa del genere…



La scoperta del Caos Deterministico!

Lo sconcerto di Poincarè di fronte a quella situazione non era ovviamente immotivato. Oggi sappiamo che la soluzione generale delle equazioni che descrivono l'evoluzione nel tempo delle traiettorie di tre corpi in interazione gravitazionale reciproca esiste ed è analitica (quindi anche deterministica), ma non è possibile scriverne una forma esplicita che sia più semplice delle equazioni originarie. E' invece possibile ricavare delle soluzioni approssimate di tipo numerico (cioè al calcolatore) o basate su perturbazioni. Ma anche in questi casi i risultati trovati sono validi solo all'interno di intervalli limitati di tempo: come aveva capito Poincarè già a fine Ottocento, prima o poi quei risultati finiscono per divergere e il comportamento a lungo termine del sistema diventa assolutamente imprevedibile…

Morale della favola: nel suo tentativo di risolvere il problema dei tre corpi in meccanica celeste, Poincarè si era imbattuto in quello che, circa cento anni dopo, sarebbe diventato uno dei concetti più rivoluzionari della storia della fisica. Senza rendersene conto, infatti, lo scienziato francese aveva scoperto il "Caos Deterministico"!



Determinismo e Prevedibilità

IL PARADIGMA MECCANICISTICO NEWTONIANO-CARTESIANO

1) Metafora della **conoscenza come** "**edificio**" → scienza costruita su solide *fondamenta: struttura* della materia, leggi *fondamentali*, principi *fondamentali*, *mattoni* elementari, etc... → **riduzionismo metodologico** (da distinguersi da quello «ontologico» e da quello «epistemologico» -- si veda Ayala o Mayr)

RIDUZIONISMO METODOLOGICO
- per studiare un dato sistema, ad un certo livello gerarchico di organizzazione, è necessario/conveniente analizzare i suoi elementi costituenti, i componenti degli elementi costituenti, i componenti dei componenti e così via, fino al più basso livello gerarchico ("Il tutto è uguale alla somma delle parti")

RIDUZIONISMO ONTOLOGICO
- che il mondo organico-biologico è costituito dalla stessa materia del mondo inorganico (campi di energia);
- che nel mondo organico-biologico-psicologico non si verifica alcun evento o processo che è in contrasto con i fenomeni chimici e fisici che si verificano ai livelli molecolari, atomici o subatomici.

RIDUZIONISMO EPISTEMOLOGICO
- le teorie e le leggi formulate in un dato ambito scientifico (che studia sistemi ad un certo livello gerarchico di organizzazione della materia) possono considerarsi sempre come casi particolari di teorie e leggi formulate in qualche altro ambito più fondamentale (cioè di livello più basso… fino ad arrivare alla fisica!)

Determinismo e Prevedibilità

IL PARADIGMA MECCANICISTICO NEWTONIANO-CARTESIANO

1) Metafora della **conoscenza come** "**edificio**" → scienza costruita su solide *fondamenta: struttura* della materia, leggi *fondamentali*, principi *fondamentali*, *mattoni* elementari, etc... → **riduzionismo metodologico** (da distinguersi da quello «ontologico» e da quello «epistemologico» -- si veda Ayala o Mayr)

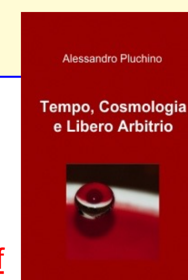
2) Visione della natura non più come organismo ma come «**macchina**», dell'**universo come sistema meccanico** formato da componenti elementari e di Dio come "**orologiaio cosmico**" → **determinismo** → **prevedibilità**

Determinismo e Prevedibilità

IL PARADIGMA MECCANICISTICO NEWTONIANO-CARTESIANO

1) Metafora della **conoscenza come** "**edificio**" → scienza costruita su solide *fondamenta: struttura* della materia, leggi *fondamentali*, principi *fondamentali*, *mattoni* elementari, etc... → **riduzionismo metodologico** (da distinguersi da quello «ontologico» e da quello «epistemologico» -- si veda Ayala o Mayr)

2) Visione della natura non più come organismo ma come «**macchina**», dell'**universo come sistema meccanico** formato da componenti elementari e di Dio come "**orologiaio cosmico**" → **determinismo** → **prevedibilità**



Per approfondimenti su Determinismo e Riduzionismo si veda ad es.
A.Pluchino «Tempo, Cosmologia e Libero Arbitrio» (2011)
http://www.pluchino.it/NUOVO-SITO-2019/BOOKS_ET_AL/TEMPO_COSMOLOGIA_LIBEROARBITRIO.pdf

Determinismo e Prevedibilità

Per il senso comune, fortemente influenzato dal Paradigma Meccanicistico, già la semplice definizione di «Caos Deterministico» può sembrare, a prima vista, un ossimoro. Infatti, caos è sinonimo di imprevedibilità, mentre determinismo è sinonimo di prevedibilità! Sin da quando era nata, alla fine del Settecento, la meccanica celeste si era fondata sulla concezione deterministica dell'universo elaborata da Pierre-Simon de Laplace, il matematico, fisico e astronomo francese che le aveva dato quel nome nella sua opera in cinque volumi *Mécanique Céleste* (1799-1825), realizzata riassumendo ed estendendo il lavoro dei suoi predecessori (da Galileo e Keplero fino a Netwon e Lagrange).

Laplace considerava i fenomeni del mondo naturale come legati tra loro da precisi rapporti di causa-effetto: nella meccanica classica questa concezione si traduceva nel fatto che la conoscenza delle condizioni iniziali di posizione e velocità di un corpo o di un sistema di corpi, unite alla conoscenza delle leggi che ne descrivono il moto, consentono deterministicamente di prevedere – almeno in linea di principio – l'evoluzione futura del sistema.

Il "Demone" di Laplace

Per questo, in un passaggio poi divenuto celebre, Laplace scriveva: «*Possiamo considerare lo stato attuale dell'universo come l'effetto del suo passato e la causa del suo futuro. Una intelligenza che, per un istante dato, potesse conoscere tutte le forze da cui la natura è animata e la situazione rispettiva degli esseri che la compongono, e che inoltre fosse abbastanza grande da sottomettere questi dati all'analisi, abbraccerebbe nella stessa formula i movimenti dei più grandi corpi dell'universo e quelli dell'atomo più leggero: nulla le risulterebbe incerto, l'avvenire come il passato sarebbe presente ai suoi occhi…*»

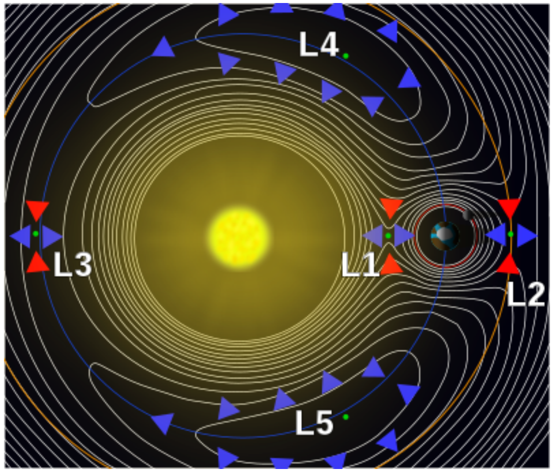
Pierre Simon Laplace (1814). "Essai philosophique sur les probabilités", Paris, Courcier.

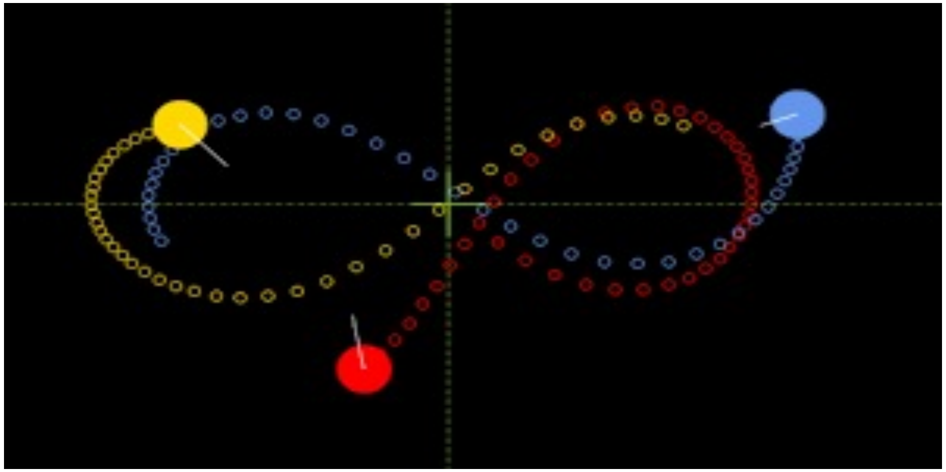
Certamente egli era consapevole del fatto che un'intelligenza di questo tipo dovesse avere caratteristiche soprannaturali (è quello che viene chiamato "demone di Laplace") e che, nella realtà di esseri finiti quali noi siamo, la conoscenza inevitabilmente approssimata delle condizioni iniziali di posizione e velocità dei corpi avrebbe prodotto delle piccole imprecisioni nel calcolo delle loro traiettorie. Ma era anche convinto che quelle imprecisioni sarebbero rimaste comunque piccole nel tempo (LINEARITA'), lasciando sostanzialmente intatta la nostra capacità di prevedere, con buona probabilità, il comportamento futuro del sistema.

Stabilità e Instabilità

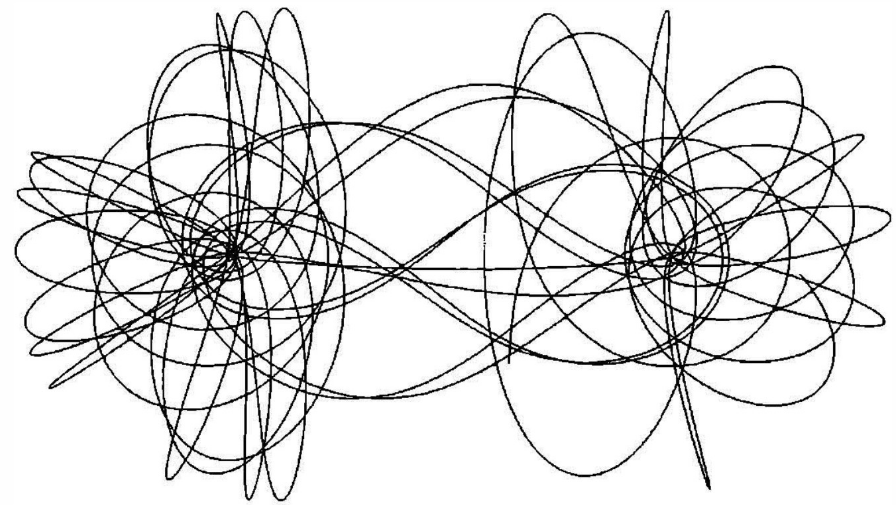
Anche la trattazione matematica del problema dei tre corpi, di cui abbiamo discusso nelle pagine precedenti, si collocava all'interno di questa cornice concettuale, che legava strettamente tra loro determinismo e prevedibilità. Ed è per questo che, ai tempi di Poincarè e del concorso promosso da Nature, era dato per scontato che, risolvendo analiticamente le pur complicate equazioni differenziali derivanti dalle leggi del moto di Newton, si sarebbe riusciti a prevedere con una certa precisione il comportamento futuro del sistema a partire da certe condizioni iniziali. L'importanza della scoperta effettuata da Poincarè nel **1889**, di cui abbiamo raccontato in dettaglio la genesi, risiedeva proprio nel suo minare alle fondamenta questa convinzione: pur rimanendo perfettamente deterministica, infatti, l'evoluzione a lungo termine delle traiettorie anche di **soli tre corpi** gravitazionalmente interagenti era destinata a diventare, sotto certe condizioni, completamente imprevedibile e caotica!

I punti lagrangiani in un sistema a tre corpi. Le frecce colorate indicano la direzione del gradiente del potenziale genera lizzato del campo.



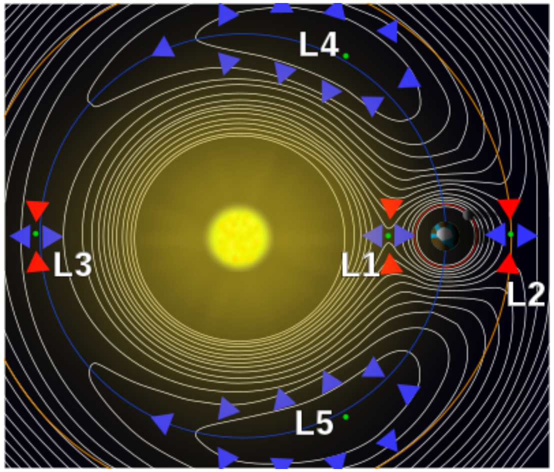


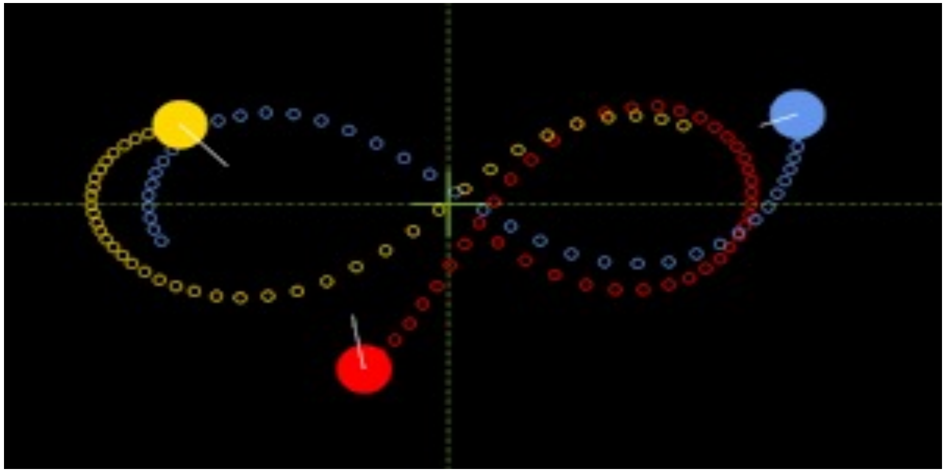
Stabilità e Instabilità



Orbita caotica nel problema ristretto dei tre corpi. Se invece di vivere girando intorno ad un sole semplice vivessimo in un piccolo pianeta che gira intorno ad una stella doppia, Kepler sarebbe stato obbligato ad abbandonare il suo proposito di trovare leggi regolari per il movimento dei pianeti, perché questi girano intorno a ciascuna stella con periodi che non seguono nessuno shema regolare.

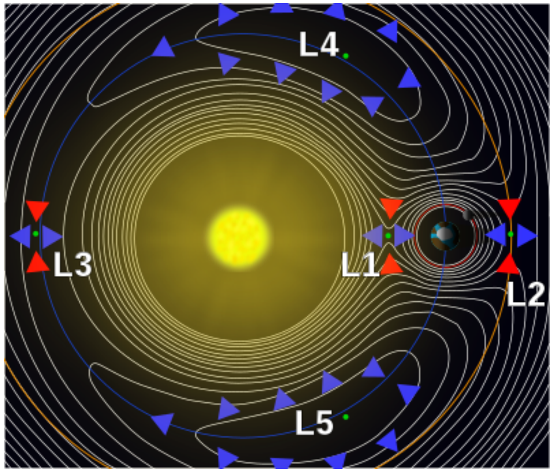
I punti lagrangiani in un sistema a tre corpi. Le frecce colorate indicano la direzione del [gradiente]() del [potenziale]() genera lizzato del campo.

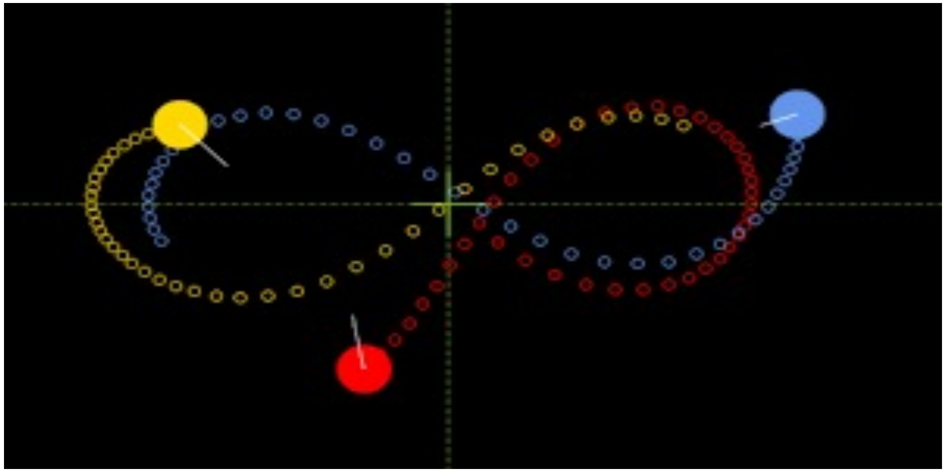




Stabilità e Instabilità

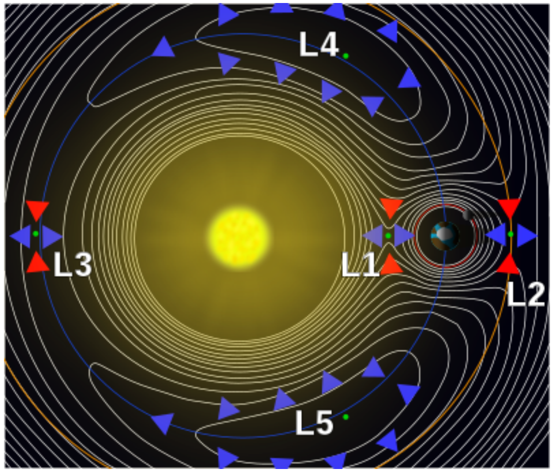
I punti lagrangiani in un sistema a tre corpi. Le frecce colorate indicano la direzione del [gradiente]() del [potenziale]() genera lizzato del campo.

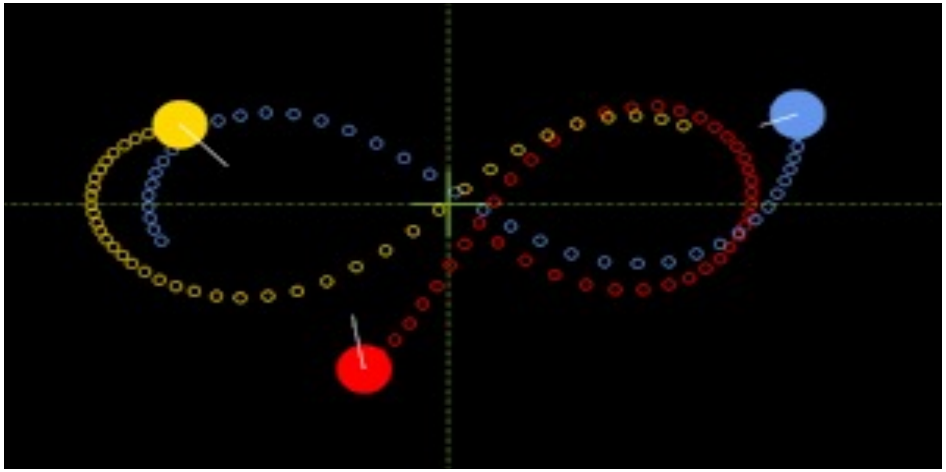




Stabilità e Instabilità

I punti lagrangiani in un sistema a tre corpi. Le frecce colorate indicano la direzione del gradiente del potenziale genera lizzato del campo.





L'Effetto Farfalla e la Teoria del Caos

Però, Poincaré riuscì anche a dimostrare che, se era pur vero che esistevano infinite potenziali orbite caotiche per il suo asteroide in moto nel campo gravitazionale di Giove e del Sole, la probabilità di trovarsi su una di queste orbite rimaneva comunque molto piccola. E tanto gli bastò per tranquillizzare i suoi contemporanei sulla stabilità del sistema solare e lasciar sopravvivere la convinzione (diciamo pure il sogno) di Laplace per cui piccole cause producono statisticamente effetti altrettanto piccoli. Così si dovette aspettare ancora quasi un secolo prima che l'eredità di Poincarè venisse raccolta dalla fisica moderna e che le sue intuizioni sul caos deterministico, grazie soprattutto all'invenzione e alla diffusione dei calcolatori elettronici, producessero nei fatti quella rivoluzione epistemologica che lui era riuscito, inconsapevolmente, ad evitare.

Come già anticipato, fu infatti l'avvento della Teoria del Caos, a cavallo tra gli anni Settanta e Ottanta del Novecento, a sancire l'inevitabile e definitivo divorzio tra determinismo e prevedibilità con l'introduzione di un concetto che ormai è entrato a far parte dell'immaginario collettivo, grazie anche al suo nome evocativo: l'*effetto farfalla*.

L’Effetto Farfalla e la Teoria del Caos

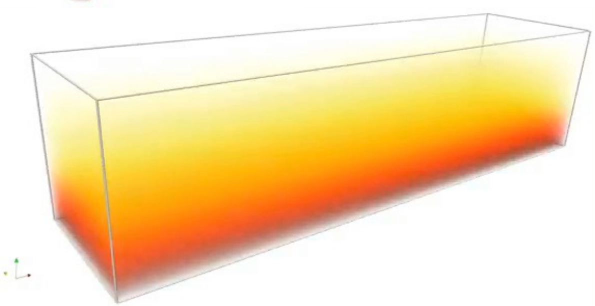
Nel **1972** il matematico e meteorologo Edward Lorenz, considerato uno dei padri della teoria del caos, tenne una conferenza dal titolo “Può il battito d’ali di una farfalla in Brasile provocare un tornado in Texas?”. In quella conferenza lo scienziato statunitense cercò di convincere l’audience dell’esistenza di un fenomeno sorprendente, di cui lui stesso si era reso conto grazie ad alcune simulazioni al calcolatore…

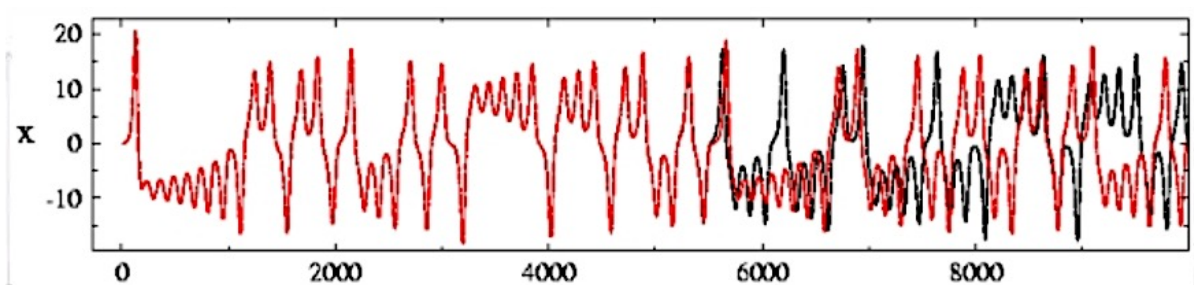
L'Effetto Farfalla e la Teoria del Caos

Nel **1972** il matematico e meteorologo Edward Lorenz, considerato uno dei padri della teoria del caos, tenne una conferenza dal titolo "Può il battito d'ali di una farfalla in Brasile provocare un tornado in Texas?". In quella conferenza lo scienziato statunitense cercò di convincere l'audience dell'esistenza di un fenomeno sorprendente, di cui lui stesso si era reso conto grazie ad alcune simulazioni al calcolatore…

Integrando numericamente le equazioni differenziali che descrivevano un modellino semplificato dell'atmosfera nel tentativo di prevederne l'evoluzione futura, Lorenz aveva infatti scoperto che, in certe condizioni, un'imprecisione anche minuscola nelle condizioni iniziali veniva rapidamente amplificata nel tempo, fino a rendere l'evoluzione del sistema completamente imprevedibile.

$$\begin{cases} \dot{X} = p(Y - X) \\ \dot{Y} = -XZ + rX - Y \\ \dot{Z} = XY - bZ \end{cases}$$





L'Effetto Farfalla e la Teoria del Caos

Nel **1972** il matematico e meteorologo Edward Lorenz, considerato uno dei padri della teoria del caos, tenne una conferenza dal titolo "Può il battito d'ali di una farfalla in Brasile provocare un tornado in Texas?". In quella conferenza lo scienziato statunitense cercò di convincere l'audience dell'esistenza di un fenomeno sorprendente, di cui lui stesso si era reso conto grazie ad alcune simulazioni al calcolatore…

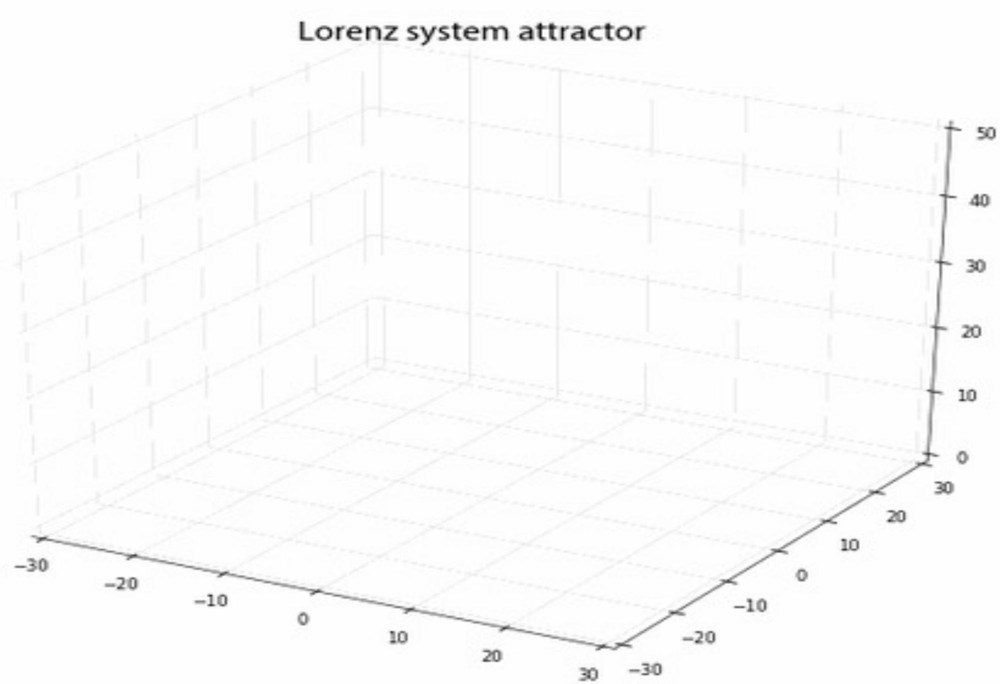
Integrando numericamente le equazioni differenziali che descrivevano un modellino semplificato dell'atmosfera nel tentativo di prevederne l'evoluzione futura, Lorenz aveva infatti scoperto che, in certe condizioni, un'imprecisione anche minuscola nelle condizioni iniziali veniva rapidamente amplificata nel tempo, fino a rendere l'evoluzione del sistema completamente imprevedibile.

Questo fenomeno, noto al grande pubblico come "effetto farfalla", è tecnicamente chiamato "sensibilità alle condizioni iniziali" e rappresenta l'essenza del caos deterministico. Apparve subito chiaro, infatti, che l'effetto farfalla infrangeva definitivamente il sogno di Laplace (che ancora resisteva in ambito macroscopico, visto che in quello microscopico era già stato messo a dura prova all'inizio del Novecento dalle scoperte della Meccanica Quantistica): in un sistema caotico, cause molto piccole (ovvero piccole differenze nelle condizioni iniziali), lungi dal rimanere tali nel tempo, possono produrre, a lungo termine, effetti anche enormi!

L’Attrattore di Lorenz

Il potere computazionale dei calcolatori, che aveva messo Lorenz in condizioni di toccare con mano l’instabilità dinamica intuita un secolo prima da Poincarè nello studio del problema dei tre corpi, permise al meteorologo statunitense addirittura di visualizzare su uno schermo quello che poi divenne uno dei principali simboli della teoria del caos: stiamo parlando del famoso “attrattore caotico di Lorenz”, un oggetto geometrico estremamente complesso che prende forma in uno spazio tridimensionale virtuale detto “spazio degli stati”, dove un punto rappresenta l’intero sistema e una curva rappresenta la traiettoria di quel sistema al passare del tempo…

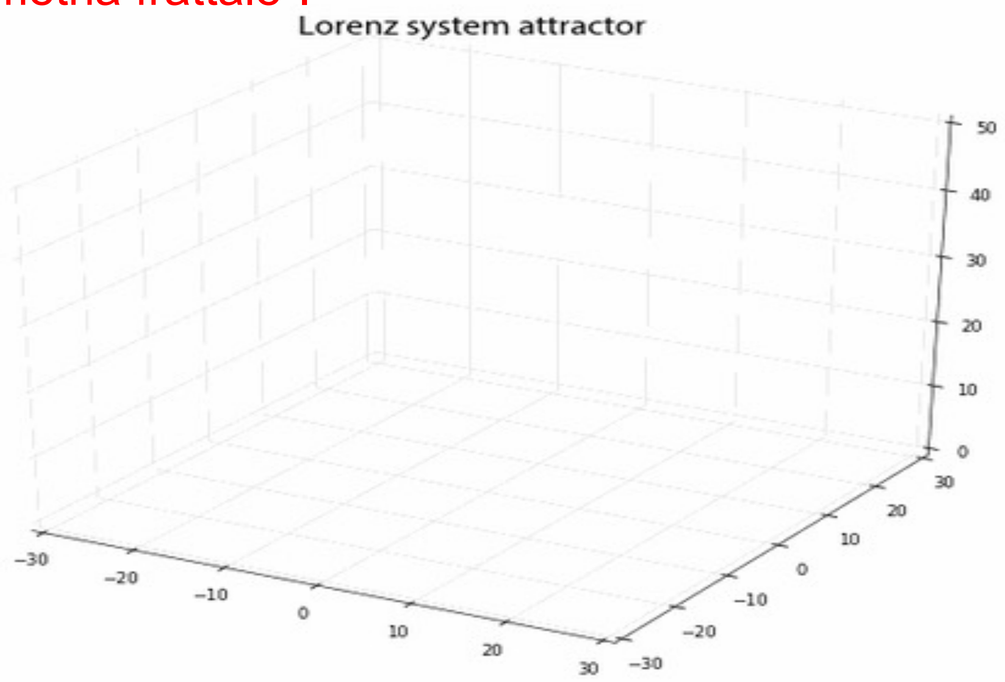
Nello spazio degli stati le traiettorie non possono intersecarsi quindi in spazi con meno di tre dimensioni non è possibile avere caos…



L'Attrattore di Lorenz

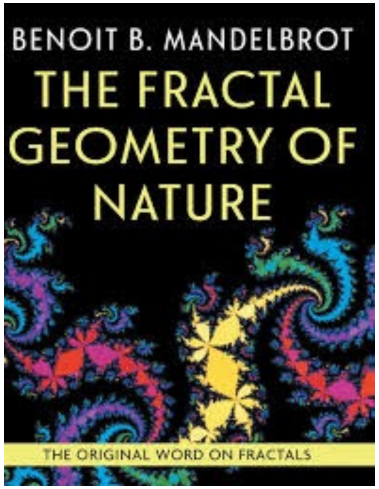
Questo attrattore rappresenta, tecnicamente, "l'insieme di tutti gli stati meteorologici che il sistema può assumere dopo un tempo abbastanza lungo perché lo stato iniziale non eserciti più effetto" e a prima vista sembra composto da due superfici bidimensionali che, curiosamente, si intersecano come "ali" di una farfalla. In realtà, come scoprì lo stesso Lorenz, esso è formato da un numero infinito di superfici vicinissime e molto simili tra loro, ciascuna delle quali è a sua volta costituita da altre due superfici e così via, all'infinito. Per quanto indubbiamente strana, questo tipo di struttura – come si scoprì in seguito – possiede una geometria estremamente comune in natura, dotata di autosimilarità e invarianza di scala, detta "geometria frattale".

L'attrattore di Lorenz ha una dimensione frazionaria (frattale) pari a circa 2.06

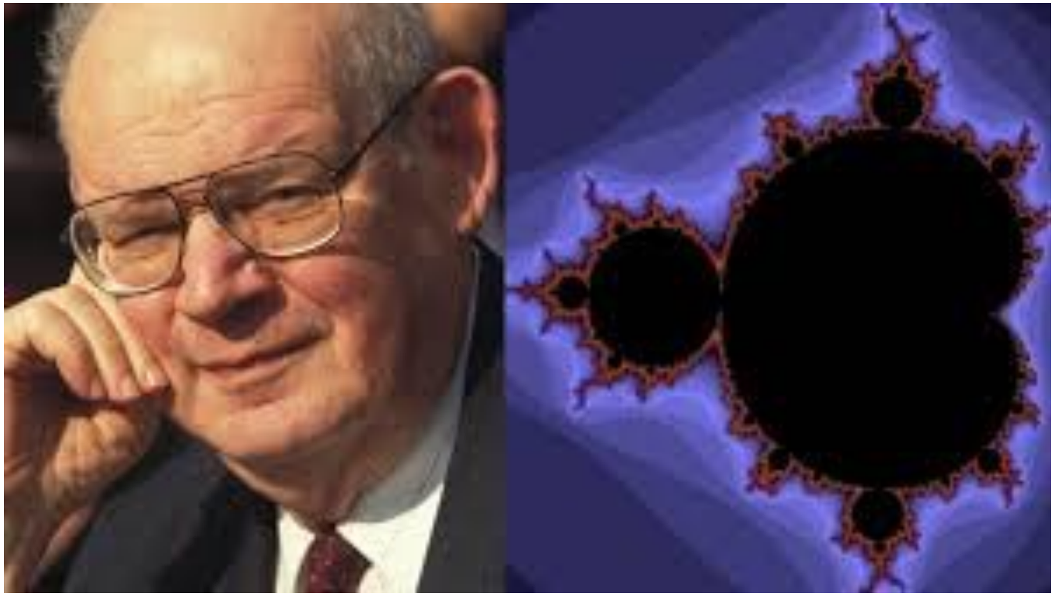


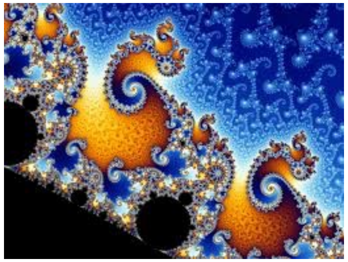
L’Attrattore di Lorenz

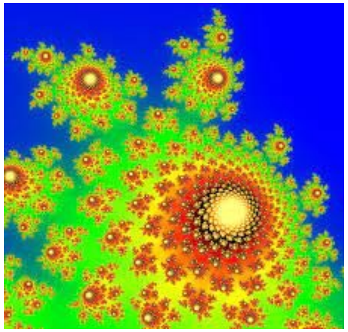
Questo attrattore rappresenta, tecnicamente, “l’insieme di tutti gli stati meteorologici che il sistema può assumere dopo un tempo abbastanza lungo perché lo stato iniziale non eserciti più effetto” e a prima vista sembra composto da due superfici bidimensionali che, curiosamente, si intersecano come “ali” di una farfalla. In realtà, come scoprì lo stesso Lorenz, esso è formato da un numero infinito di superfici vicinissime e molto simili tra loro, ciascuna delle quali è a sua volta costituita da altre due superfici e così via, all’infinito. Per quanto indubbiamente strana, questo tipo di struttura – come si scoprì in seguito – possiede una geometria estremamente comune in natura, dotata di autosimilarità e invarianza di scala, detta “geometria frattale”.



1975

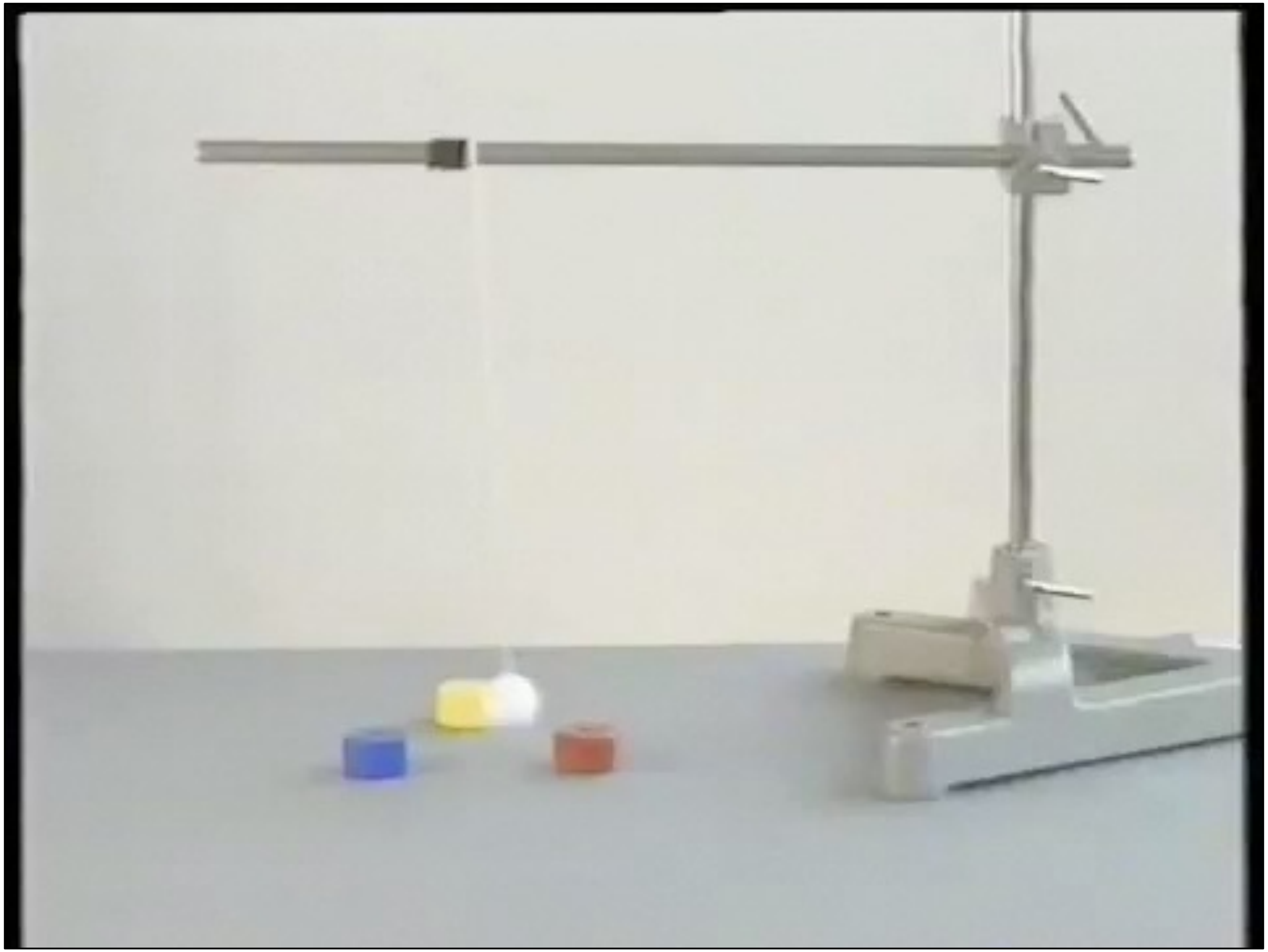






Caos, Autosimilarità e Frattali

Un esempio di Pendolo Caotico

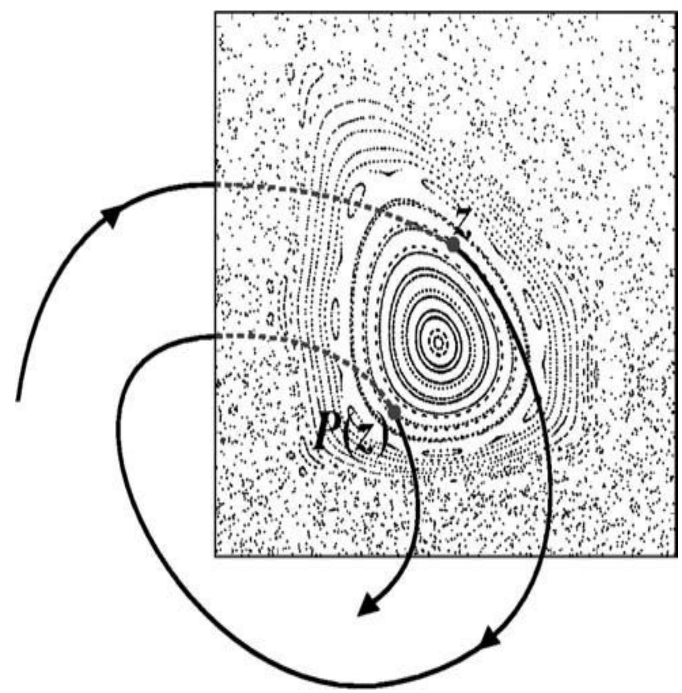


Mappe come sistemi dinamici

In realtà, lo sviluppo della teoria del caos negli anni Settanta del secolo scorso è storicamente legato, non solo al sistema dinamico di Lorenz, ma anche ad un altro sistema dinamico deterministico, formalmente ancora più semplice, forse uno dei più semplici che sia possibile immaginare, ma che ancora oggi continua a sorprendere i fisici e i matematici per l'estrema complessità del suo comportamento. E anche in questo caso troviamo lo zampino di Poincaré…

Ricordate il concetto di "mappa" introdotto dal matematico francese per descrivere le intersezioni periodiche del suo asteroide con il piano trasversale immaginario? Al contrario dei sistemi dinamici descritti da equazioni differenziali, una mappa è un sistema dinamico discreto e dunque non è soggetto ai vincoli matematici che vietano l'intersezione delle traiettorie. Nel caso delle mappe non è quindi necessario avere tre dimensioni per dare vita ad un attrattore caotico: basta anche una sola dimensione per osservare l'effetto farfalla! Ebbene, all'origine della rivoluzione del caos deterministico troviamo proprio una mappa unidimensionale: la cosiddetta "Mappa Logistica" .

Mappa di Poincaré $\boxed{P_{n+1} = F(P_n)}$

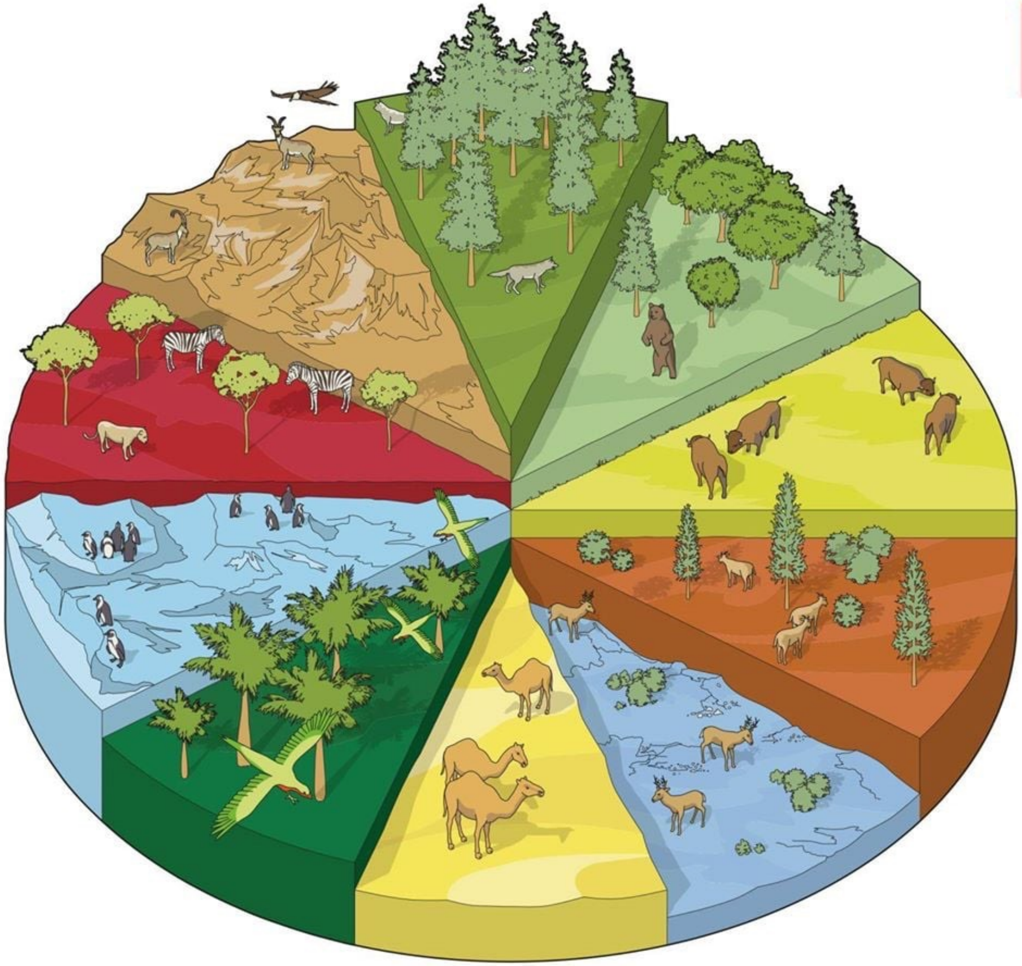


La Mappa Logistica

La mappa logistica fu introdotta nel **1976** dal biologo australiano Robert May per descrivere l'evoluzione nel tempo di una popolazione di individui (molecole, cellule, animali) in grado di riprodursi all'interno di un ecosistema con risorse limitate.

Mappa Logistica

$$\boxed{x_{n+1} = Ax_n(1 - x_n)}$$



La Mappa Logistica

La mappa logistica fu introdotta nel **1976** dal biologo australiano Robert May per descrivere l'evoluzione nel tempo di una popolazione di individui (molecole, cellule, animali) in grado di riprodursi all'interno di un ecosistema con risorse limitate.

Mappa Logistica

$$\boxed{x_{n+1} = A x_n (1 - x_n)}$$

Modello di crescita

Avendo supposto che il numero di individui di una popolazione sia una funzione continua del tempo $N(t)$ che ammette derivata continua, si ha che l'incremento della popolazione al variare del tempo può essere rappresentato dalla derivata di $N(t)$, che in un modello elementare si può supporre direttamente proporzionale al numero di individui della popolazione stessa.

Si ha pertanto la seguente equazione differenziale:

$$\frac{d}{dt} N = r N(t) \quad \rightarrow N(t) = N_o e^{rt}$$

Crescita Maltusiana (esponenziale)

con r: parametro di crescita malthusiana (tasso massimo di crescita della popolazione).

Pertanto se r è una costante la popolazione cresce in maniera esponenziale con pendenza dipendente da r.

Invece in un ambiente la cui disponibilità di risorse è limitata si può descrivere l'evoluzione della popolazione utilizzando un coefficiente r che decresce all'aumentare della popolazione: il modello più semplice è $r(t)$: $= a - bN(t)$ con a e b costanti. Sostituendo tale funzione nella precedente equazione differenziale si ottiene:

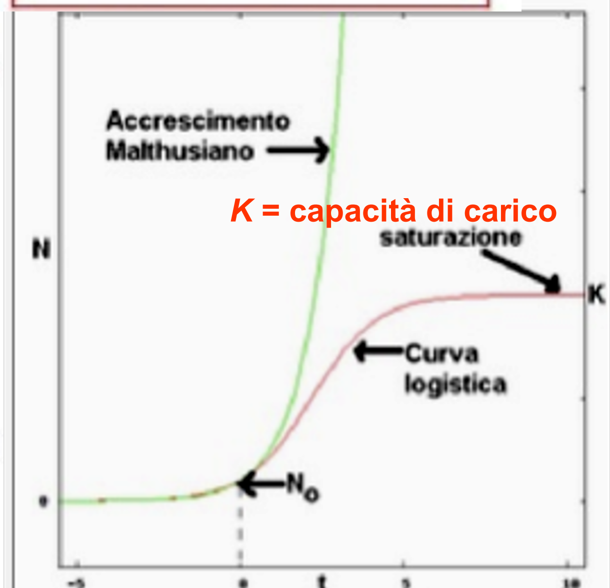
$$\frac{dN}{dt} = aN(t) - bN^2(t)$$

Equazione Logistica di Verhulst (sigmoide)
versione continua della Mappa Logistica

che può essere posta nella forma:

$$\boxed{\frac{dN}{dt} = aN\left(1 - \frac{N}{K}\right)} \quad \xleftrightarrow{\text{se a=b (K=1)}} \quad \boxed{\dot{N}(t) = aN(1-N)}$$

con $K = \frac{a}{b}$ che è la cosiddetta popolazione massima sostenibile ed a uguale al parametro di crescita malthusiana.



Confronto tra curva logistica e curva di accrescimento esponenziale (malthusiano). I parametri sono: $k = 10, N_0 = 1, r = 1$

La Mappa Logistica

La mappa logistica fu introdotta nel **1976** dal biologo australiano Robert May per descrivere l'evoluzione nel tempo di una popolazione di individui (molecole, cellule, animali) in grado di riprodursi all'interno di un ecosistema con risorse limitate.

Ciò di cui si accorse May fu che, al di sopra di un certo valore critico del parametro di controllo che regolava la velocità di riproduzione della popolazione, le oscillazioni del numero di individui all'interno dell'ecosistema cominciavano a diventare sempre più irregolari, fino a renderne del tutto imprevedibile l'evoluzione futura: May aveva scoperto un altro attrattore caotico, forse visivamente meno affascinante di quello "ad ali di farfalla" trovato da Lorenz (in quanto qui si trattava di un insieme di punti su una linea, essendo lo spazio degli stati a una dimensione), ma altrettanto intrigante dal punto di vista matematico. E nell'individuare quel valore critico del parametro di controllo della mappa, aveva anche introdotto un concetto che poi sarebbe diventato fondamentale anche per un'altra rivoluzione scientifica…

Mappa Logistica

$$\boxed{x_{n+1} = Ax_n(1 - x_n)}$$

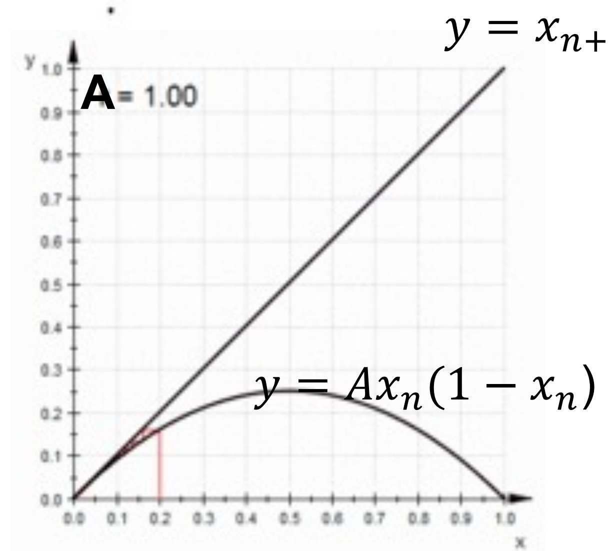
$$x_1 = Ax_0(1 - x_0)$$

$$x_2 = Ax_1(1 - x_1)$$

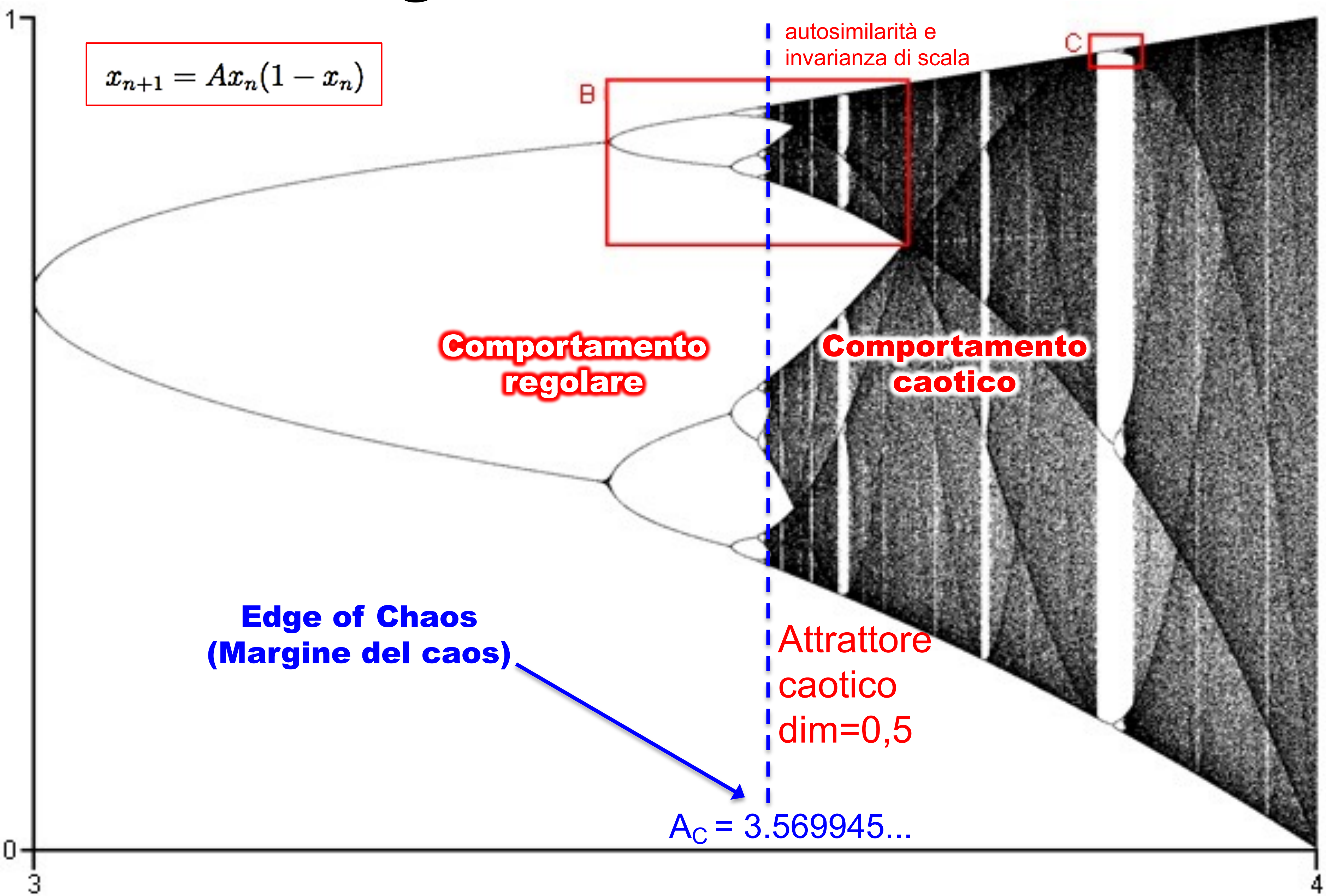
$$x_3 = Ax_2(1 - x_2)$$

.

.

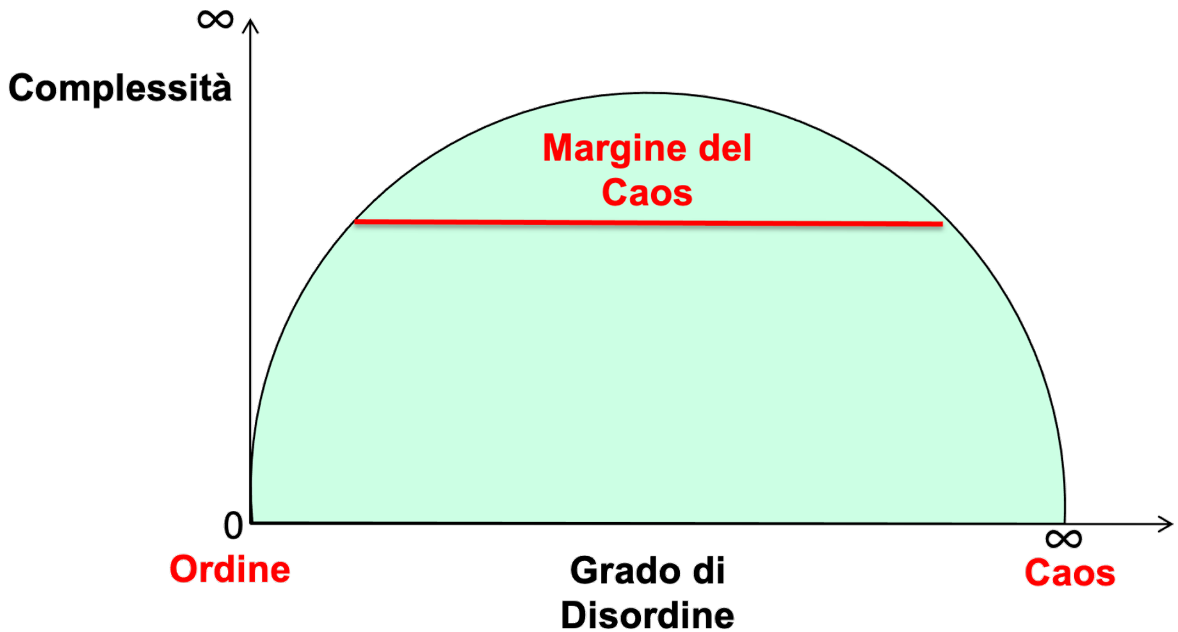


Il Diagramma di Biforcazione



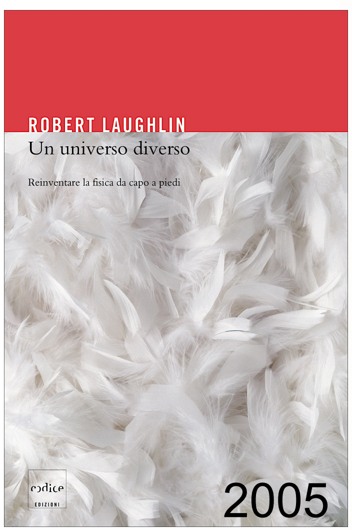
Complessità al Margine del Caos

Il concetto era quello di "margine del caos" e la rivoluzione – partita a cavallo tra il Ventesimo e il Ventunesimo secolo – sarebbe stata quella della Complessità. Oggi sappiamo infatti che un sistema complesso, che sia fisico, biologico, ecologico, sociale o economico, non è mai né completamente ordinato (regolare), né completamente disordinato (caotico). Piuttosto, vive al confine tra ordine e disordine, al margine del caos, in uno «stato critico» caratterizzato da forti correlazioni a lunga distanza, che fanno sì che il sistema si comporti come una totalità unitaria e non si presti ad essere descritto considerando separatamente le sue diverse componenti.



Complessità al Margine del Caos

Il concetto era quello di "margine del caos" e la rivoluzione – partita a cavallo tra il Ventesimo e il Ventunesimo secolo – sarebbe stata quella della Complessità. Oggi sappiamo infatti che un sistema complesso, che sia fisico, biologico, ecologico, sociale o economico, non è mai né completamente ordinato (regolare), né completamente disordinato (caotico). Piuttosto, vive al confine tra ordine e disordine, al margine del caos, in uno «stato critico» caratterizzato da forti correlazioni a lunga distanza, che fanno sì che il sistema si comporti come una totalità unitaria e non si presti ad essere descritto considerando separatamente le sue diverse componenti. **In un sistema complesso il tutto, insomma, è sempre maggiore della somma delle sue parti, in evidente contrasto con il riduzionismo metodologico**.



"Il compito centrale della fisica teorica nel nostro tempo **non è quello di scrivere le equazioni finali**, ma piuttosto di catalogare e comprendere il comportamento emergente nelle sue innumerevoli forme, tra cui potenzialmente la vita stessa. Chiamiamo questa fisica del secolo prossimo **lo studio della materia complessa adattativa.** Bene o male stiamo assistendo ad un passaggio dalla scienza del passato, intimamente legata al riduzionismo, allo studio della materia adattiva complessa, fermamente basata sull'esperimento, con la sua speranza di fornire un punto di partenza per nuove scoperte, **nuovi concetti e nuove saggezza**." (R.Laughlin)

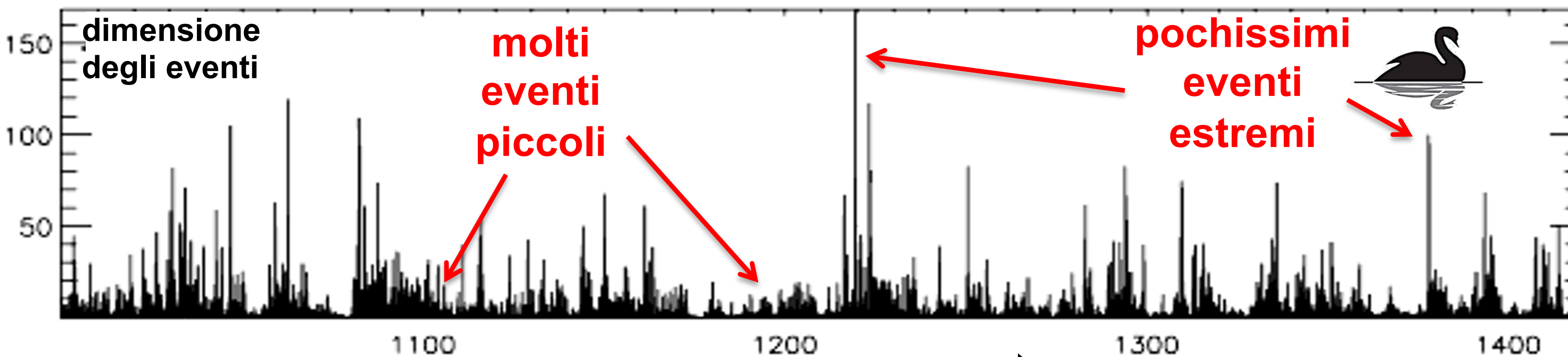
R.Lauglin,
1 novembre 1950,
premio nobel per la fisica 1998

Stato Critico ed Effetto Domino

Spesso i sistemi complessi si portano spontaneamente in questo stato critico, senza bisogno di regolare dall'esterno alcun parametro di controllo. Ed è proprio qui, al margine del caos, che emerge la **controparte spaziale** di quello che era l'effetto farfalla nei sistemi caotici: nei sistemi complessi, nelle giuste condizioni, **cause molto piccole possono dare luogo, per una sorta di effetto domino, ad eventi di tutte le dimensioni**, **anche enormi**, come accade per i cosiddetti "eventi estremi", detti anche "cigni neri".

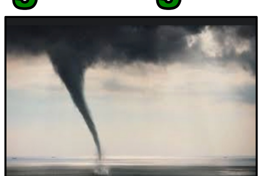
Stato Critico ed Effetto Domino

E’ così che, si è scoperto, funzionano i terremoti, le valanghe, gli incendi, ma anche l’estinzione delle specie, i crolli in borsa, lo scoppio delle guerre, delle rivoluzioni, delle mode o delle epidemie. La maggior parte di questi eventi rimangono (fortunatamente) molto piccoli, insignificanti, tanto che nemmeno li notiamo, come non noteremmo un cigno bianco in mezzo a migliaia di cigni bianchi. Poi, inaspettatamente, imprevedibilmente, quando uno meno se l’aspetta, ecco arrivare un cigno nero: un terremoto distruttivo, un incendio devastante, una crisi economica globale, una pandemia o una guerra che rischia di diventare mondiale...



i terremoti

gli uragani



gli incendi

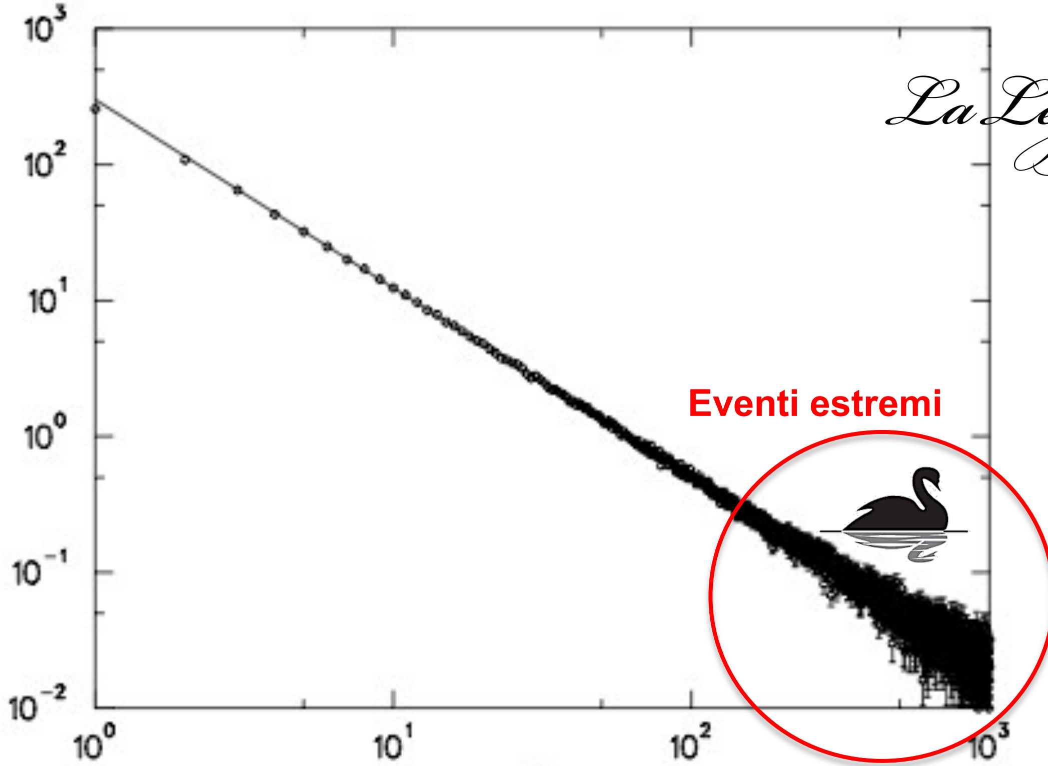
le guerre

i crolli in Borsa

le epidemie

La Firma della Complessità

Log della frequenza



Log della dimensione degli eventi

La Legge di Potenza

i terremoti

gli uragani

gli incendi

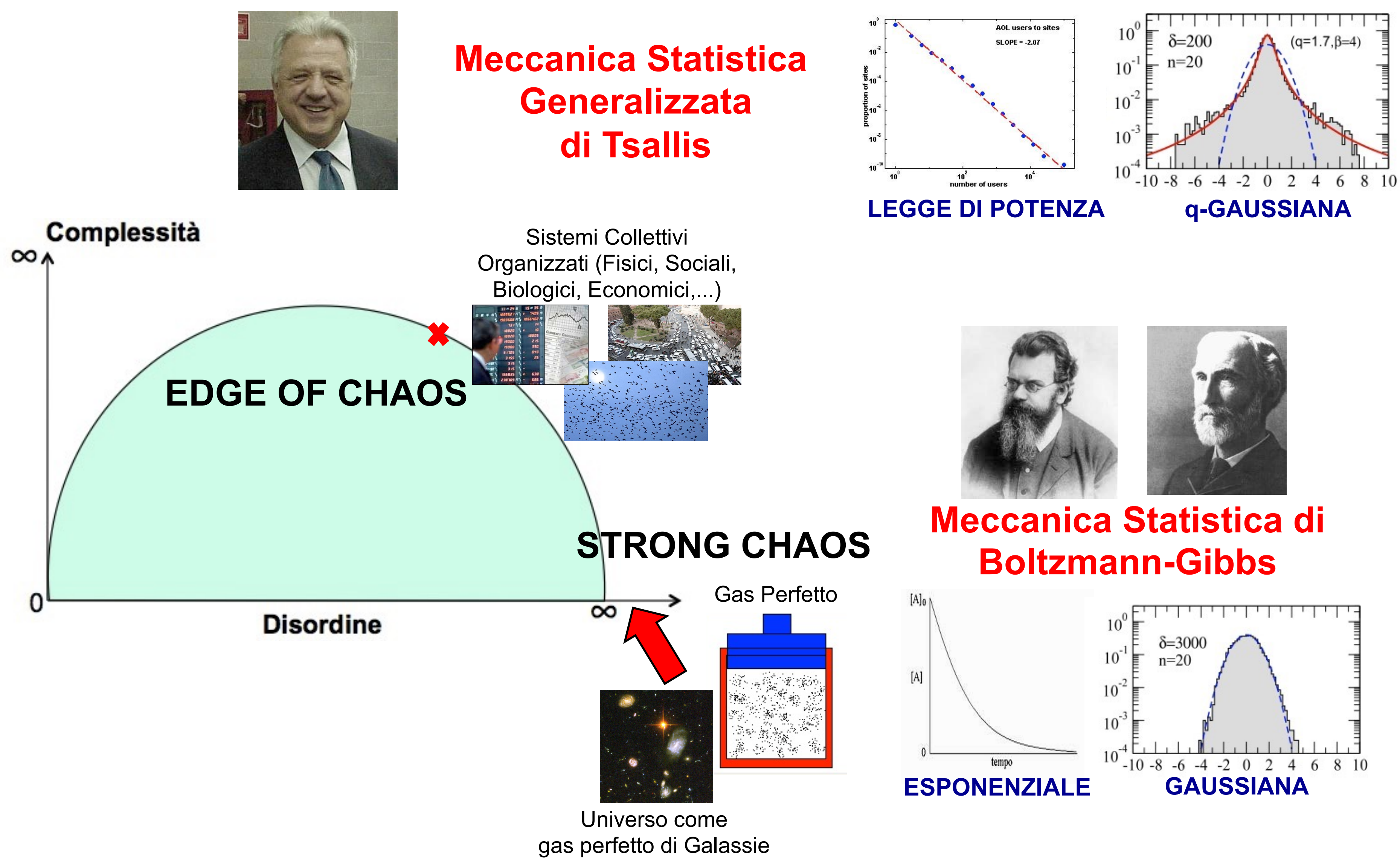
tempo

le guerre

i crolli in Borsa

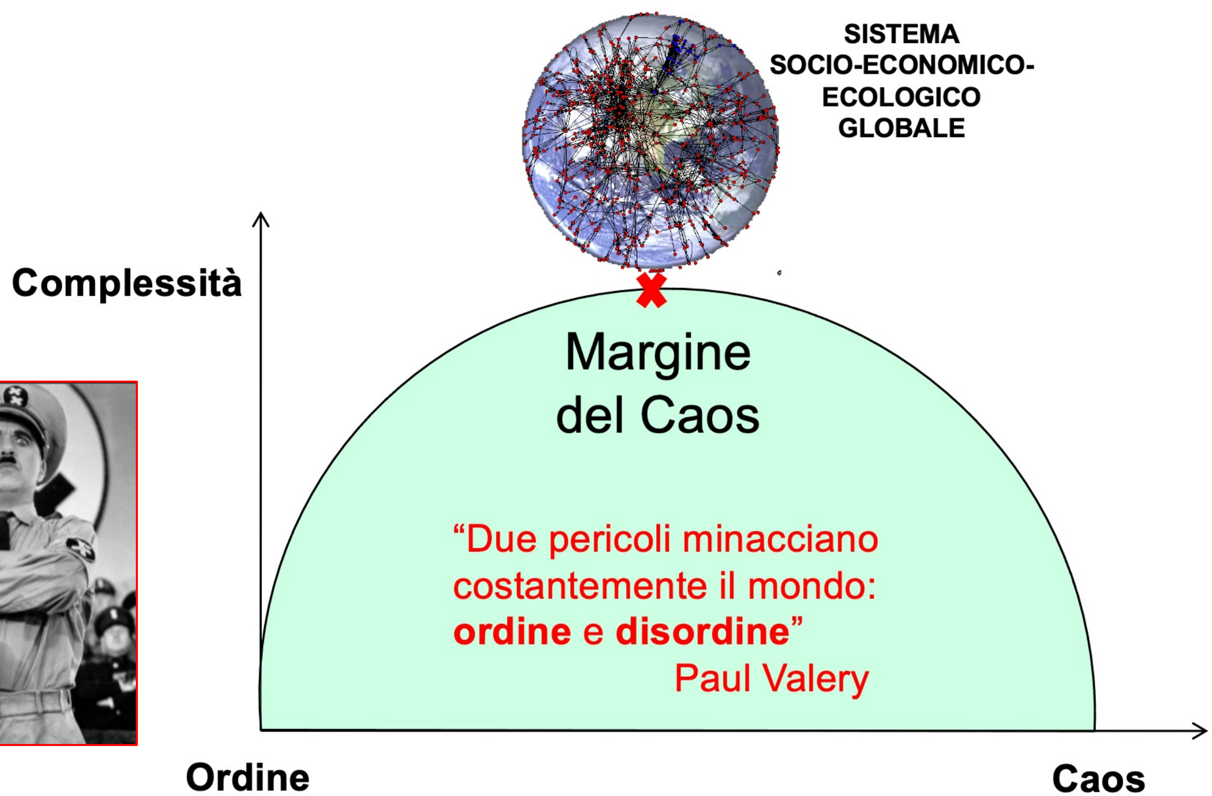
le epidemie

Meccanica Statistica al Margine del Caos



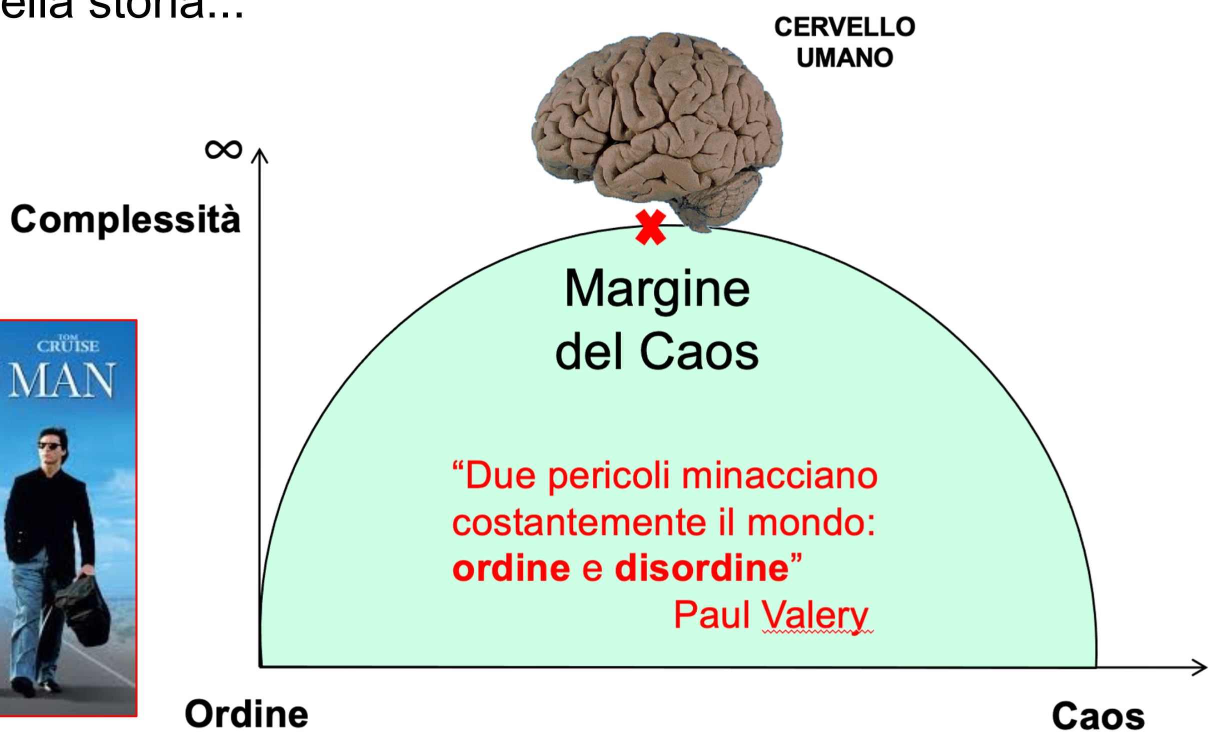
Un Mondo al Margine del Caos

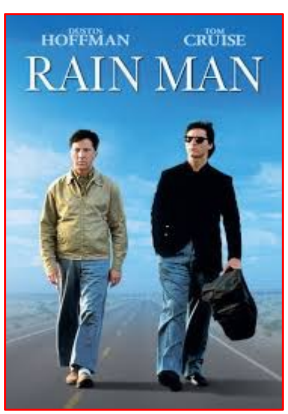
Certo, da questo punto di vista sembrerebbe controproducente vivere in un mondo complesso che si trovi nello stato critico, al margine del caos. A ben guardare, però, è proprio la permanenza in questo stato ad impedire al sistema di precipitare in uno dei due estremi a bassa complessità, rappresentati dall'eccesso di ordine e dall'eccesso di disordine. E questo, dal punto di vista socio-economico, significa ad esempio che una società complessa, finché riesce a rimanere tale, può evitare di precipitare in una dittatura o, all'estremo opposto, nell'anarchia...

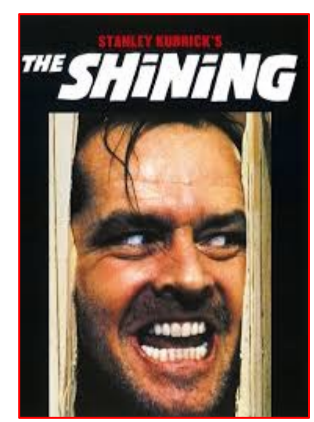


Cervello al Margine del Caos

Ma recentemente si è scoperto che anche il nostro cervello, sistema complesso per eccellenza, per lo meno quando funziona normalmente, si trova in uno stato critico, sempre in bilico tra ordine e disordine: ed è questo il processo dinamico alla base della nostra flessibilità e creatività, senza il quale rischieremmo di restare intrappolati in ossessioni compulsive (eccesso di ordine) o di trovarci esposti a crisi epilettiche o comportamenti schizofrenici (eccesso di disordine). In questo contesto, **i "cigni neri" della nostra vita interiore**, gli eventi estremi della nostra attività neurale, sarebbero evidentemente le idee geniali che hanno cambiato il corso della storia...







Il Cigno Nero di Poincarè

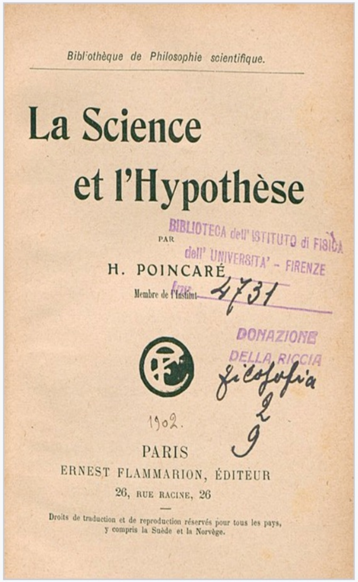
Idee geniali che, molto spesso, nascono quasi per caso da piccole intuizioni. Come quella che aveva portato, più di un secolo fa, Henri Poincaré ad affrontare in modo innovativo il problema dei tre corpi e a mettere in crisi la meccanica celeste. Anche in quel caso, probabilmente, tutto era nato in quella miniera della Borgogna francese, mentre da ingegnere fresco di laurea cercava di individuare la causa dell'esplosione. "*Una sola scintilla è sufficiente ad avviare la combustione*" aveva scritto. Ebbene, quella minuscola scintilla non avviò solo il processo che aveva, purtroppo, condotto alla morte della squadra di minatori. Avviò anche una sequenza imprevedibile di eventi nei circuiti cerebrali del grande scienziato francese, portandolo diversi anni dopo a gettare le basi di una **rivoluzione concettuale, filosofica e scientifica**, le cui ripercussioni, come abbiamo visto, sono ancora oggi più forti che mai...

Firma di Henri Poincaré.

Opere di Poincarè

Opere [modifica | modifica wikitesto]

- (FR) *Leçons sur la théorie mathématique de la lumière*, Paris, Carrè, 1889.
- (FR) *Solutions periodiques, non-existence des integrales uniformes, solutions asymptotiques*, vol. 1, Paris, Gauthier-Villars, 1892.
- (FR) *Methodes de mm. Newcomb, Gylden, Lindstedt et Bohlin*, vol. 2, Paris, Gauthier-Villars, 1893.
- (FR) *Invariants integraux, solutions periodiques du deuxieme genre, solutions doublement asymptotiques*, vol. 3, Paris, Gauthier-Villars, 1899.
- (FR) *Oscillations électriques*, Paris, Carrè, 1894.
- (FR) *Valeur de la science*, Paris, Flammarion, 1900.
- (FR) *Electricité et optique*, Paris, Carrè & Naud, 1901.
- (FR) *Science et l'hypothèse*, Paris, Flammarion, 1905.
- (FR) *Thermodynamique*, Paris, Gauthier-Villars, 1908.
- (FR) *Dernières pensées*, Paris, Flammarion, 1913.
- *La Scienza e l'Ipotesi* (1902). Edizione italiana: Bari, Dedalo, 1989. Traduzione G. Porcelli.
- *Il valore della scienza* (1905). Edizione italiana: Firenze, La Nuova Italia, 1994. A cura di G. Polizzi, traduzione F. Albergàmo e G. Polizzi.
- *Scienza e metodo* (1908). Edizione italiana: Torino, Einaudi, 1997. A cura di C. Bartocci.
- *Geometria e caso. Scritti di matematica e fisica*. Edizione italiana: Torino, Bollati Boringhieri. A cura di C. Bartocci.
- *Ultimi pensieri* (1913).
- (FR) *Théorie des tourbillons*, Sceaux, Édition Jacqus Gabay, 1990 [1893], ISBN 2-87647-026-8. URL consultato il 12 novembre 2022.
- (FR) *Électricité et optique. La lumière et les théories électro-dynamiques : leçons professées à la Sorbonne en 1888, 1890 et 1899 (2e édition revue et complétée)*, Paris, Georges Carré et C. Naud Éditeurs, 1901. URL consultato il 12 novembre 2022.
- (FR) *La théorie de Maxwell et les oscillations hertziennes : la télégraphie sans fil*, 3e édition, 1907. URL consultato il 12 novembre 2022.
- (FR) *Leçons de mécanique céleste : professées à la Sorbonne. Tome I*, Paris, Imprimerie Gauthier - Villars, 1905. URL consultato il 12 novembre 2022.
- (FR) *Leçons de mécanique céleste : professées à la Sorbonne. Tome 2, Partie 1*, Paris, 1907. URL consultato il 12 novembre 2022.
- (FR) *Leçons de mécanique céleste : professées à la Sorbonne. Tome 2, Partie 2*, 1905 - 1910. URL consultato il 12 novembre 2022.
- (FR) *Thermodynamique : leçons professées pendant le premier semestre 1888-89 (2e éd. revue et corrigée)*, Paris, Gauthier-Villars, Imprimeur-Libraire du Bureau des Longitudes, de l'École Polytechnique, 1908. URL consultato il 12 novembre 2022.
- (FR) *Leçons sur les hypothèses cosmogoniques*, Paris, 1911. URL consultato il 12 novembre 2022.
- (FR) *Calcul des probabilités*, 1912. URL consultato il 12 novembre 2022.

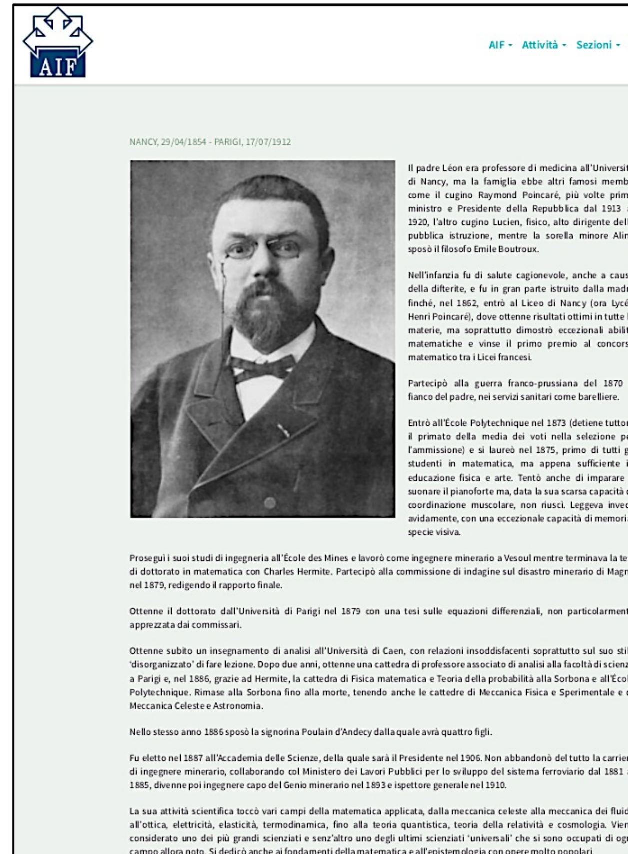


Science et l'hypothèse, 1905

Bibliografia essenziale…

https://www.vitapensata.eu/2022/01/04/tre-corpi-al-margine-del-caos/

https://www.aif.it/fisico/biografia-jules-henri-poincare/



NANCY, 29/04/1854 - PARIGI, 17/07/1912

Il padre Léon era professore di medicina all'Università di Nancy, ma la famiglia ebbe altri famosi membri come il cugino Raymond Poincaré, più volte primo ministro e Presidente della Repubblica dal 1913 al 1920, l'altro cugino Lucien, fisico, alto dirigente della pubblica istruzione, mentre la sorella minore Aline sposò il filosofo Emile Boutroux.

Nell'infanzia fu di salute cagionevole, anche a causa della difterite, e fu in gran parte istruito dalla madre finché, nel 1862, entrò al Liceo di Nancy (ora Lycée Henri Poincaré), dove ottenne risultati ottimi in tutte le materie, ma soprattutto dimostrò eccezionali abilità matematiche e vinse il primo premio al concorso matematico tra i Licei francesi.

Partecipò alla guerra franco-prussiana del 1870 a fianco del padre, nei servizi sanitari come barelliere.

Entrò all'École Polytechnique nel 1873 (detiene tuttora il primato della media dei voti nella selezione per l'ammissione) e si laureò nel 1875, primo di tutti gli studenti in matematica, ma appena sufficiente in educazione fisica e arte. Tentò anche di imparare a suonare il pianoforte ma, data la sua scarsa capacità di coordinazione muscolare, non riuscì. Leggeva invece avidamente, con una eccezionale capacità di memoria, specie visiva.

Proseguì i suoi studi di ingegneria all'École des Mines e lavorò come ingegnere minerario a Vesoul mentre terminava la tesi di dottorato in matematica con Charles Hermite. Partecipò alla commissione di indagine sul disastro minerario di Magny nel 1879, redigendo il rapporto finale.

Ottenne il dottorato dall'Università di Parigi nel 1879 con una tesi sulle equazioni differenziali, non particolarmente apprezzata dai commissari.

Ottenne subito un insegnamento di analisi all'Università di Caen, con relazioni insoddisfacenti soprattutto sul suo stile 'disorganizzato' di fare lezione. Dopo due anni, ottenne una cattedra di professore associato di analisi alla facoltà di scienze a Parigi e, nel 1886, grazie ad Hermite, la cattedra di Fisica matematica e Teoria della probabilità alla Sorbona e all'École Polytechnique. Rimase alla Sorbona fino alla morte, tenendo anche le cattedre di Meccanica Fisica e Sperimentale e di Meccanica Celeste e Astronomia.

Nello stesso anno 1886 sposò la signorina Poulain d'Andecy dalla quale avrà quattro figli.

Fu eletto nel 1887 all'Accademia delle Scienze, della quale sarà il Presidente nel 1906. Non abbandonò del tutto la carriera di ingegnere minerario, collaborando col Ministero dei Lavori Pubblici per lo sviluppo del sistema ferroviario dal 1881 al 1885, divenne poi ingegnere capo del Genio minerario nel 1893 e ispettore generale nel 1910.

La sua attività scientifica toccò vari campi della matematica applicata, dalla meccanica celeste alla meccanica dei fluidi, all'ottica, elettricità, elasticità, termodinamica, fino alla teoria quantistica, teoria della relatività e cosmologia. Viene considerato uno dei più grandi scienziati e senz'altro uno degli ultimi scienziati 'universali' che si sono occupati di ogni campo allora noto. Si dedicò anche ai fondamenti della matematica e all'epistemologia con opere molto popolari.

http://www.pluchino.it/NUOVO-SITO-2019/BOOKS_ET_AL.html