

Corso di Sistemi Dinamici, Caos e Complessità 2024-2025

Alessandro Pluchino

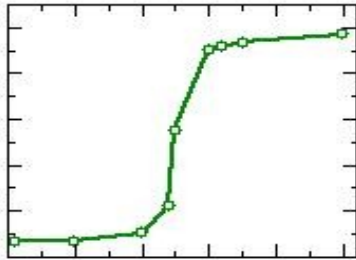
**Dipartimento di Fisica e Astronomia
dell'Università di Catania**

Introduzione alla Nuova Scienza della Complessità

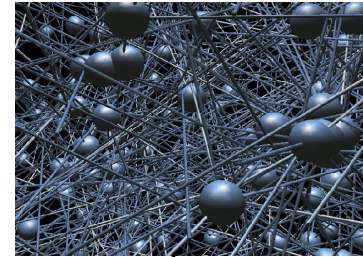
Simulazioni, Punti Critici, Reti e Fenomeni Emergenti



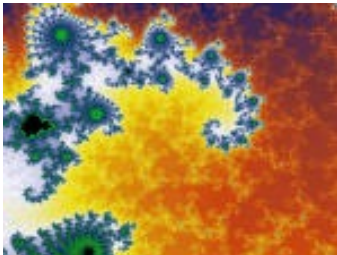
**Non linearità e
Soglie Critiche**



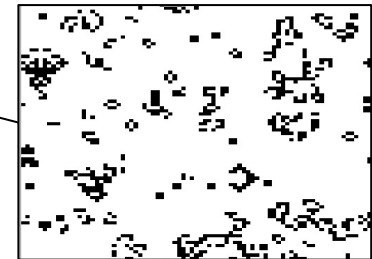
**Reti Complesse tra
Ordine e Disordine**



**Autosimilarità e
Frattali**



**Fenomeni Emergenti e
Auto-Organizzazione
at the Edge of Chaos**



**Proprietà tipiche
dei sistemi complessi**

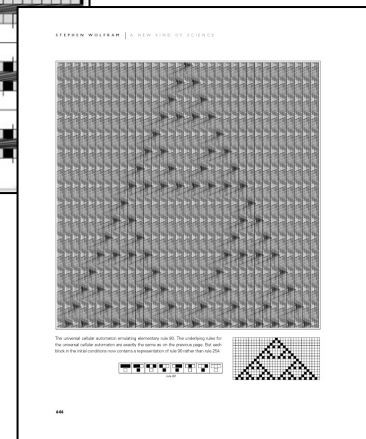
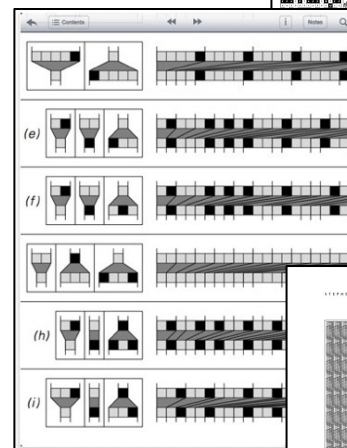
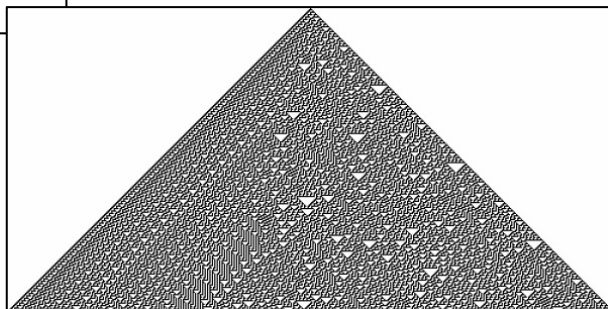
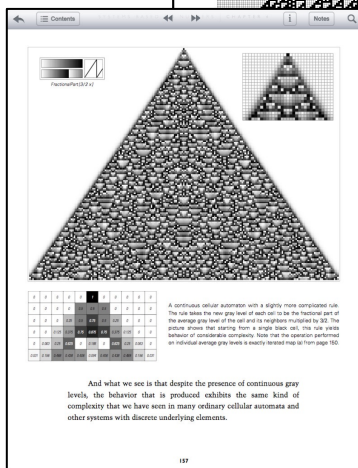
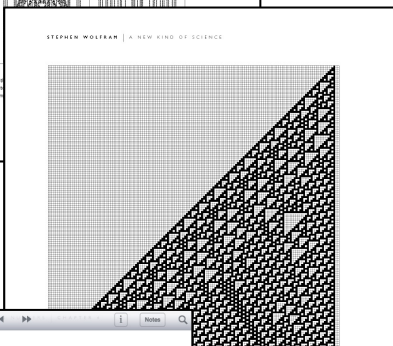
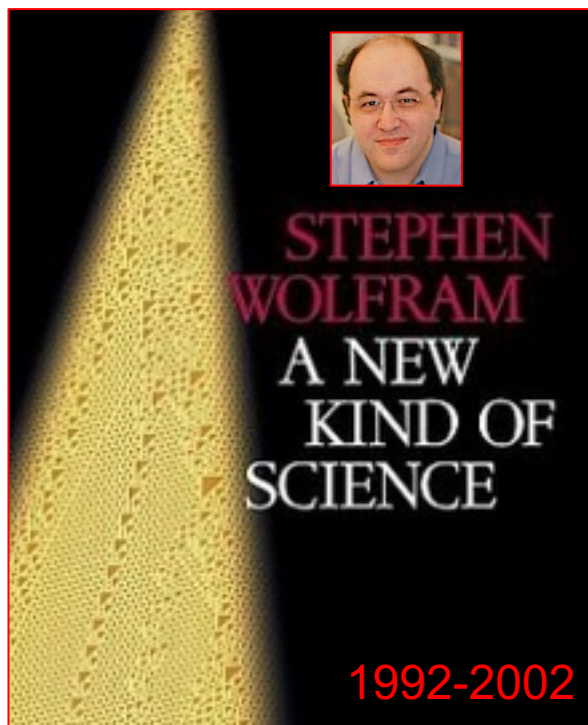
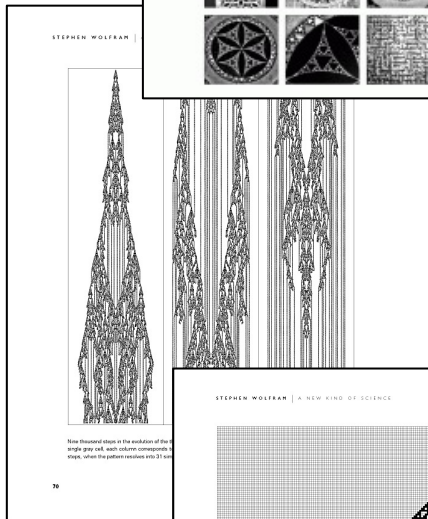
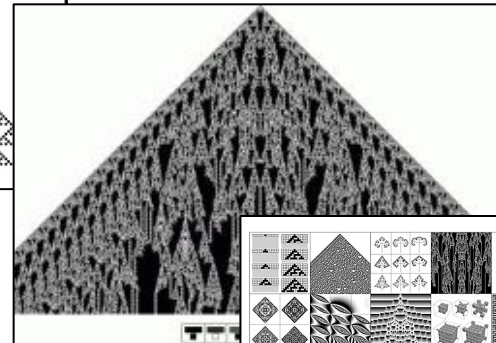
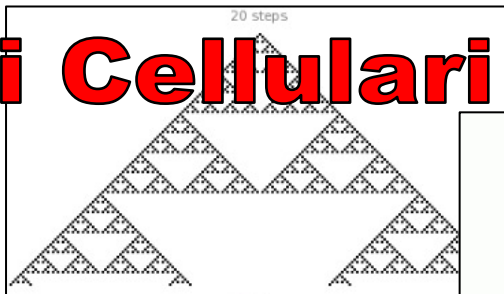
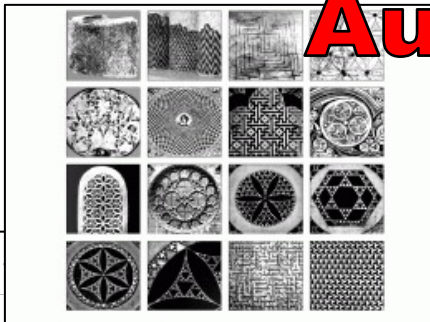


Modelli discreti

di

Fenomeni emergenti

Automi Cellulari 1D

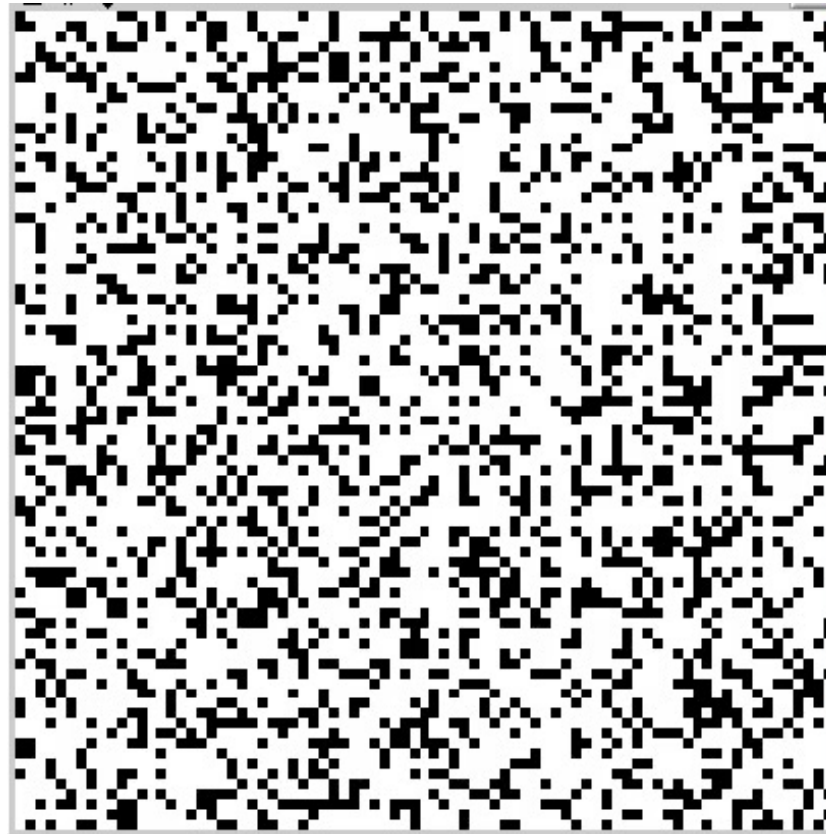


Automati Cellulari 2D: il Gioco “Life”

Il **Gioco della Vita** (*Game of Life*) è un automa cellulare bidimensionale sviluppato dal matematico inglese **John Conway** sul finire degli anni sessanta ed è probabilmente l'**esempio più famoso di automa cellulare**: il suo scopo è quello di mostrare come *comportamenti estremamente complessi* (come sono quelli mostrati dai sistemi biologici) possano **emergere** da semplici regole e *interazioni locali deterministiche*.



J.Conway



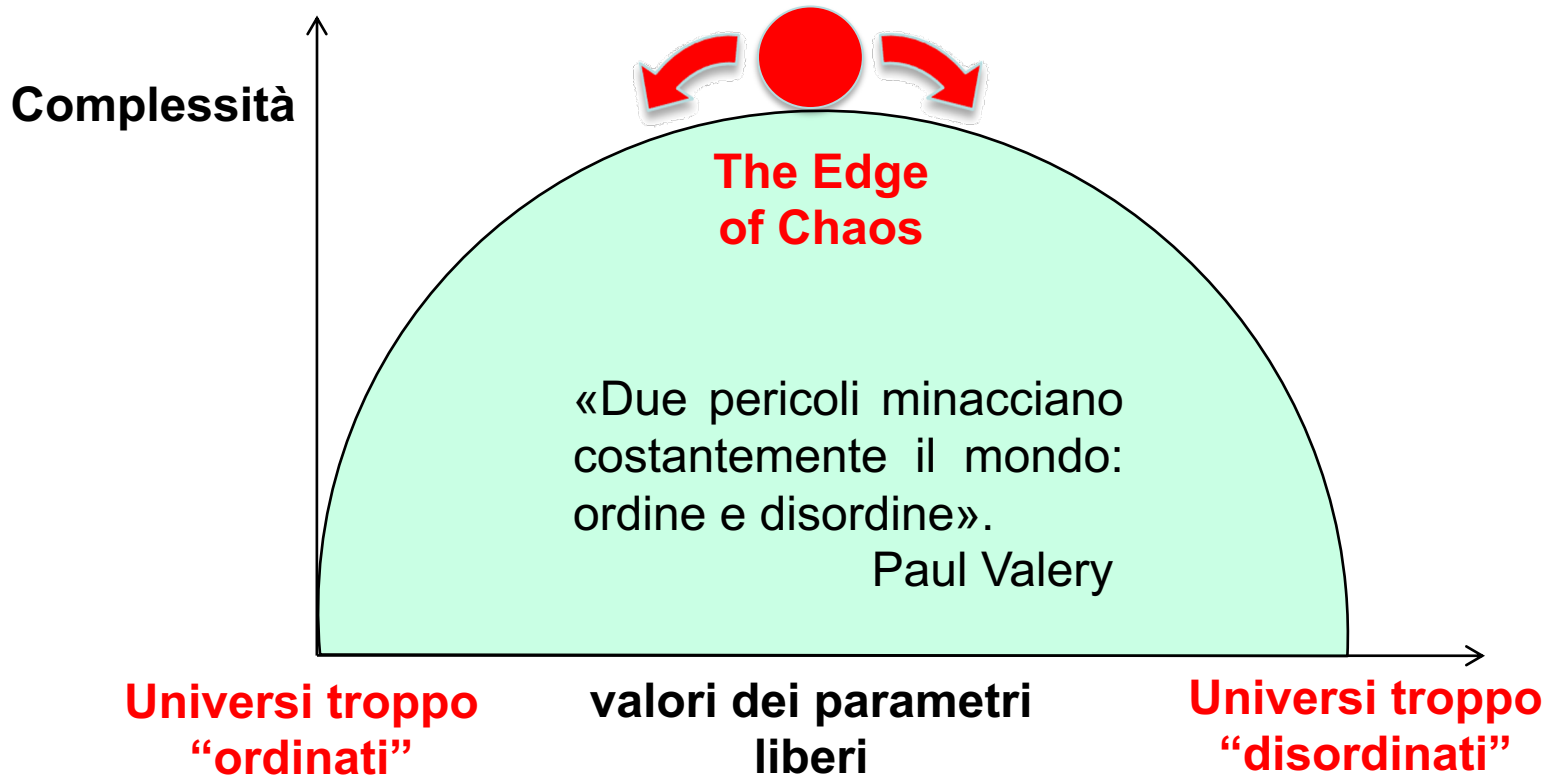
D=30%

N=3

M=2 o 3

Complessità nel Gioco Life: un equilibrio instabile tra ordine e disordine

La complessità sembra emergere solo al margine del caos



D=30%

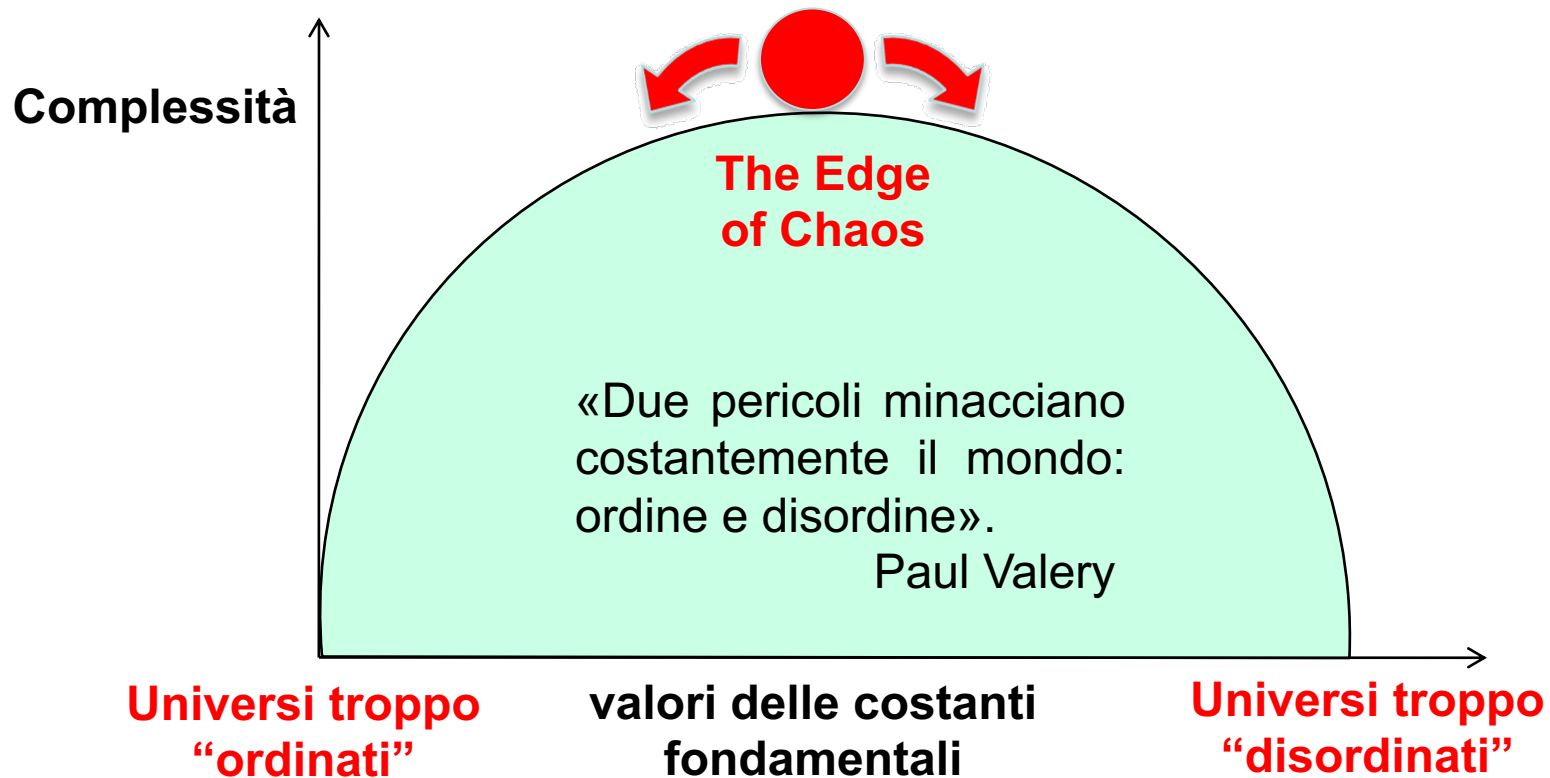
N=3

M=2 o 3



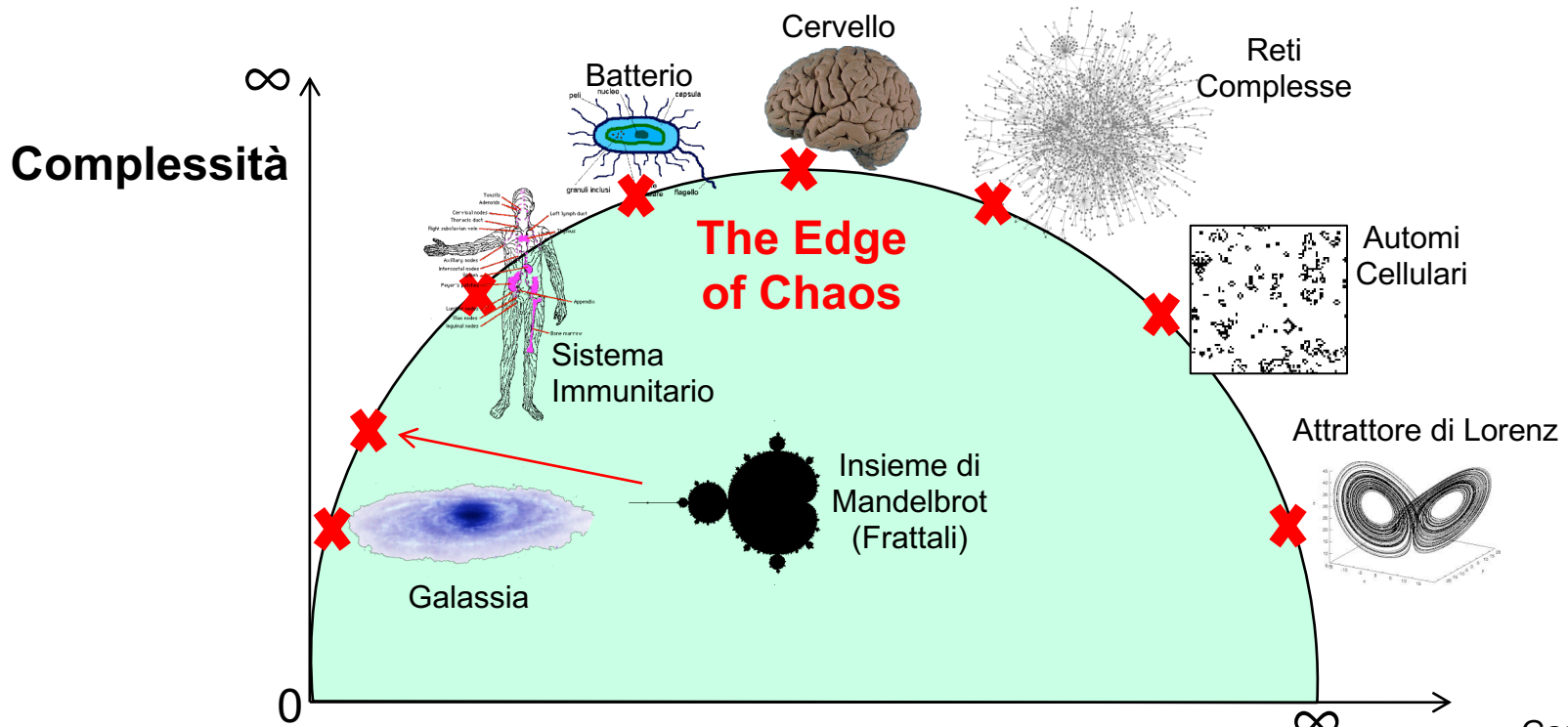
Complessità nel nostro Universo: un equilibrio instabile tra ordine e disordine

La complessità sembra emergere solo al margine del caos



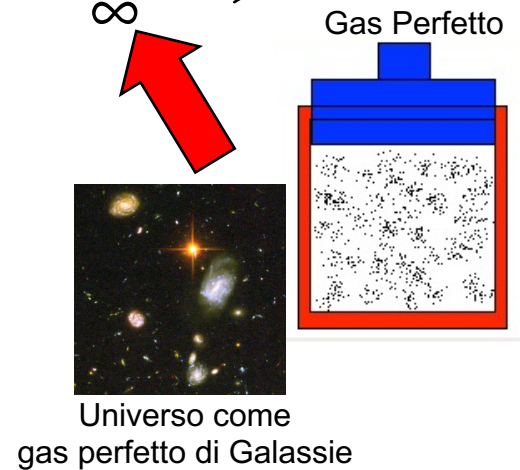
Le recenti scoperte scientifiche mettono in luce un fatto che lascia alquanto sconcertati: come accade nel gioco “life”, anche i parametri fondamentali del nostro universo sembrano calibrati in modo apparentemente **miracoloso** per permettere l’esistenza della vita e della complessità. Ad es., spostamenti anche minimi dei valori delle **costanti fondamentali** potrebbero dare luogo a universi altrettanto fisicamente sensati del nostro, ma senza alcuna speranza di ospitare un qualunque tipo di struttura complessa.

Complessità "at the edge of chaos"

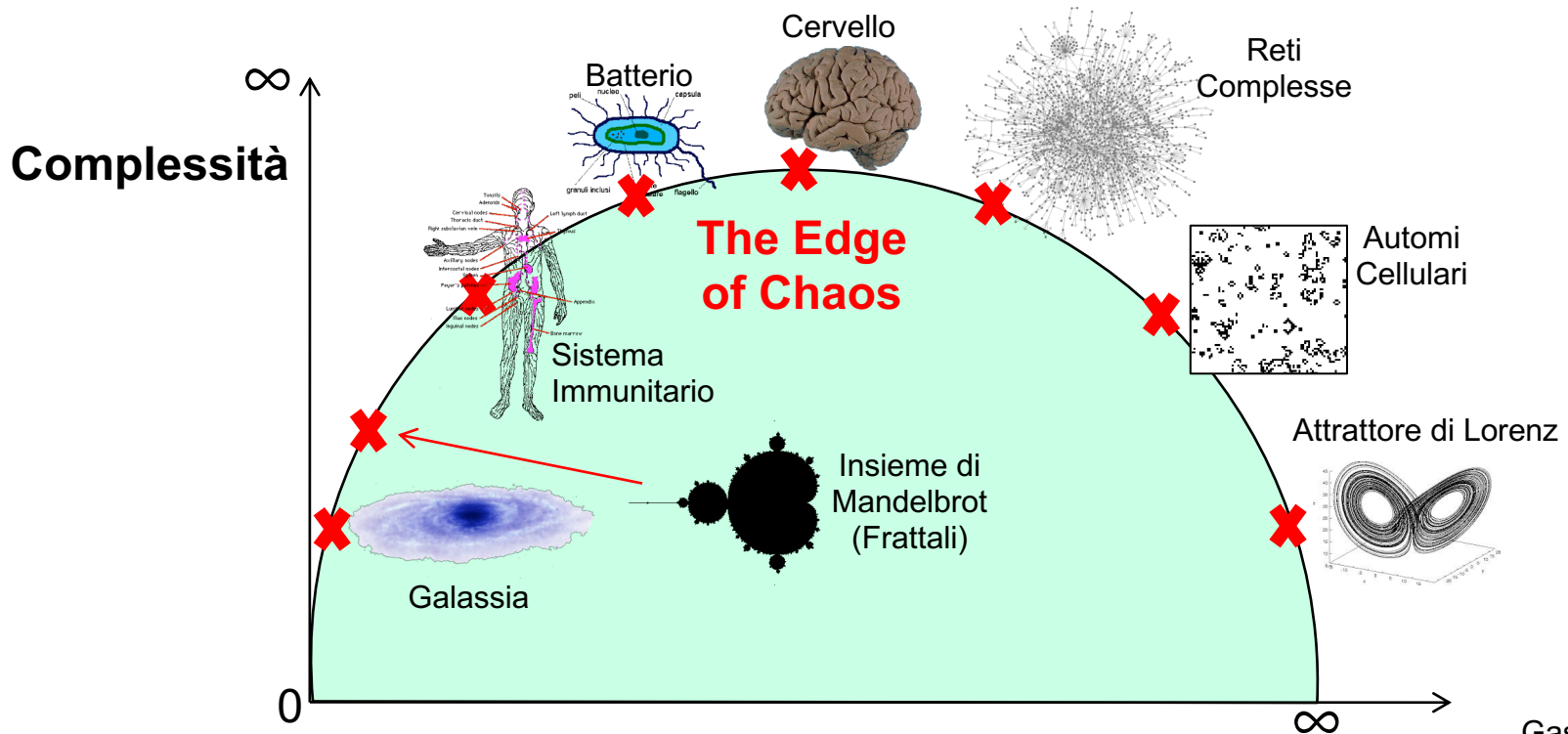


**SISTEMI
"SEMPLICI"
O
"COMPLICATI"**

ENTRAMBI SONO TIPICAMENTE CARATTERIZZATI DA RELAZIONI DI CAUSA-EFFETTO LINEARI CON ANELLI DI RETRO-AZIONE NEGATIVA. LA DIFFERENZA TRA SEMPLICE E COMPLICATO DUNQUE E' SOLO QUANTITATIVA E STA NEL NUMERO DI ANELLI DI RETROAZIONE PRESENTI NEL SISTEMA, IL CUI COMPORTAMENTO PUO' ESSERE PREVISTO EX-ANTE → CONTROLLO



Complessità "at the edge of chaos"



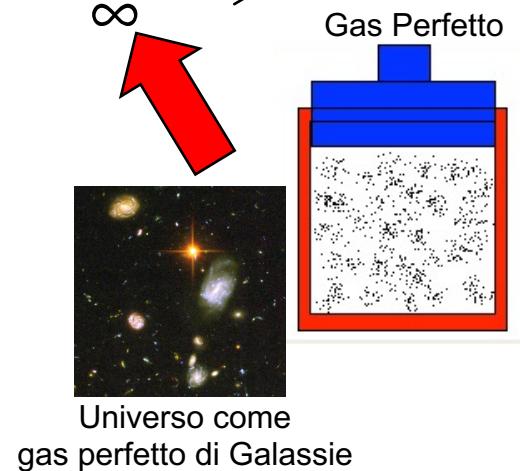
FISICA DELL'ORDINE

- Sistemi Conservativi ed Equazioni Lineari
- Simmetrie e Leggi di Conservazione
- Meccanica Newtoniana
- Meccanica dei Fluidi
- Campi Elettrici e Magnetici
- Onde Elettromagnetiche
- Cristalli e Legami Chimici
- Meccanica Quantistica
- Meccanica Relativistica

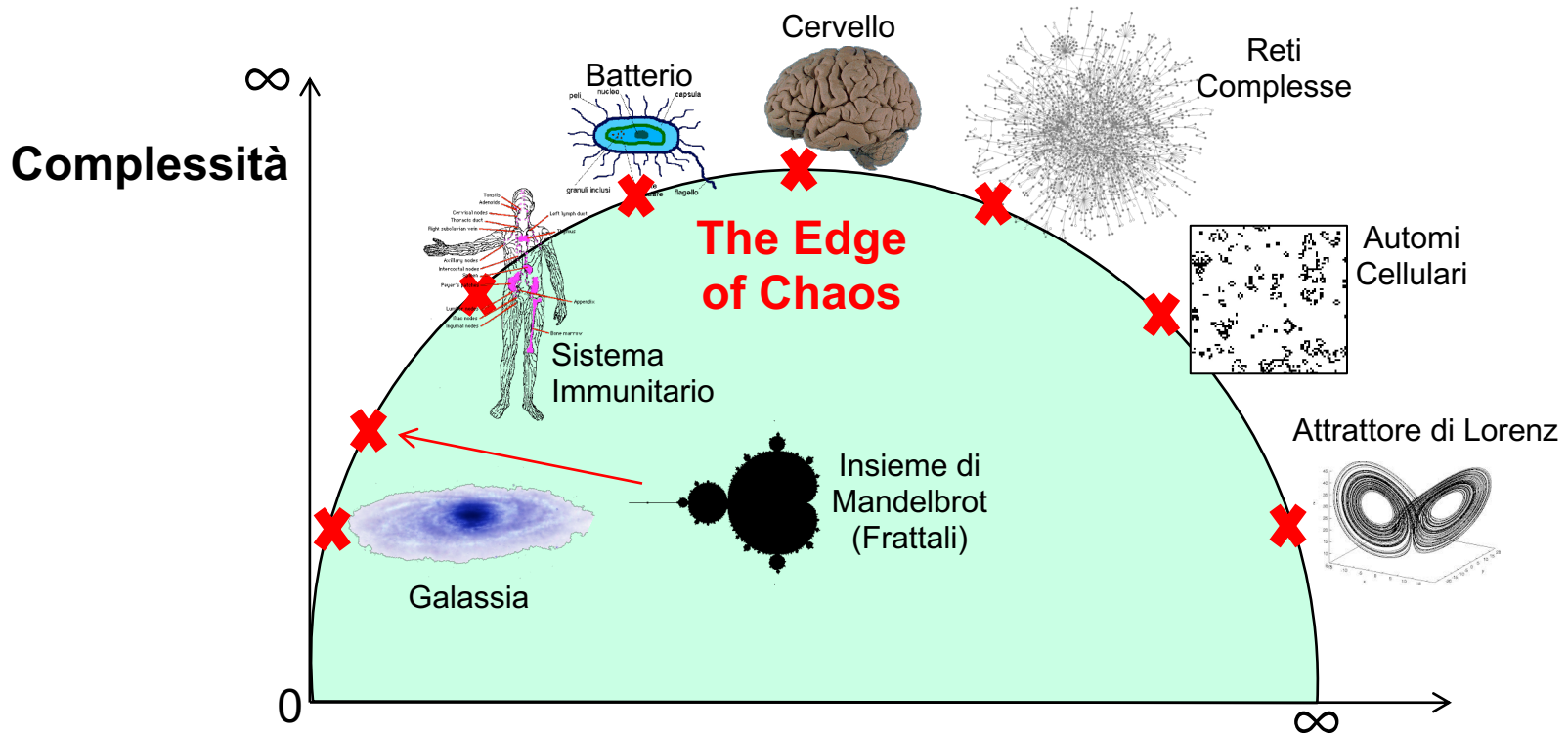
Grado di Disordine

APPROCCIO:

- ANALITICO
- SOLUZIONI IN FORMA CHIUSA (anche approssimate)
- PREVISIONI ESATTE (anche probabilistiche)
- SIMULAZIONI NUMERICHE UTILI MA NON INDISPENSABILI



Complessità "at the edge of chaos"



FISICA DELL'ORDINE

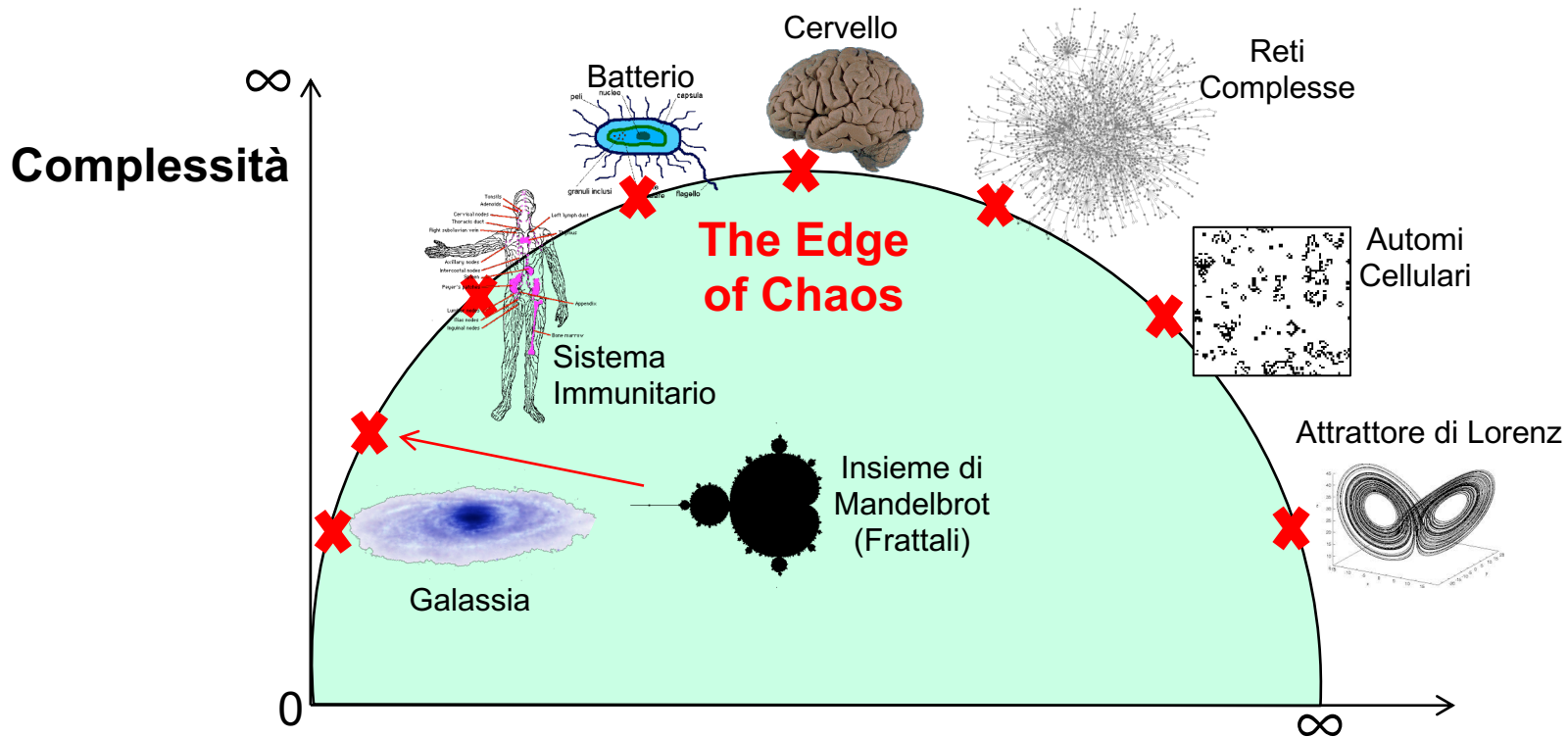
- Sistemi Conservativi ed Equazioni Lineari
- Simmetrie e Leggi di Conservazione
- Meccanica Newtoniana
- Meccanica dei Fluidi
- Campi Elettrici e Magnetici
- Onde Elettromagnetiche
- Cristalli e Legami Chimici
- Meccanica Quantistica
- Meccanica Relativistica

Grado di Disordine

ASSOLUTAMENTE IMPREVEDIBILI E INTRATTABILI A LIVELLO MICROSCOPICO

SISTEMI "CAOTICI" (ipotesi di caos molecolare)

Complessità "at the edge of chaos"



FISICA DELL'ORDINE

- Sistemi Conservativi ed Equazioni Lineari
- Simmetrie e Leggi di Conservazione
- Meccanica Newtoniana
- Meccanica dei Fluidi
- Campi Elettrici e Magnetici
- Onde Elettromagnetiche
- Cristalli e Legami Chimici
- Meccanica Quantistica
- Meccanica Relativistica

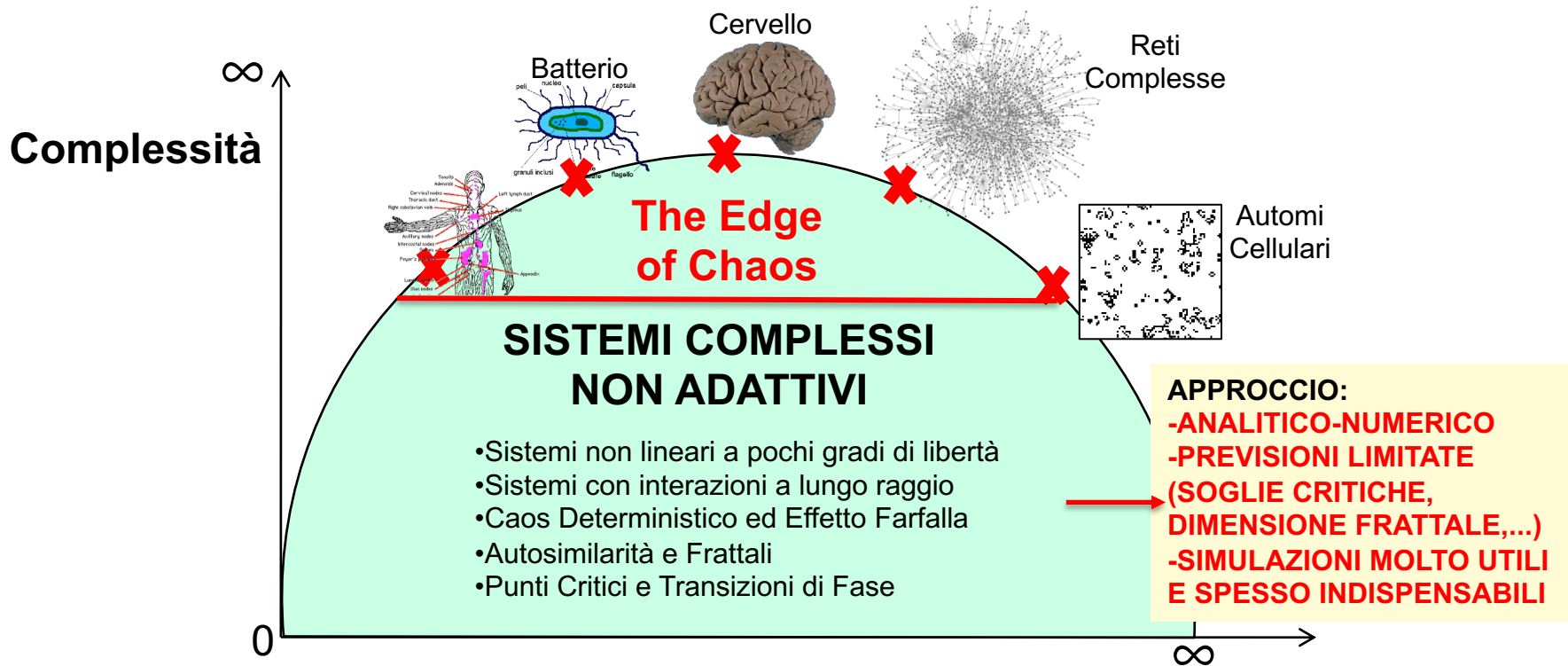
Grado di Disordine

APPROCCIO:
-ANALITICO-STATISTICO
-SOLUZIONI IN FORMA CHIUSA
-PREVISIONI ESATTE A LIVELLO «MACRO»
-SIMULAZIONI NUMERICHE UTILI E TALVOLTA NECESSARIE

FISICA DEL DISORDINE

- Sistemi chiusi, a molti gradi di libertà e con elementi non interagenti
- Leggi Statistiche
- Ergodicità
- Equilibrio Termico
- Termodinamica
- Meccanica Statistica all'Equilibrio
- Entropia di Boltzmann-Gibbs e Shannon

Complessità “at the edge of chaos”



FISICA DELL'ORDINE

- Sistemi Conservativi ed Equazioni Lineari
- Simmetrie e Leggi di Conservazione
- Meccanica Newtoniana
- Meccanica dei Fluidi
- Campi Elettrici e Magnetici
- Onde Elettromagnetiche
- Cristalli e Legami Chimici
- Meccanica Quantistica
- Meccanica Relativistica

Grado di Disordine

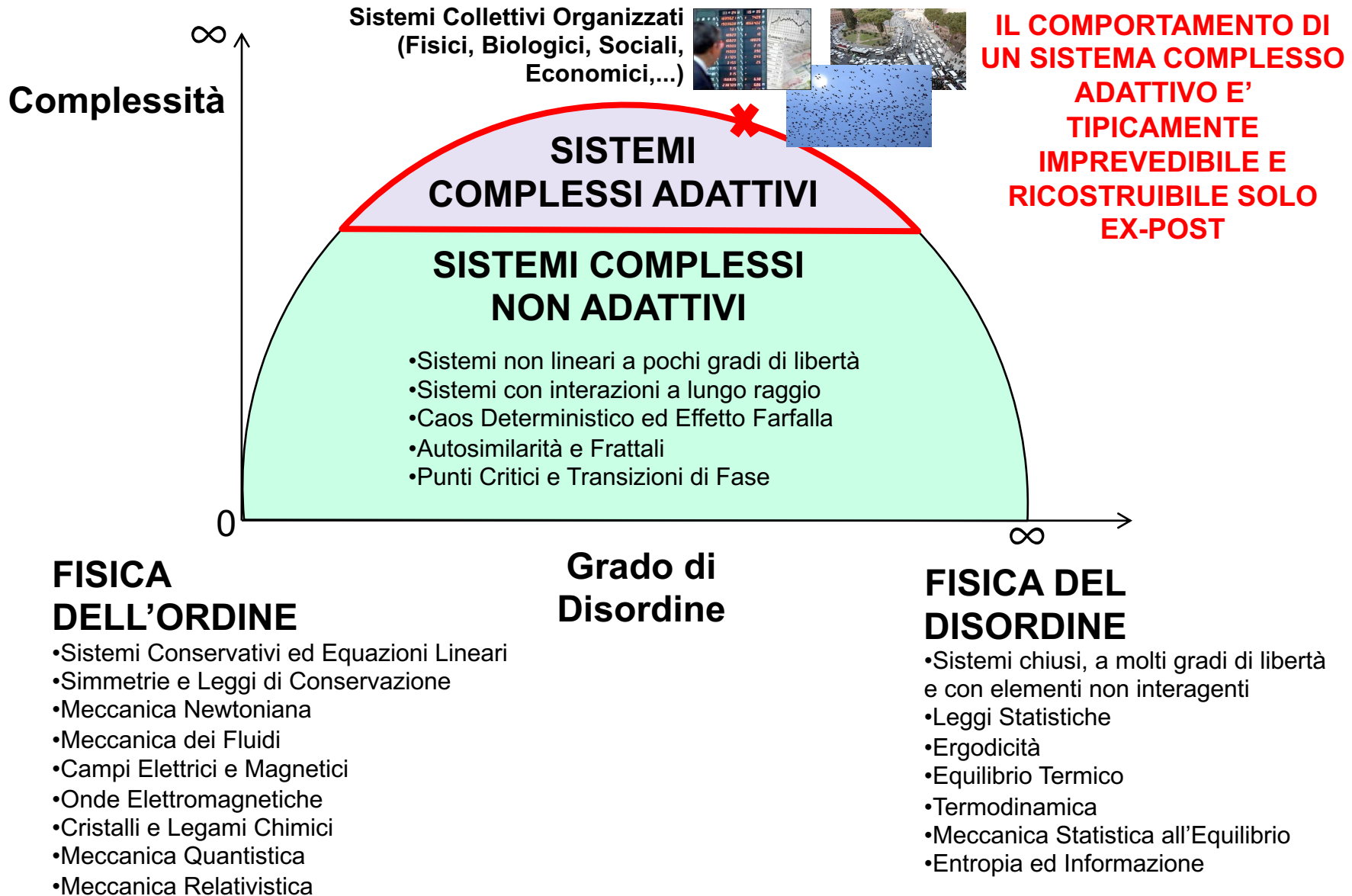
FISICA DEL DISORDINE

- Sistemi chiusi, a molti gradi di libertà e con elementi non interagenti
- Leggi Statistiche
- Ergodicità
- Equilibrio Termico
- Termodinamica
- Meccanica Statistica all'Equilibrio
- Entropia di Boltzmann-Gibbs e Shannon

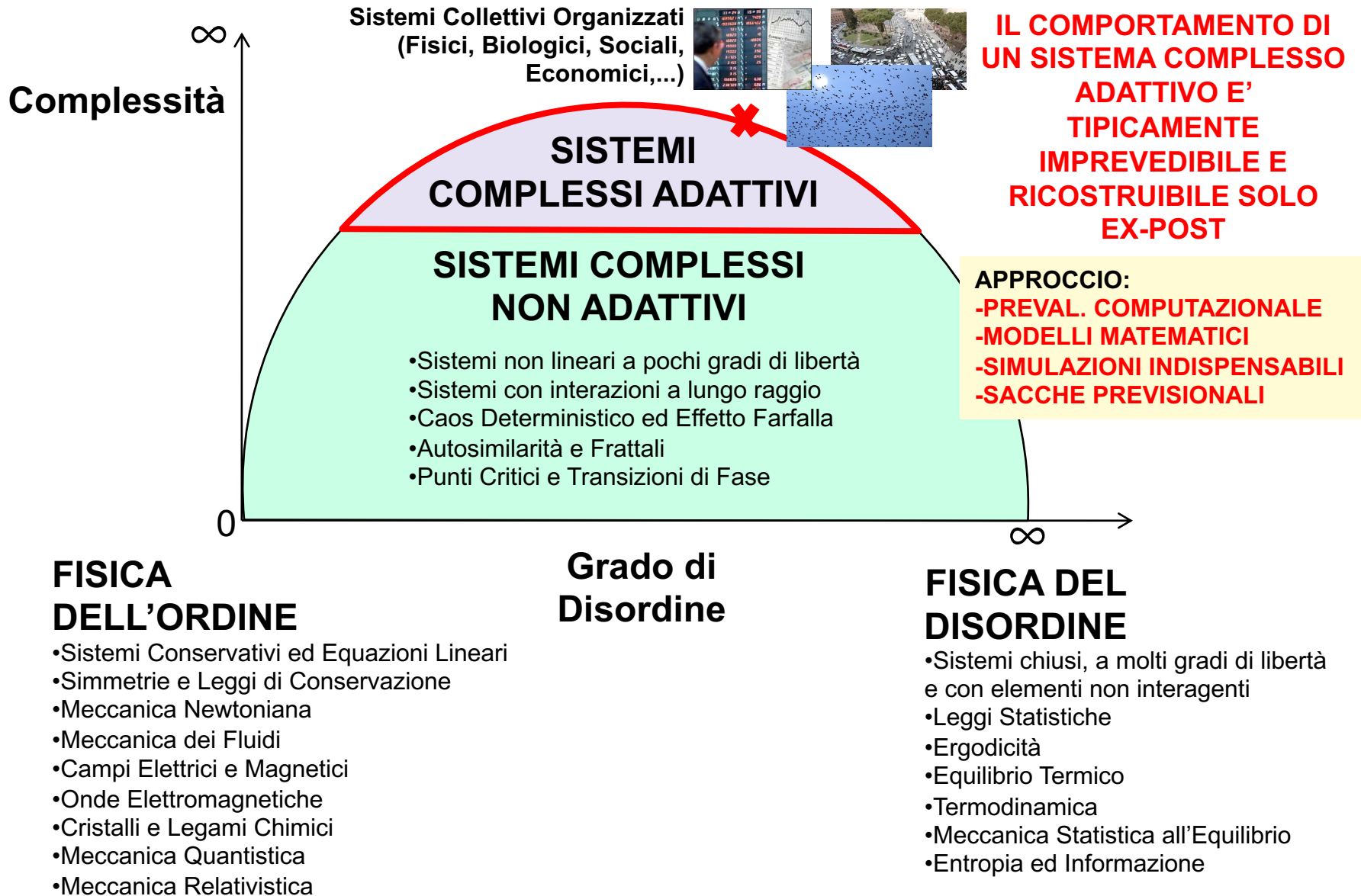
Complessità "at the edge of chaos"




Complessità “at the edge of chaos”



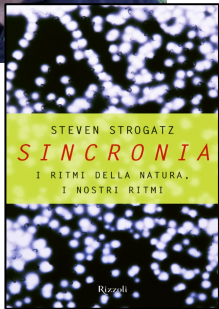
Complessità “at the edge of chaos”





Modelli continui
di
Fenomeni emergenti

La Sincronizzazione spontanea



Steven Strogatz,

da "Sincronia. I ritmi della natura, i nostri ritmi" (2003)

“Ogni notte, lungo le sponde dei fiumi del sud-est asiatico, migliaia di **luciole** si radunano sugli alberi e lampeggiano per ore all'unisono, spegnendosi e accendendosi tutte insieme. In un **raggio laser**, miliardi e miliardi di fotoni identici marcano perfettamente al passo, dando luogo a un fascio sottile e intenso di luce monocromatica. Nel nostro **cuore**, l'attività elettrica coordinata di un gruppo di cellule "pacemaker" garantisce che le contrazioni ritmate di quella sofisticatissima pompa naturale ci mantengano in vita. Ciò che accomuna questi aggregati di unità elementari - insetti, fotoni, cellule - è l'incredibile fenomeno della **sincronizzazione spontanea**. Come enormi orchestre in grado di eseguire alla perfezione brani complessi pur senza la guida di un direttore, questi e altri sistemi naturali sembrano avere la facoltà magica di armonizzarsi da sé. Ma non c'è nulla di magico nelle loro performance: **oggi la scienza della complessità ha cominciato a svelare le leggi fisiche e matematiche che sono alla base dell'emergere spontaneo della sincronia**”.



Come nasce la sincronizzazione?

Il Mistero dei Metronomi

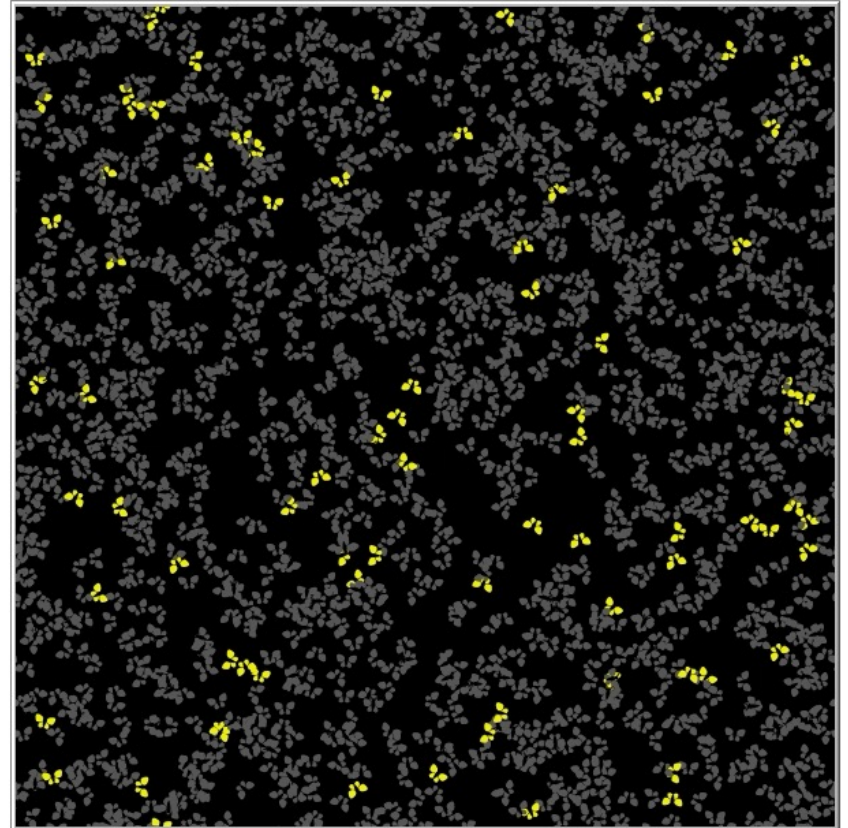
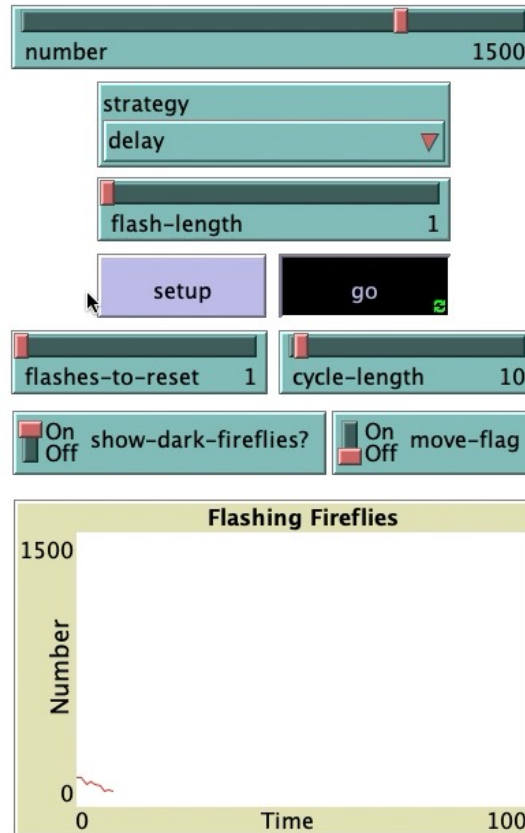


Sincronizzazione in Biologia: il ruolo delle correlazioni a lungo raggio

Lucciole (fireflies)



Steven Strogatz

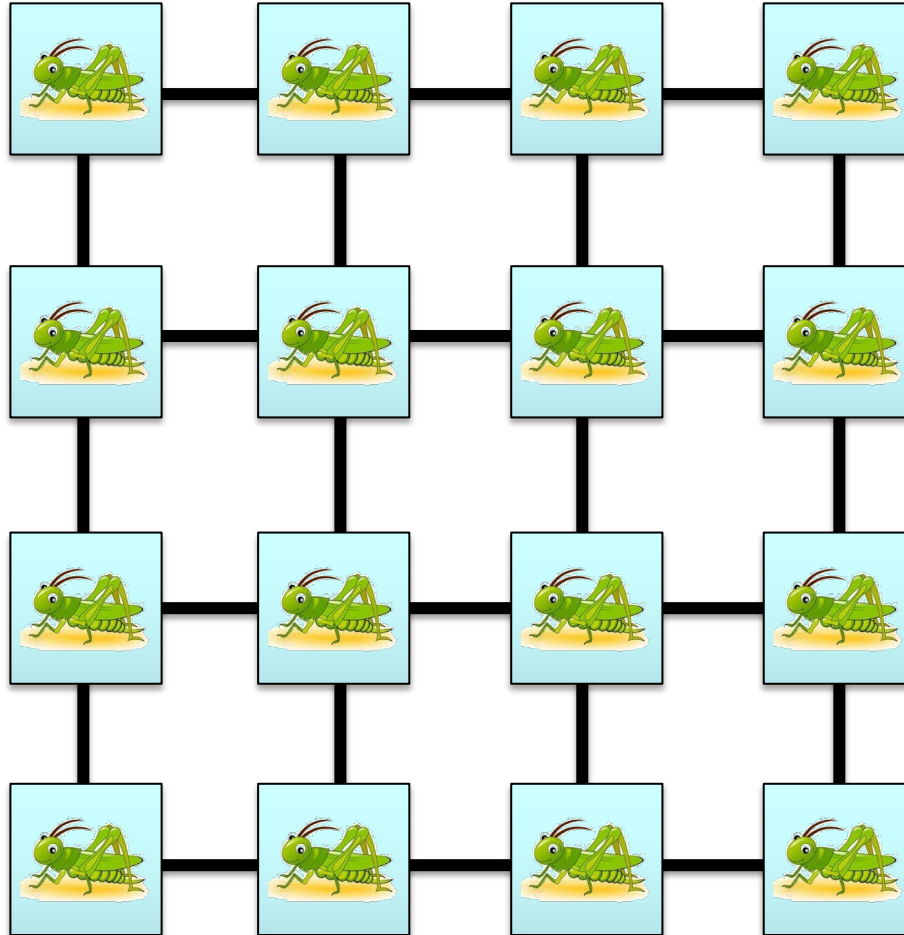


Sincronizzazione in Biologia: il ruolo delle correlazioni a lungo raggio

Grilli (crickets)



Steven Strogatz



Reticolo
regolare



Duncan Watts

NO SINCRONIA

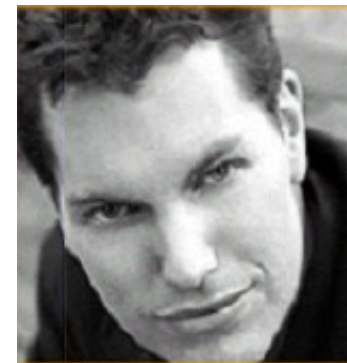
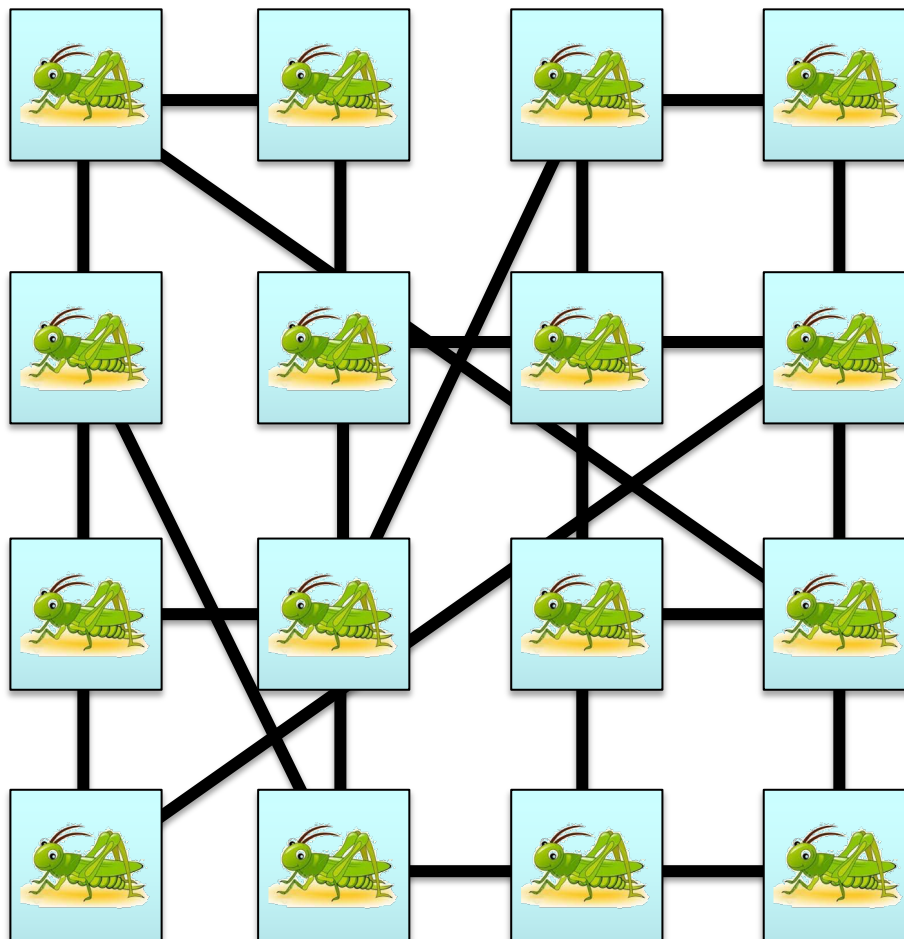
Sincronizzazione in Biologia: il ruolo delle correlazioni a lungo raggio

Grilli (crickets)



Steven Strogatz

Reticolo
Small-world



Duncan Watts

SINCRONIA!

Sincronizzazione in Biologia: il ruolo delle correlazioni a lungo raggio

Dinamica degli stormi di uccelli



60.000 Starlings in Flight.mpg



Sincronizzazione in Biologia: il ruolo delle correlazioni a lungo raggio

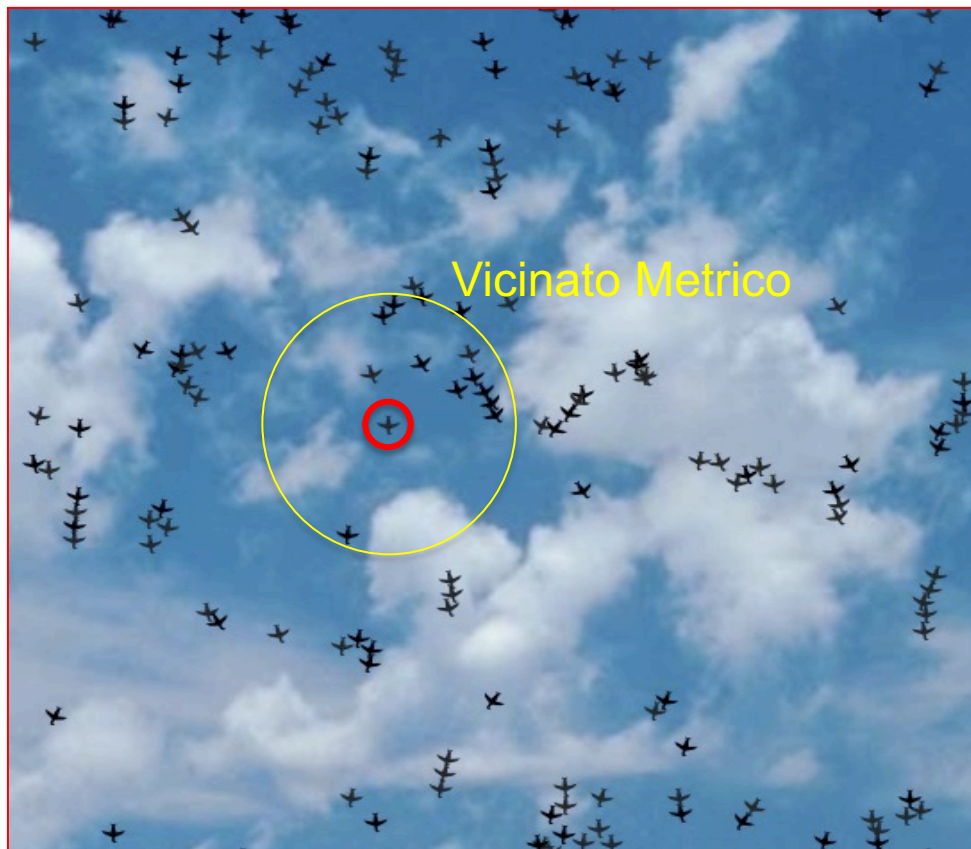
Algoritmi per la formazione degli Stormi



C.Reynolds

BOIDS, 1986

La sincronizzazione
dipende dal raggio
di visione degli uccelli
(ampiezza del
vicinato)



Le 3 regole locali di
Craig Reynolds:

1) Non andare a
sbattere contro un
uccello vicino
SEPARATION

2) Mantenere il passo
con i vicini
ALIGNMENT

3) Non allontanarsi
troppo dai vicini
COHESION

Sincronizzazione in Biologia: il ruolo delle correlazioni a lungo raggio

Algoritmi per la formazione degli Stormi



C.Reynolds

BOIDS, 1986

La sincronizzazione
dipende dal raggio
di visione degli uccelli
(ampiezza del
vicinato)



Le 3 regole locali di
Craig Reynolds:

1) Non andare a
sbattere contro un
uccello vicino
SEPARATION

2) Mantenere il passo
con i vicini
ALIGNMENT

3) Non allontanarsi
troppo dai vicini
COHESION

Sincronizzazione in Biologia: il ruolo delle correlazioni a lungo raggio

Ampio utilizzo nei film di animazione...



C.Reynolds

BOIDS, 1986



Sincronizzazione in Biologia: il ruolo delle correlazioni a lungo raggio

Ampio utilizzo nei film di animazione...



C.Reynolds

BOIDS, 1986



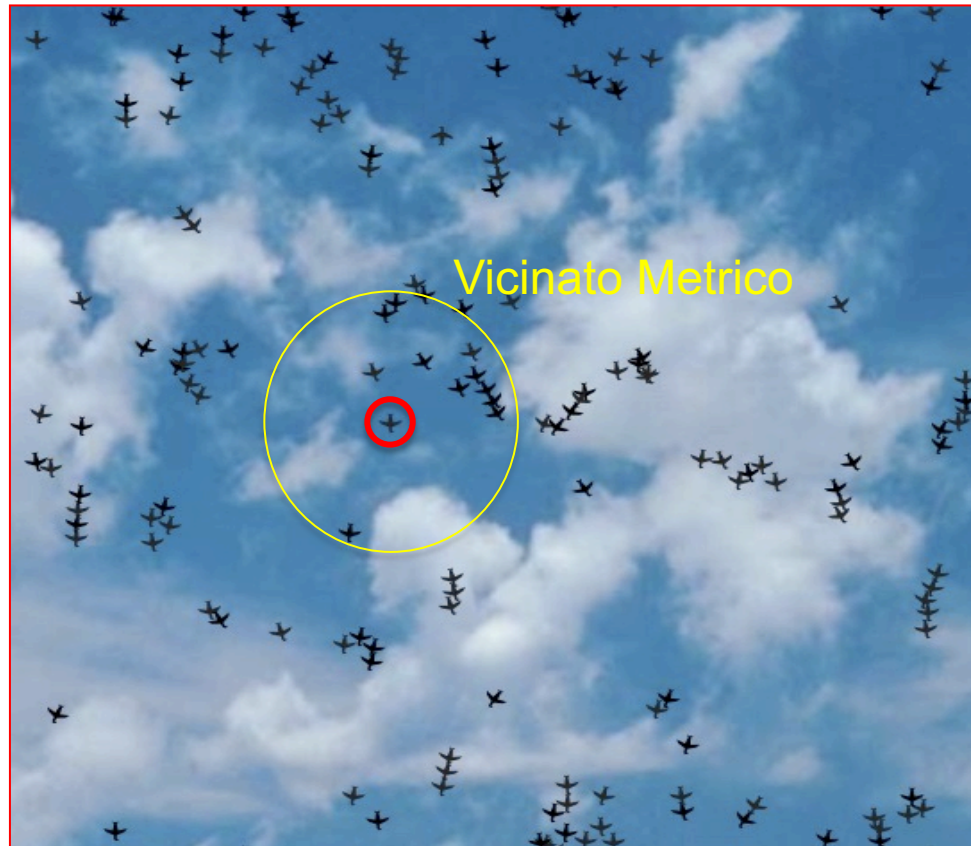
Sincronizzazione in Biologia: il ruolo delle correlazioni a lungo raggio

Ma lo stormo non resiste agli attacchi dei predatori...



C.Reynolds

BOIDS, 1986



Infatti il vicinato metrico equivale ad avere una rete con soli legami forti...

Sincronizzazione in Biologia: il ruolo delle correlazioni a lungo raggio

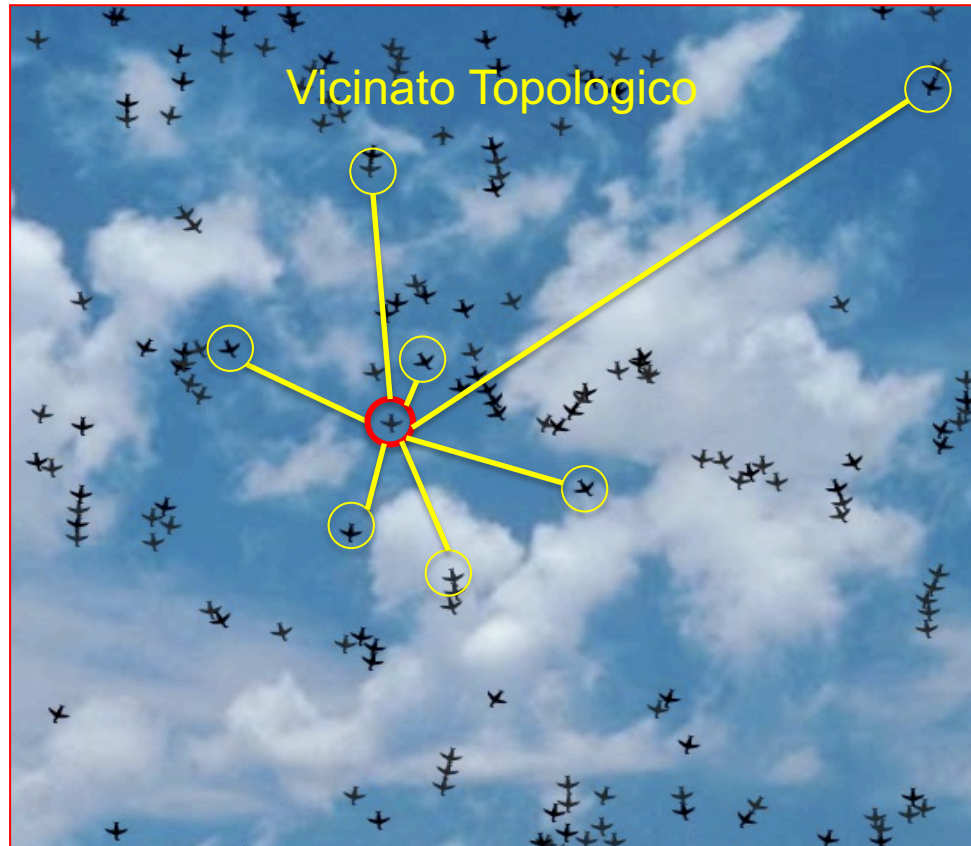
La proposta di un vicinato topologico



Premio Nobel per la Fisica 2021

GIORGIO
PARISI

IN UN
VOLO DI
STORNI



Il segreto della
coesione dello
storno è nei
legami deboli,
a lunga distanza!

Sincronizzazione in Biologia: il ruolo delle correlazioni a lungo raggio



Sincronizzazione in Biologia: il ruolo delle correlazioni a lungo raggio

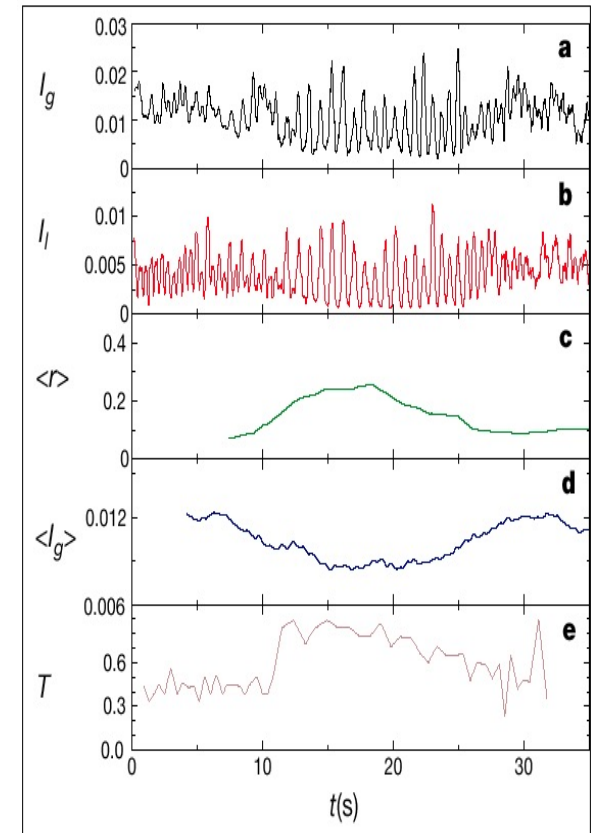


Sincronizzazione nei sistemi sociali: gli applausi

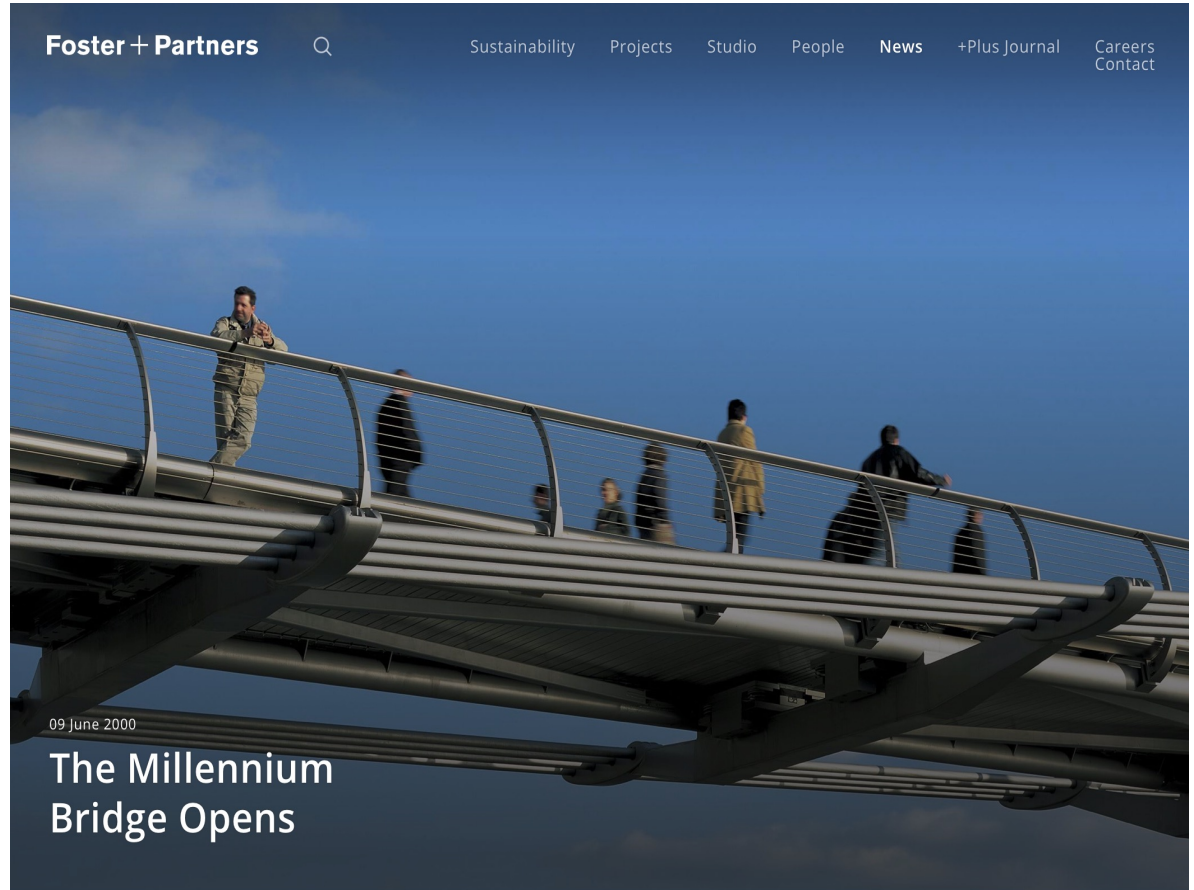
Z. Néda, E. Ravasz, Y. Brechet, T. Vicsek & A.-L. Barabási

Self-organizing processes: The sound of many hands clapping

Nature, 403 (2000) 849



Effetti collaterali della Sincronizzazione: il Millennium Bridge (London, 2000)



<https://www.fosterandpartners.com/news/archive/2000/06/the-millennium-bridge-opens/>

Effetti collaterali della Sincronizzazione: il Millennium Bridge (London, 2000)



Storia [[modifica](#) | [modifica wikitestò](#)]

La costruzione cominciò verso la fine del **1998**, ma i maggiori lavori iniziarono il 28 aprile del 1999. Il costo dell'opera fu di 18,2 milioni di **sterline**, 2,2 milioni al di sopra del preventivo proposto. Fu aperto al pubblico il 10 giugno del 2000, 2 giorni più tardi del previsto, ma inaspettate **oscillazioni** fecero sì che dovesse essere chiuso già il 15 giugno, ossia 5 giorni dopo l'apertura. Queste oscillazioni erano prodotte dal gran numero di persone: 90.000 il primo giorno e più di 2.000 in contemporanea. Le prime piccole oscillazioni portavano, o addirittura obbligavano, i pedoni a camminare in maniera sincronizzata con l'oscillazione, creando così un fenomeno di **risonanza**, che si manifestava anche quando il ponte era poco frequentato, ad esempio all'inizio della giornata. A causa di queste oscillazioni il ponte si guadagnò l'appellativo di *Wobbly Bridge* (ponte instabile).

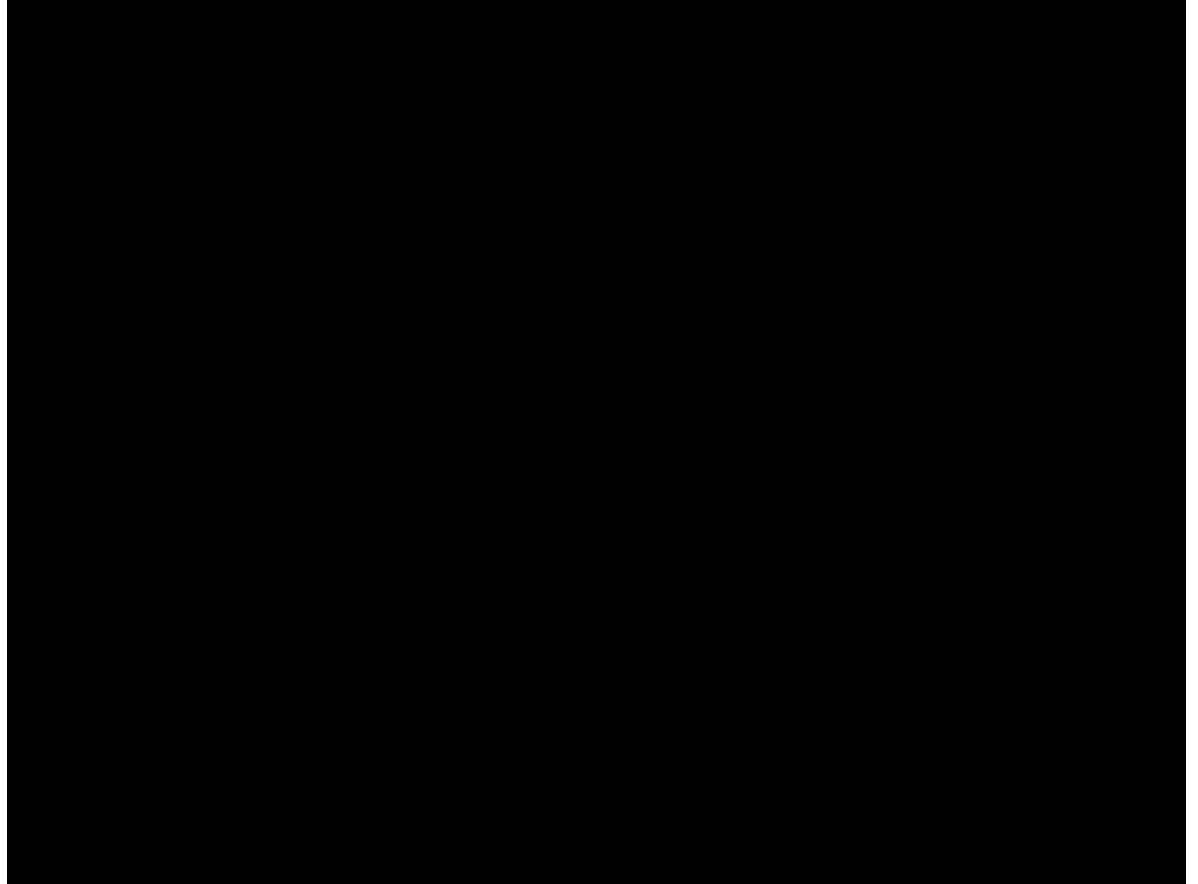
Si cercò quindi di limitare il numero di persone che attraversavano il ponte nello stesso momento. La chiusura del ponte, solo pochi giorni dopo la sua apertura, scatenò una grande critica da parte dell'opinione pubblica, essendo considerato come un altro grande progetto britannico finito in un fallimento, come il **Millennium Dome**.

I problemi oscillatori, di natura diversa da quelli **aeroelastici** riscontrati nel disastro del **Ponte Tacoma Narrows**, richiedevano una soluzione per rendere fruibile l'opera. Dopo analisi approfondite durate da maggio 2001 fino a gennaio 2002, e costate 5 milioni di sterline, le oscillazioni furono mitigate con l'aggiunta di **smorzatori ad inerzia** (a contrasto delle oscillazioni verticali) e **idraulici** (per quelle orizzontali), e dopo un periodo di prova il ponte venne riaperto il 22 febbraio 2002.

A partire da allora non si sono avute notizie di altri movimenti anomali del ponte, che venne nuovamente chiuso solo durante la tempesta **Kyrill**, per timore che la gente potesse essere scaraventata oltre il parapetto dai forti venti.

https://it.wikipedia.org/wiki/Millennium_Bridge

Effetti collaterali della Sincronizzazione: il Millennium Bridge (London, 2000)



www.youtube.com/watch?v=eAXVa__XWZ8

Effetti collaterali della Sincronizzazione:

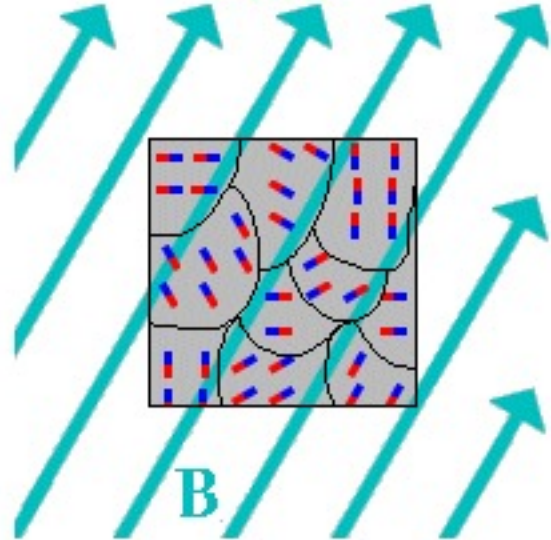
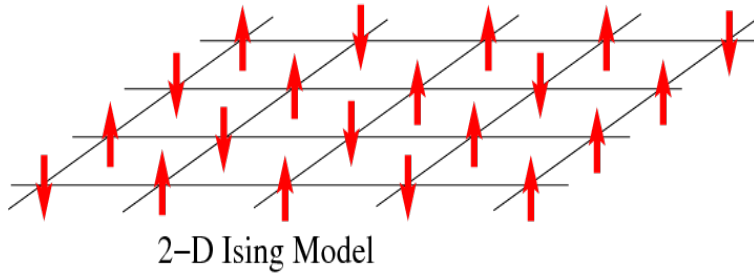
il Millennium Bridge (London, 2000)



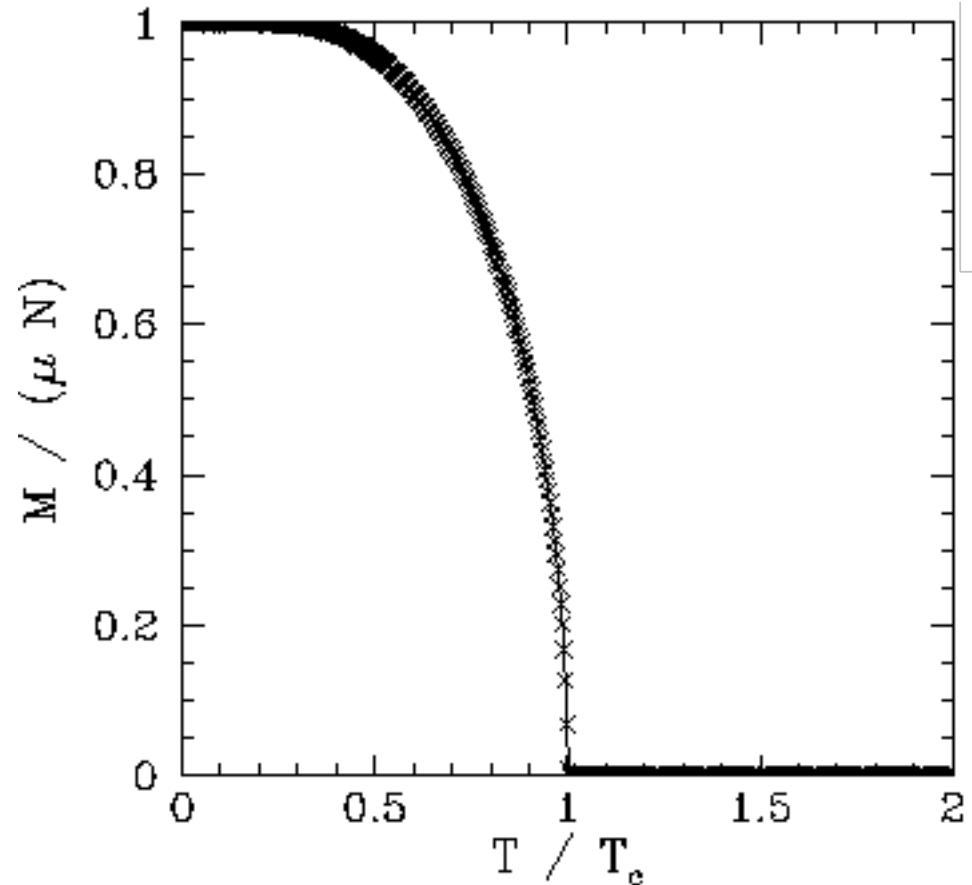
Come dimostrarono indagini successive, l'effetto non lineare di **risonanza** che provocò la sincronizzazione spontanea e indesiderata di quelle migliaia di pedoni sul **Millennium Bridge** era strettamente legato al superamento di una **soglia critica di densità**: se il numero di individui simultaneamente presenti sul ponte fosse stato anche di poco al di sotto di questa soglia, non sarebbe successo nulla. Ma evidentemente, il giorno dell'inaugurazione, **quel valore critico fu superato** e la goccia fece traboccare il vaso! Dunque, come abbiamo visto accadere per altri tipi di sistemi complessi e come continueremo a vedere adesso con altri esempi di fenomeni emergenti, **la sincronizzazione si manifesta solo al di sopra di certe soglie critiche di un qualche parametro di controllo...**

Sincronizzazione e Magnetismo

Il modello di Ising 2D al punto critico (L.Onsager, 1944)

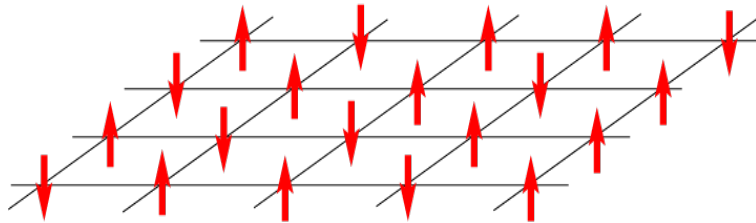


Transizione di fase del secondo ordine:
è un fenomeno emergente con esponenti critici

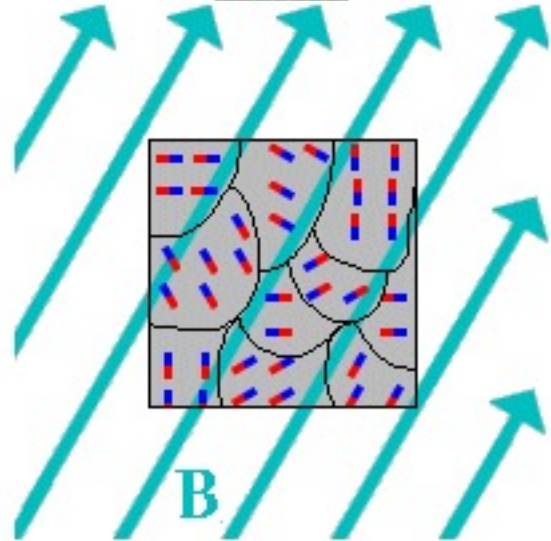


Sincronizzazione e Magnetismo

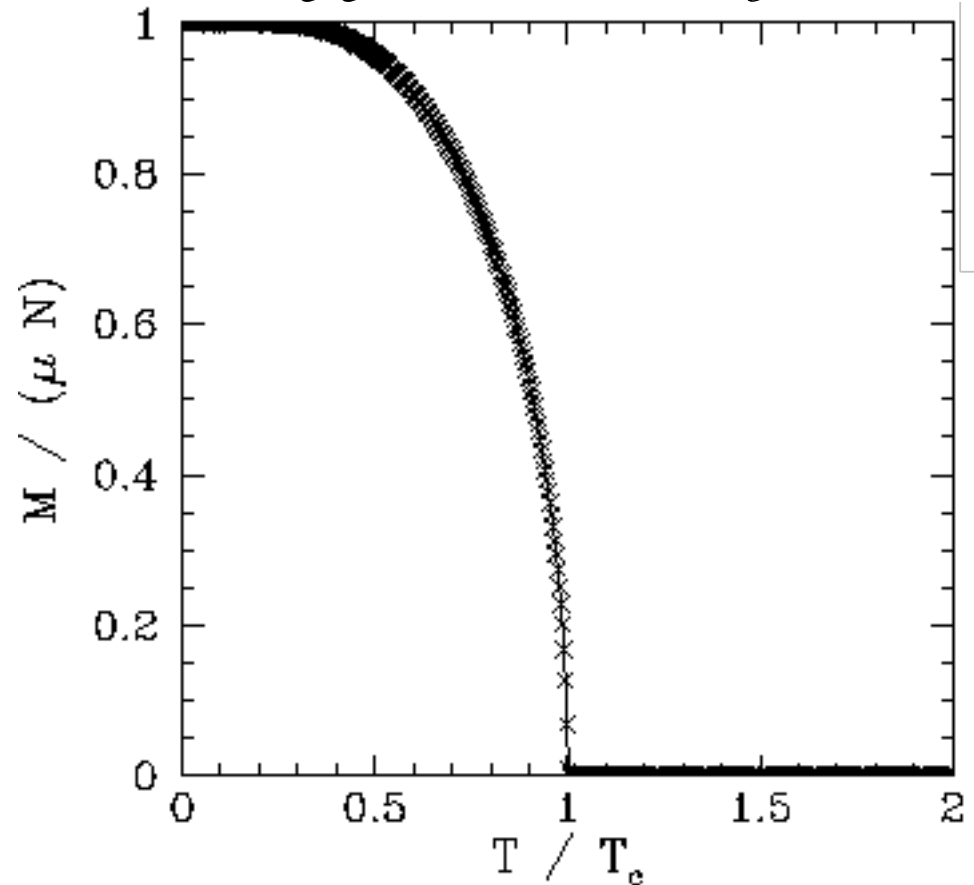
Il modello di Ising 2D al punto critico (L.Onsager, 1944)



2-D Ising Model



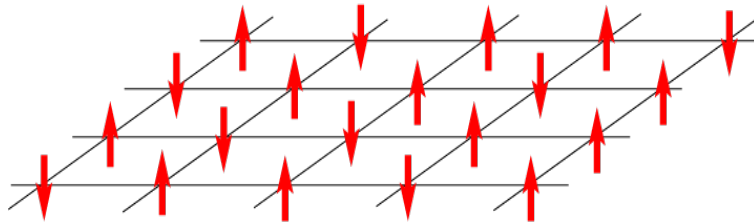
La Legge di Potenza



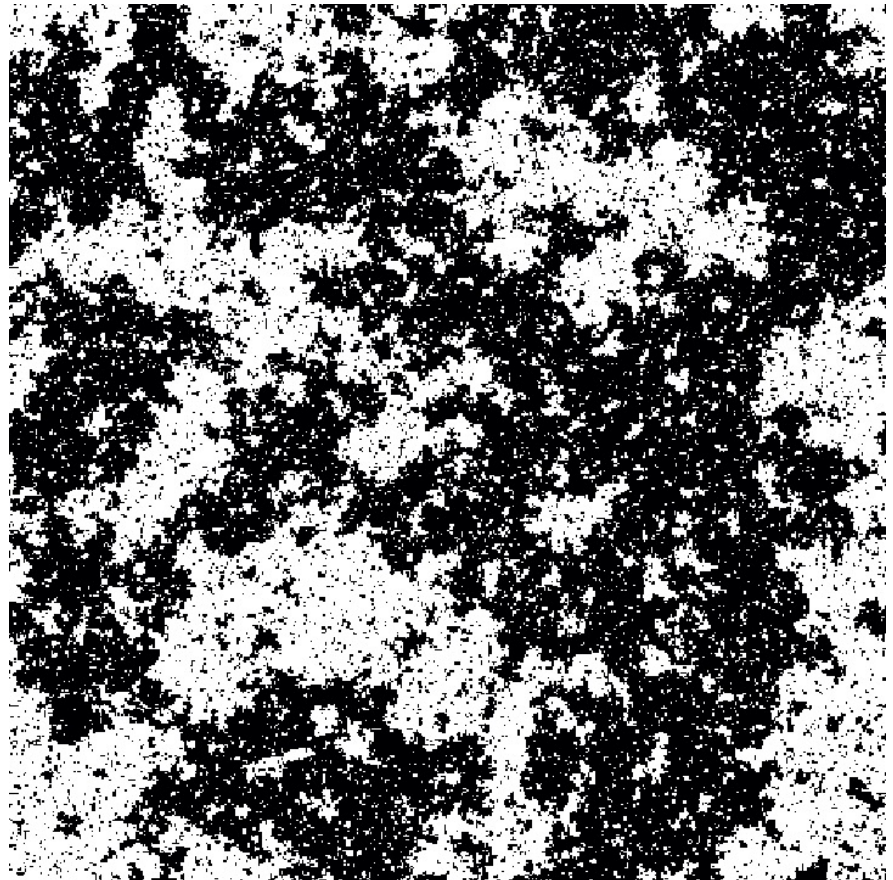
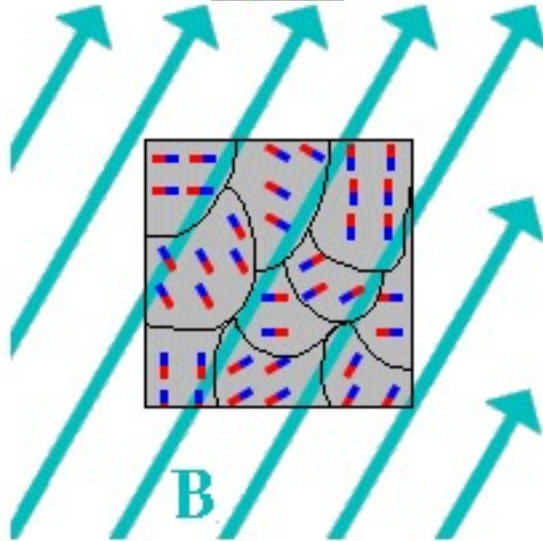
Sincronizzazione e Magnetismo

Il modello di Ising 2D al punto critico (L.Onsager, 1944)

Al punto critico si formano **domini di spin** up o down che **competono dinamicamente** tra loro per decidere quale sarà la magnetizzazione vincente



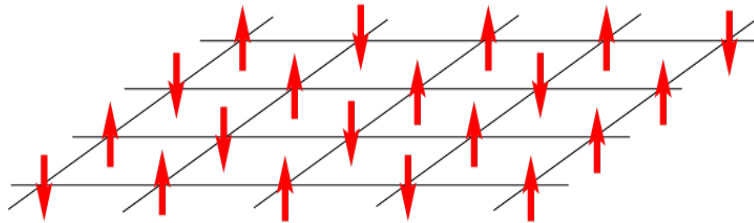
2-D Ising Model



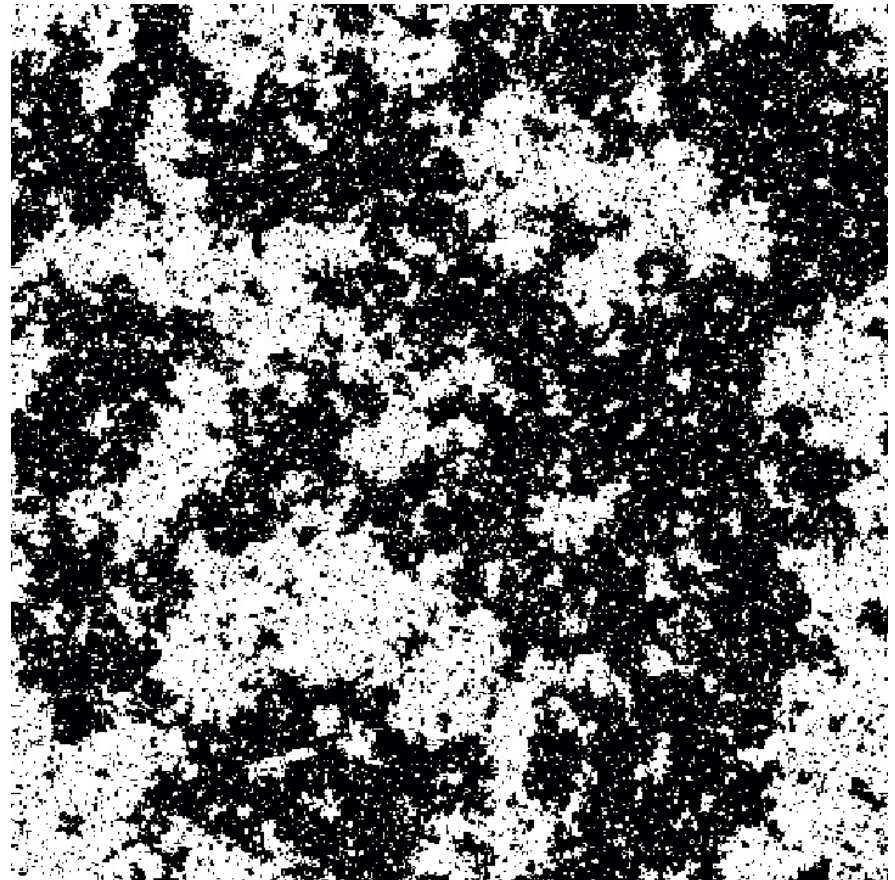
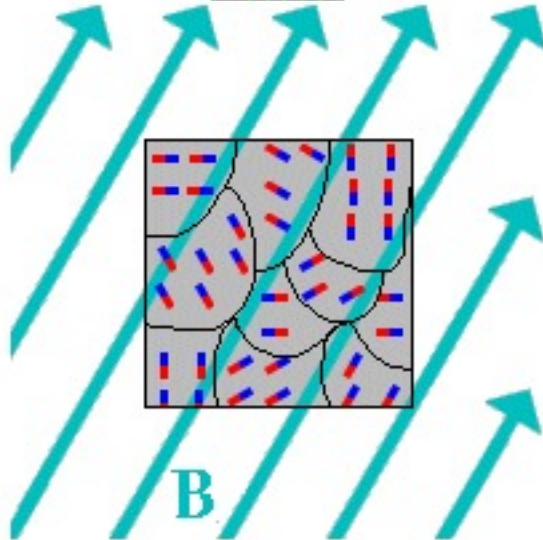
Sincronizzazione e Magnetismo

Il modello di Ising 2D al punto critico (L.Onsager, 1944)

SI OSSERVA **COOPERAZIONE** TRA GLI SPIN ALL'INTERNO DEI DOMINI (al livello di descrizione inferiore) MA **COMPETIZIONE** TRA I DOMINI (al livello di descrizione superiore)

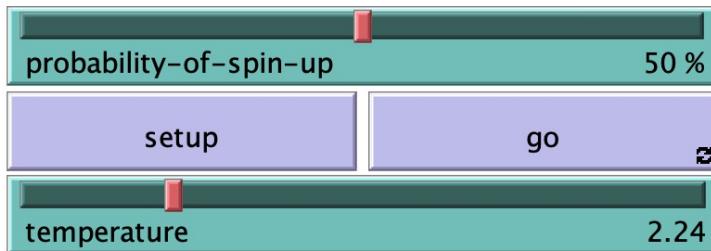


2-D Ising Model



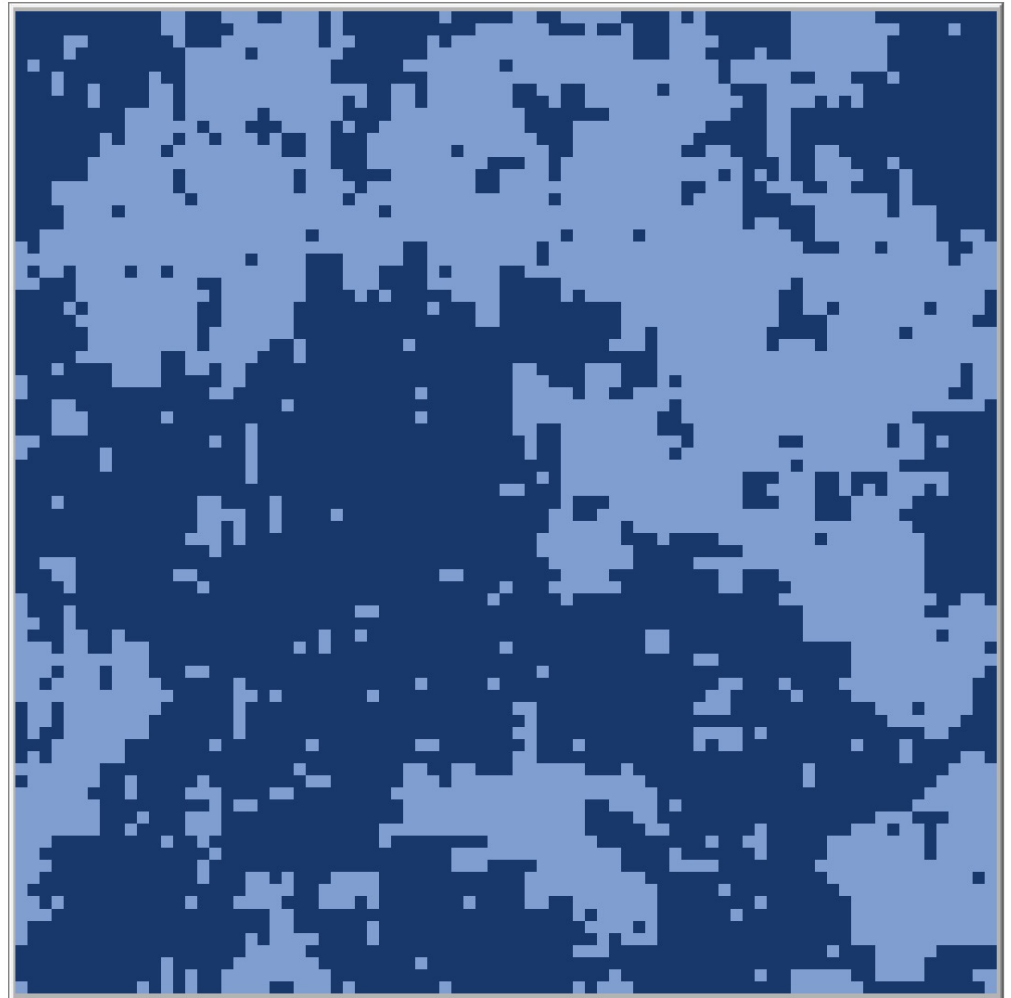
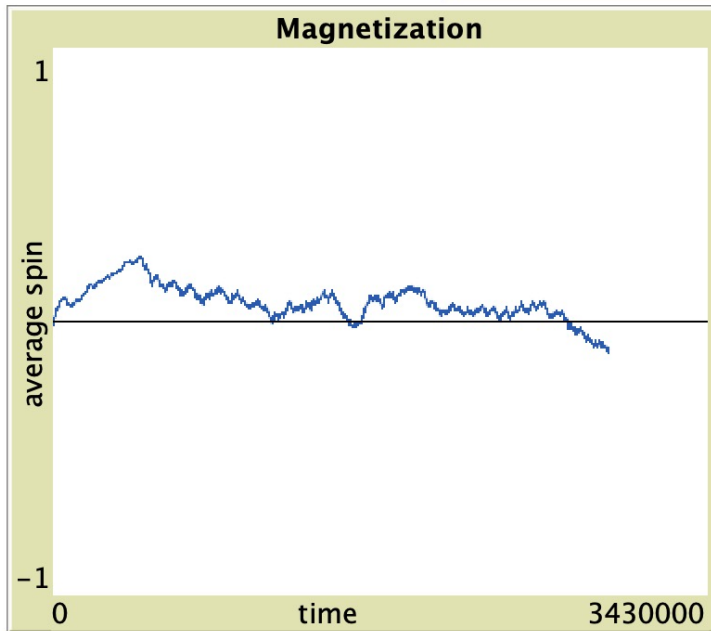
Sincronizzazione e Magnetismo

Il modello di Ising 2D al punto critico (L.Onsager, 1944)



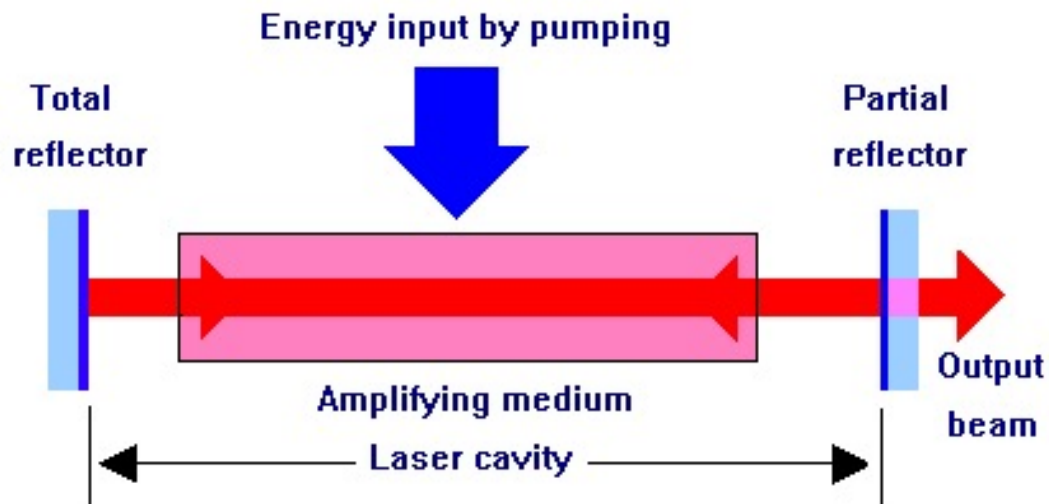
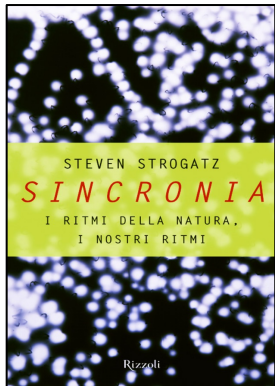
Theor. Critical Temp. = 2.27

magnetization
-0.116



Sincronizzazione e Laser

Un **laser tipico** è formato da un gas di atomi o molecole racchiuso in un tubo con due specchi alle estremità, uno dei quali semiriflettente e in grado di far fuoriuscire radiazione luminosa. Attraverso una **fonte di energia esterna** (corrente elettrica) un certo numero di atomi viene mantenuto **fuori dall'equilibrio** e spinto ad emettere spontaneamente radiazione luminosa sotto forma di fotoni (emissione stimolata). Raggiunto un **valore critico** dell'intensità di corrente, casualmente alcuni fotoni (o le onde ad essi associate) cominciano a **cooperare** e a **sincronizzarsi in fase** in piccoli gruppi, che a loro volta, entrano in **competizione** tra loro per «catturare» un numero sempre maggiore di atomi finché, dopo un certo tempo, un gruppo finisce per prevalere definitivamente sugli altri e impone al laser un **ordine collettivo** che trasforma l'iniziale emissione disordinata in un **fascio di luce monocromatica**, costituito da miliardi e miliardi di fotoni che viaggiano in perfetta sincronia!

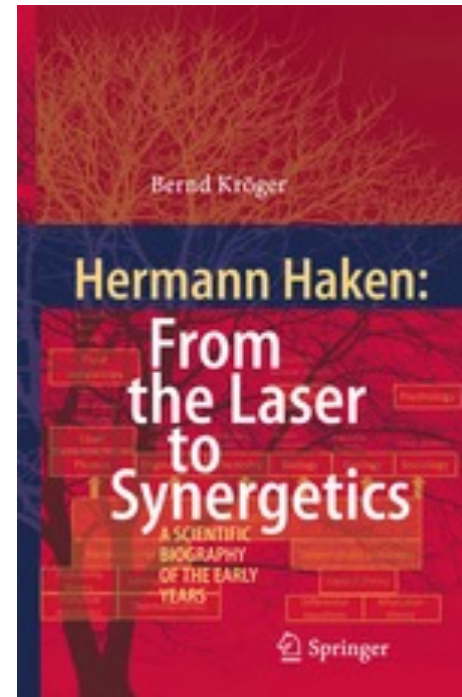
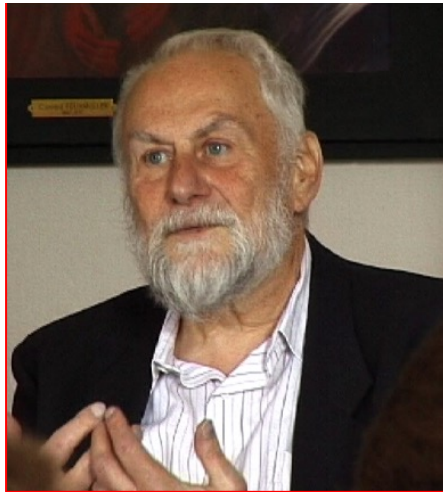


Sincronizzazione e Sinergetica

La scienza degli effetti combinati (1972)

All'inizio degli anni '70 il fisico tedesco **Hermann Haken** era affascinato dallo straordinario miscuglio di cooperazione e competizione tra le onde luminose che sta alla base del meccanismo di **auto-organizzazione** del laser e che riesce a creare ordine dal disordine: l'onda che, sfruttando il processo di emissione stimolata, riesce a prevalere sulle altre, gioca infatti il ruolo di un “**ordinatore**” (order parameter) che “**asservisce**” le altre onde e le costringe ad oscillare con la sua stessa fase...

Hermann Haken (Lipsia, 12 luglio 1927 – Sindelfingen, 14 agosto 2024^[1]) è stato un **fisico tedesco**, noto soprattutto come il fondatore della sinergetica^[2].



Sincronizzazione e Sinergetica

La scienza degli effetti combinati (1972)



«Questo carattere obbligatorio che possiede la nascita dell'ordine dal caos è in larga misura indipendente dal substrato materiale nel quale si svolgono i processi. In questo senso un laser può comportarsi proprio come una formazione di nubi o come un agglomerato di cellule. Evidentemente si ha a che fare con un **fenomeno emergente**, e da ciò si comprende che regolarità di questo genere si possono riscontrare anche nel dominio non materiale. Ad esempio nell'ambito della **sociologia** si può citare il comportamento di interi gruppi, che sembrano aderire all'improvviso a un'idea nuova, per esempio della **moda**, a certe **tendenze culturali**, a un nuovo indirizzo in pittura o a una nuova corrente stilistica in letteratura. Queste regolarità, inoltre, ci aprono un accesso verso i meccanismi segreti della natura. [...] Stabiliremo che è il **comportamento collettivo** di molti individui, siano essi atomi, molecole, cellule, animali o uomini, a determinare indirettamente il loro destino: attraverso la **competizione**, da una parte, e la **cooperazione** dall'altra. In ciò, tuttavia, questi individui hanno spesso una parte passiva più che attiva».

H. Haken *“Sinergetica. Il segreto del successo della natura”*, 1983

Sincronizzazione e Auto-Organizzazione

Le Strutture Dissipative (fine anni '60)



Ilya Prigogine (in russo Илья Романович Пригожин? *Il'ja Romanovič Prigožin*) (Mosca, 25 gennaio 1917 – Bruxelles, 28 maggio 2003) è stato un chimico e fisico russo naturalizzato belga, molto noto per le sue teorie sulle strutture dissipative, i sistemi complessi e l'irreversibilità.

Questo concetto di «**order from chaos**», oltre che nella seconda Cibernetica (Von Foerster), lo ritroviamo anche nella **Teoria delle Strutture Dissipative** di **Ilya Prigogine** (Nobel per la chimica nel 1977). Infatti il laser può essere considerato anche un esempio di struttura dissipativa nel senso proposto da Prigogine:

-Fornitura continua di energia: il laser deve essere “pompat” (per esempio elettricamente o otticamente). Si tratta quindi di un **sistema aperto**, che assorbe energia dall'esterno.

-Lontananza dall'equilibrio: per ottenere l'inversione di popolazione (condizione necessaria all'azione laser), i livelli energetici del mezzo attivo vengono forzati in uno stato che **non è quello di equilibrio termodinamico**.

-Auto-organizzazione (coerenza): grazie a questa inversione di popolazione e alla configurazione del risonatore, il sistema sviluppa spontaneamente un'emissione coerente di fotoni (la luce laser). Si tratta di un **comportamento emergente** ordinato - una rottura di simmetria e la comparsa di una “fase” coerente - che sorge solo se si mantiene costante l'apporto di energia dall'esterno.

Sincronizzazione e Auto-Organizzazione

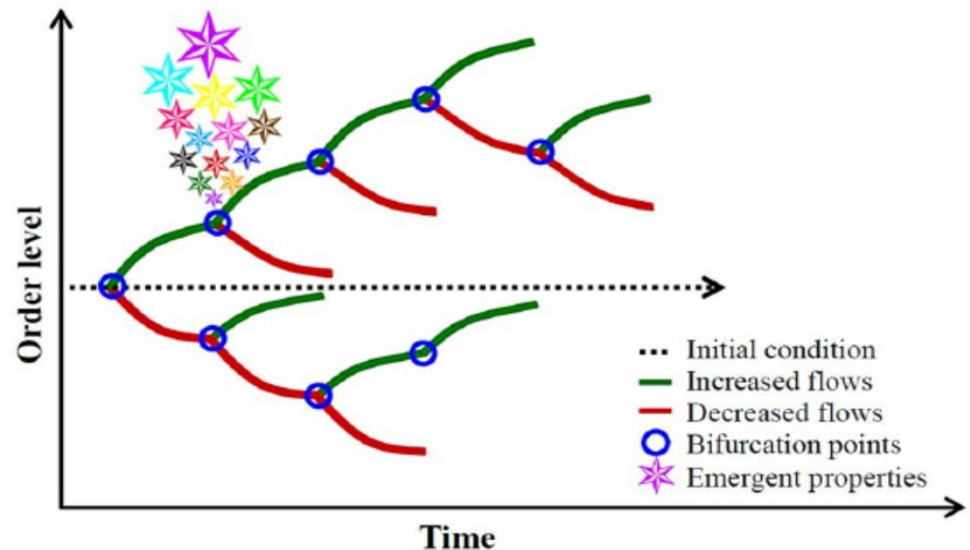
Le Strutture Dissipative (fine anni '60)



Ilya Prigogine (in russo Илья Романович Пригожин? *Il'ja Romanovič Prigožin*) (Mosca, 25 gennaio 1917 – Bruxelles, 28 maggio 2003) è stato un **chimico** e **fisico russo naturalizzato belga**, molto noto per le sue teorie sulle **strutture dissipative**, i **sistemi complessi** e l'**irreversibilità**.

Generalizzando, per Prigogine, il concetto di “**ordine attraverso il caos**” descrive la tendenza, tipica dei sistemi non lineari, a sviluppare forme di ordine grazie alla presenza di **fluttuazioni**, che in prossimità di **biforcazioni**, possono venire amplificate fino a determinare una riorganizzazione complessiva del sistema.

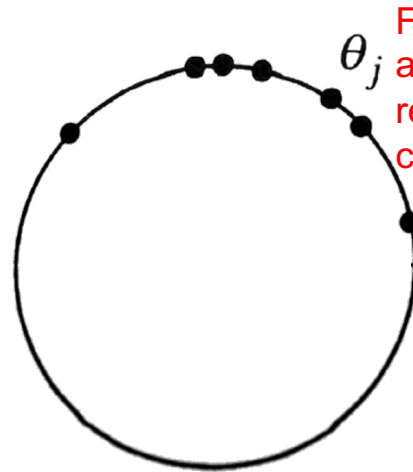
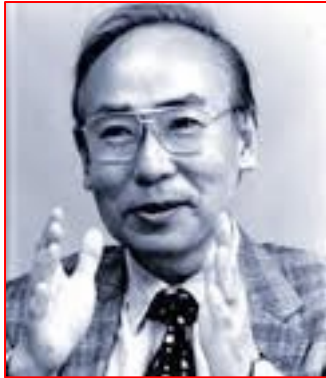
Nella visione di Prigogine, l'**emergenza dell'ordine in sistemi lontani dall'equilibrio** è strettamente legata al concetto di **biforcazione**. Una biforcazione è un punto critico in cui il sistema, a causa di una variazione dei parametri di controllo (ad esempio la temperatura, l'apporto di energia, la concentrazione di reagenti in una reazione chimica, ecc.), **perde la stabilità** dello stato precedente e può 'scegliere' tra più possibili nuovi stati. Da questi passaggi successivi può risultare un **incremento dell'ordine** (pattern spaziali, dinamiche regolari, ecc.) e, in certi casi, un incremento di **complessità** (pattern più ricchi o diversificati).



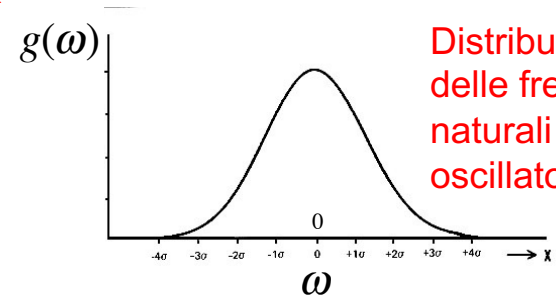
Un Toy-Model per la sincronizzazione: Il Modello di Kuramoto

Y. Kuramoto, Chemical Oscillations, Waves, and Turbulence, Springer, Berlin, 1984.

Sistema di N oscillatori accoppiati (θ_j, ω_j)



Fase degli oscillatori,
accoppiati con intensità
regolata dal parametro di
controllo K

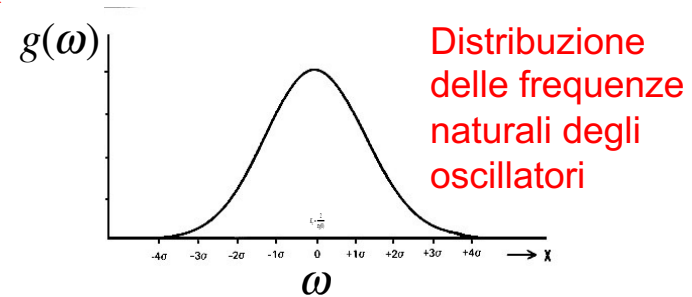
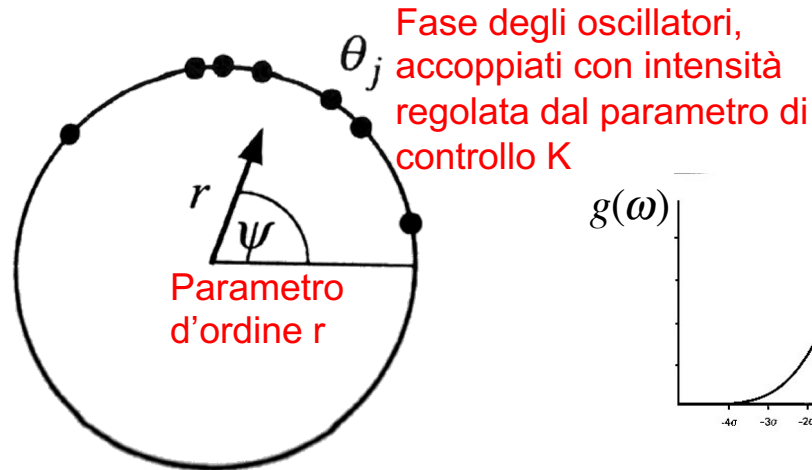
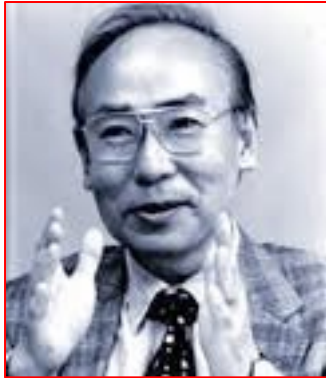


Distribuzione
delle frequenze
naturali degli
oscillatori

Un Toy-Model per la sincronizzazione: Il Modello di Kuramoto

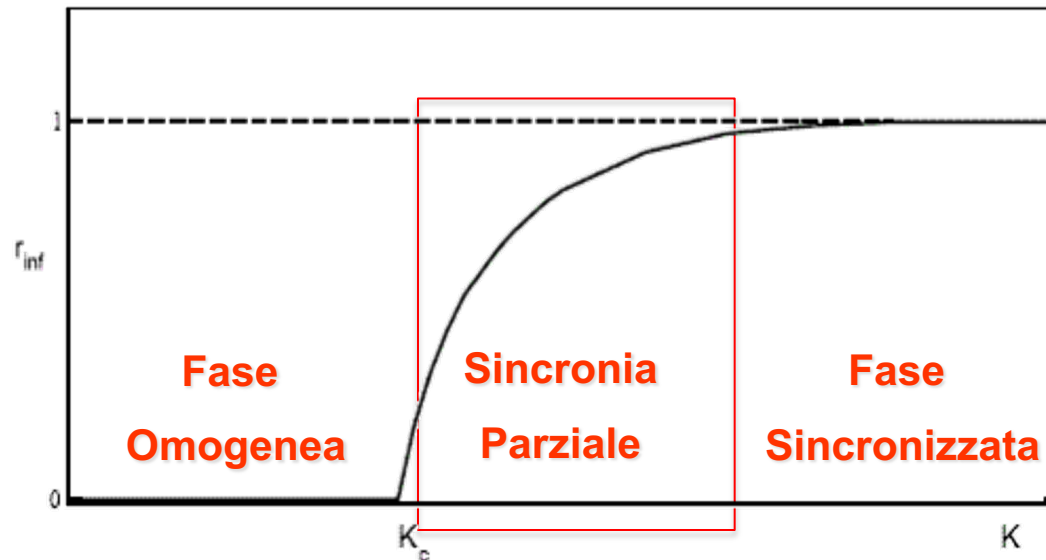
Y. Kuramoto, Chemical Oscillations, Waves, and Turbulence, Springer, Berlin, 1984.

Sistema di N oscillatori accoppiati (θ_j, ω_j)



$$K_c = \frac{2}{\pi g(0)}$$

valore critico
del parametro
di accoppiamento

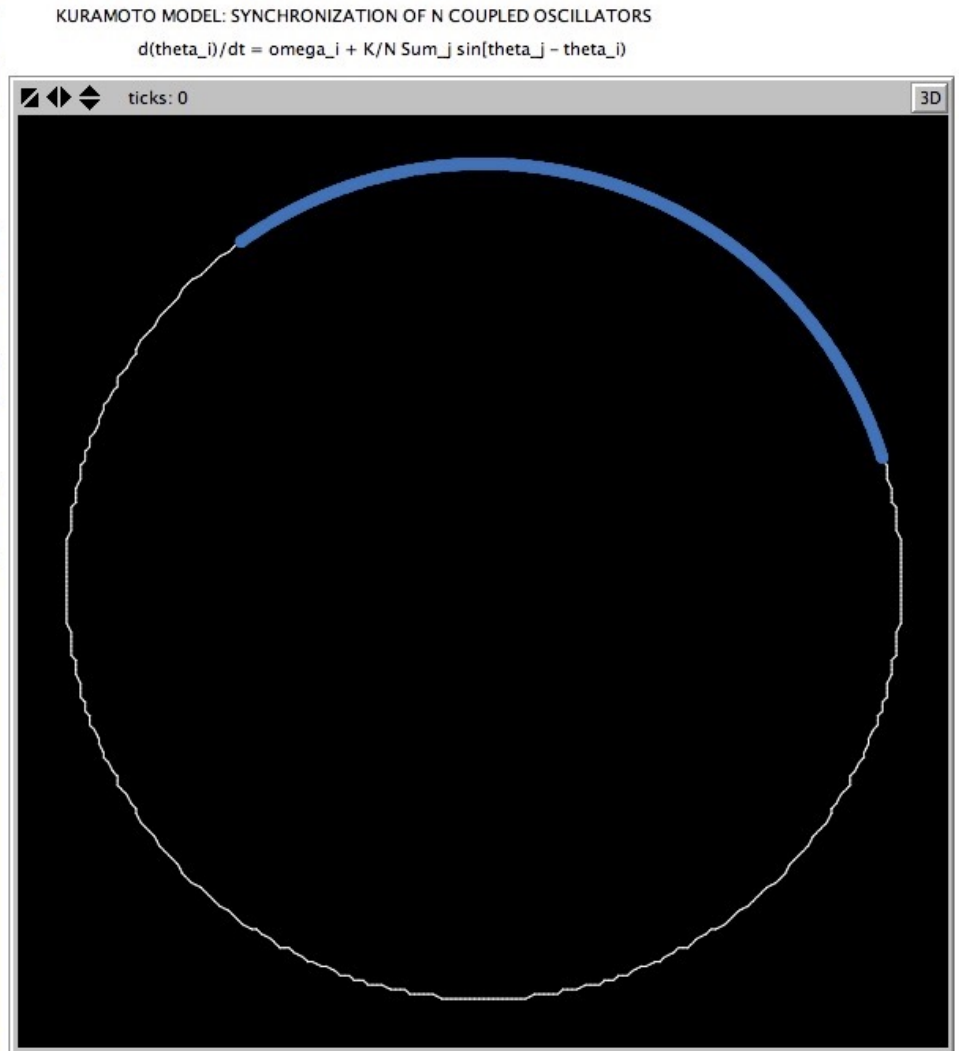
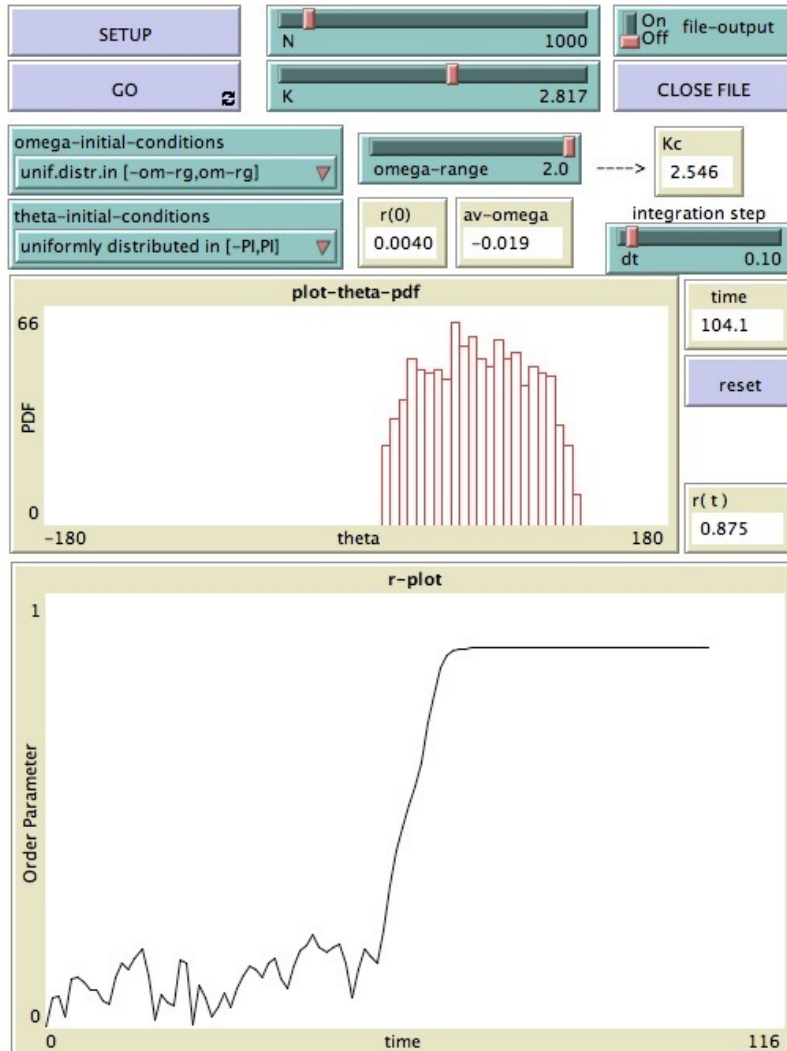


Valore asintotico del parametro d'ordine r_∞ in funzione dell'intensità dell'accoppiamento K

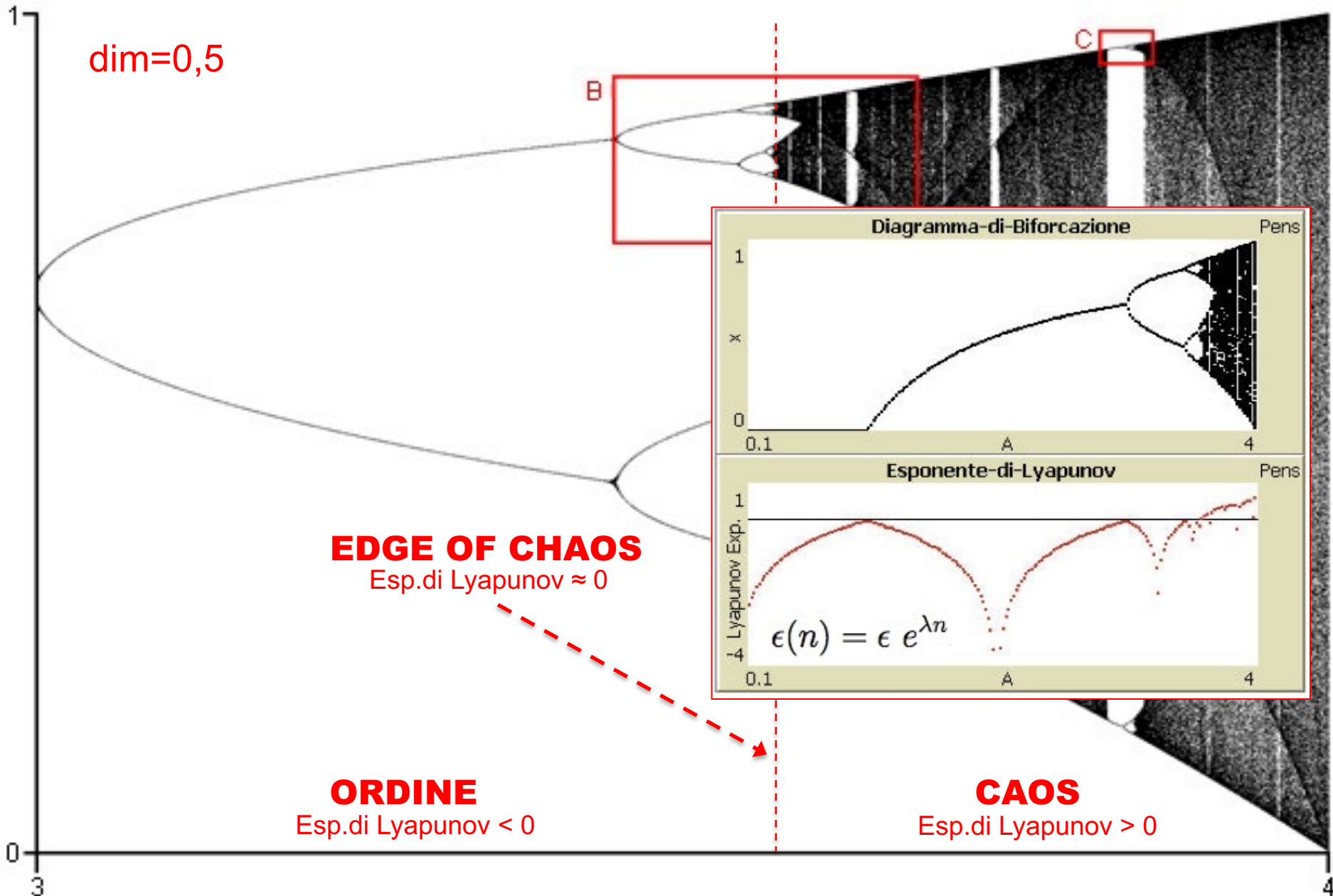
Un Toy-Model per la sincronizzazione: Il Modello di Kuramoto

Y. Kuramoto, Chemical Oscillations, Waves, and Turbulence, Springer, Berlin, 1984.

Simulare un sistema di N oscillatori accoppiati



The "edge of chaos" nella Mappa Logistica

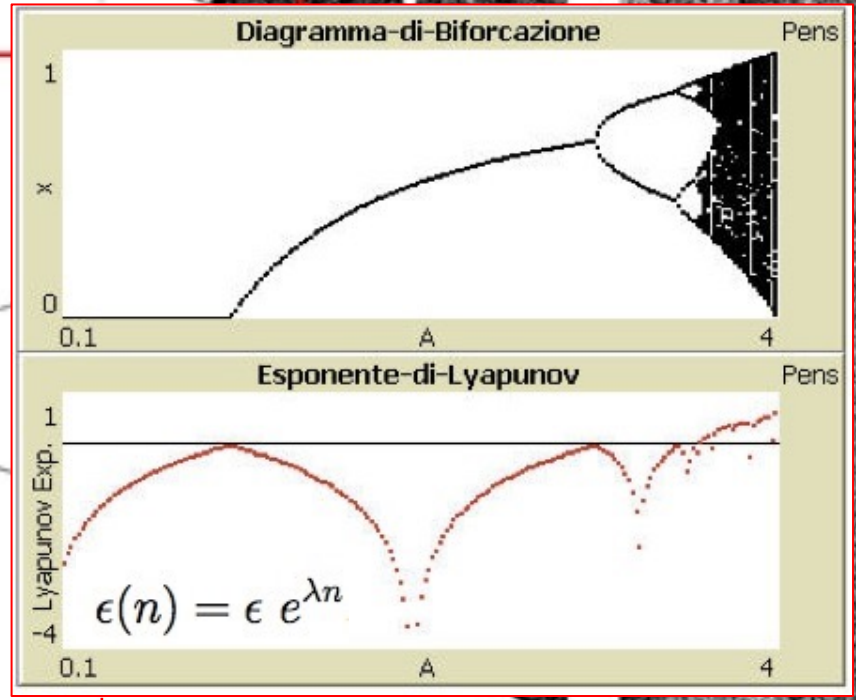


dim=0,5

EDGE OF CHAOS
Esp.di Lyapunov ≈ 0

ORDINE
Esp.di Lyapunov < 0

CAOS
Esp.di Lyapunov > 0



Modello di Kuramoto e Teorema Centrale del Limite (CLT)

CLT: la somma (normalizzata) di un grande numero di variabili casuali **INDIPENDENTI** è approssimativamente distribuita come una variabile casuale normale standard.

Central limit theorem

 [39 languages](#) 

[Article](#) [Talk](#)

[Read](#) [Edit](#) [View history](#)

From Wikipedia, the free encyclopedia

[Independent sequences](#) [\[edit\]](#)

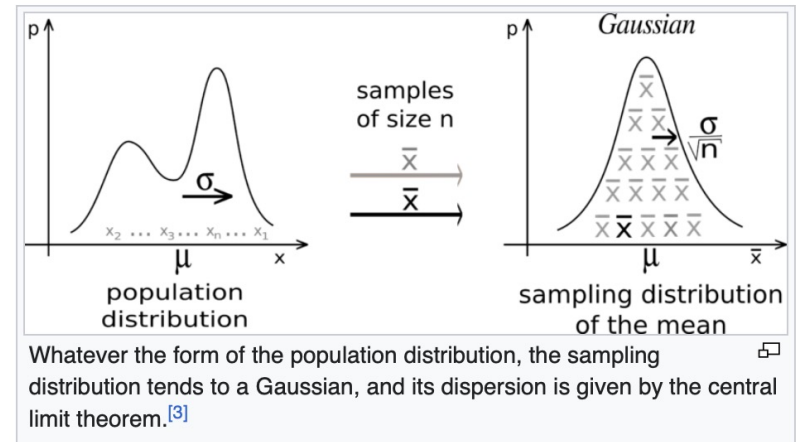
Classical CLT [\[edit\]](#)

Let $\{X_1, \dots, X_n\}$ be a sequence of **random samples** — that is, a sequence of **i.i.d. random variables** drawn from a distribution of **expected value** given by μ and finite **variance** given by σ^2 . Suppose we are interested in the **sample average**

$$\bar{X}_n \equiv \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$$

of the first n samples.

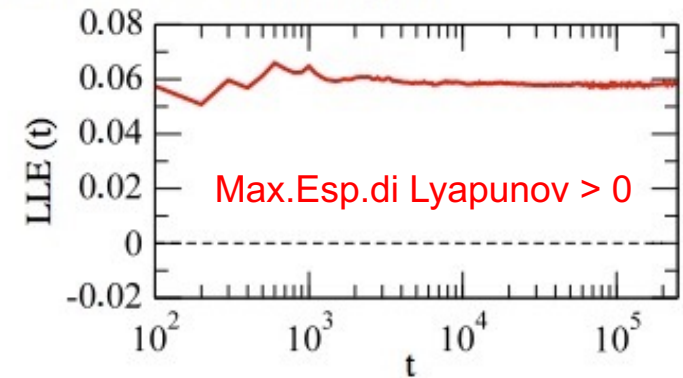
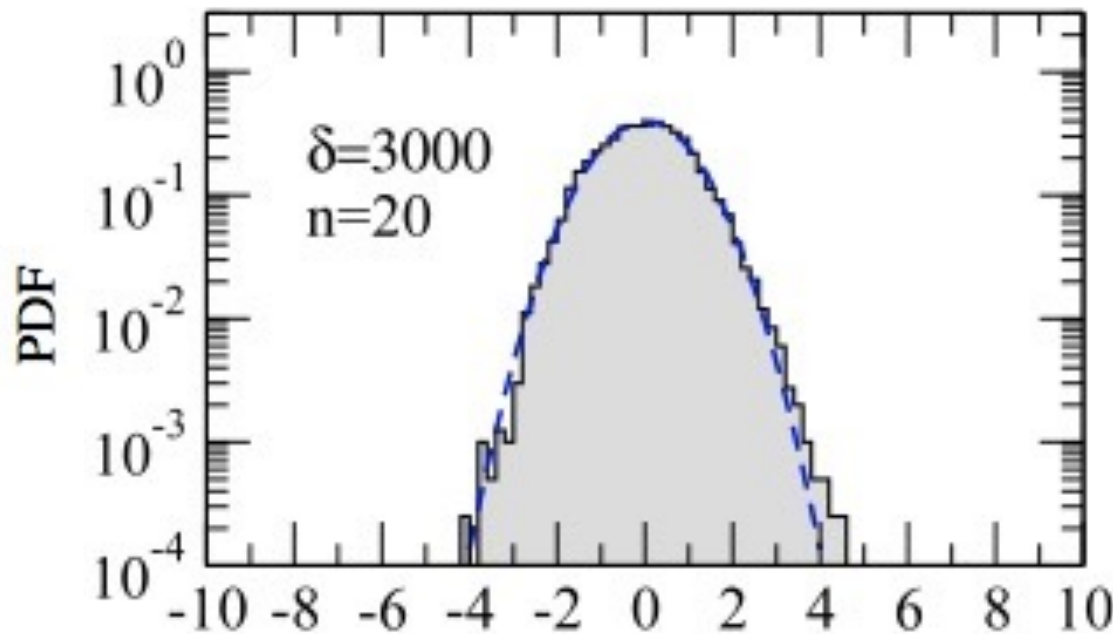
By the **law of large numbers**, the sample averages **converge almost surely** (and therefore also **converge in probability**) to the expected value μ as $n \rightarrow \infty$.



Modello di Kuramoto e Teorema Centrale del Limite (CLT)

CLT: la somma (normalizzata) di un grande numero di variabili casuali INDIPENDENTI è approssimativamente distribuita come una variabile casuale normale standard. **Se come variabili prendiamo le fasi degli oscillatori di Kuramoto nel regime caotico (fase omogenea, cioè con oscillatori non correlati) avremo:**

**Fully Chaotic
Regime**



**Standard
Gaussian
CLT attractor**

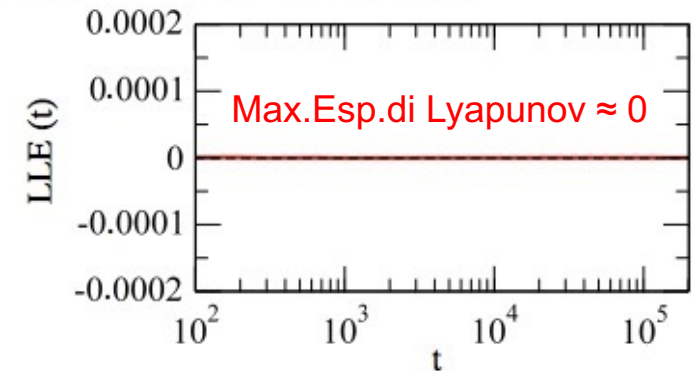
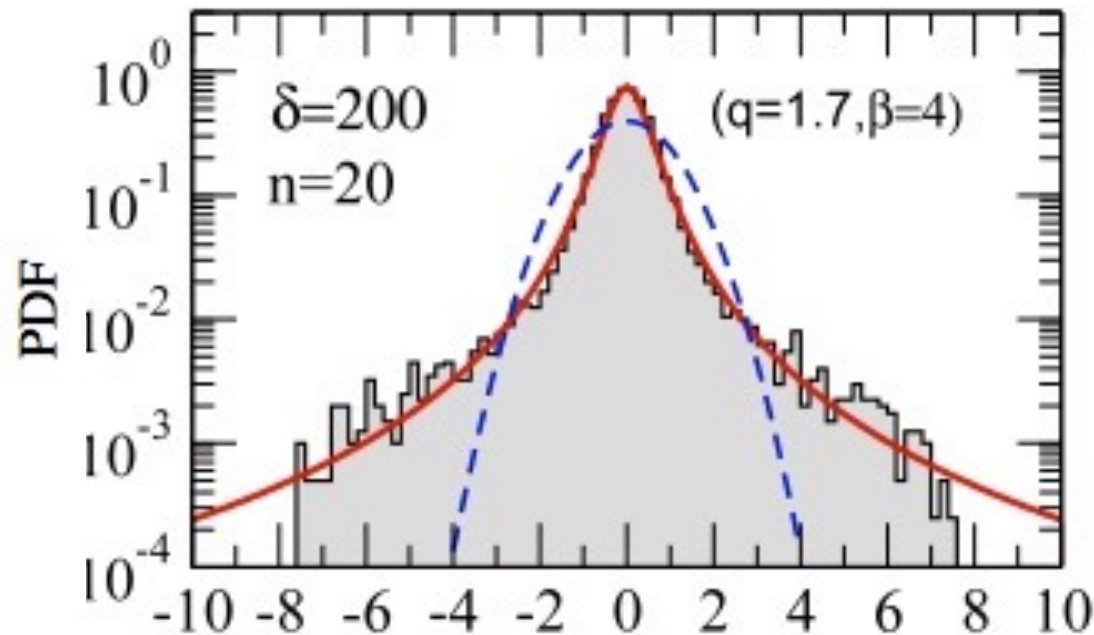
Code esponenziali
(rette in scala log-lin)

Gaussiana \rightarrow parabola

Violazione del Teorema Centrale del Limite “at the edge of chaos”

Se invece esistono CORRELAZIONI tra le variabili la somma (normalizzata) di un grande numero di esse non è più necessariamente distribuita come una variabile casuale normale standard e il CLT può essere generalizzato. **Prendendo sempre come variabili le fasi degli oscillatori, ma al punto critico, cioè quando essi sono correlati, avremo:**

“Edge of Chaos” Regime



Generalized q -Gaussian attractor

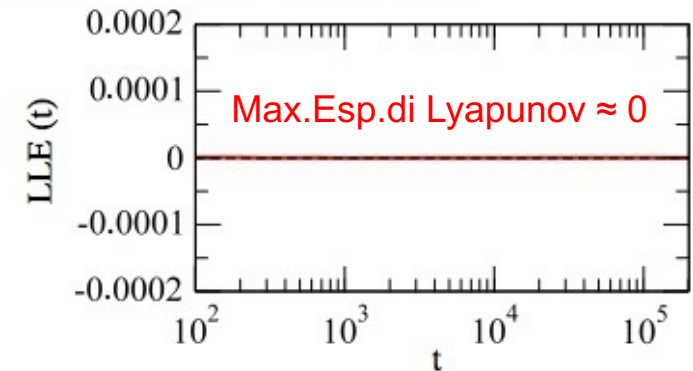
Code a legge di potenza!

La Legge di Potenza

Violazione del Teorema Centrale del Limite “at the edge of chaos”

Se invece esistono CORRELAZIONI tra le variabili la somma (normalizzata) di un grande numero di esse non è più necessariamente distribuita come una variabile casuale normale standard e il CLT può essere generalizzato. **Prendendo sempre come variabili le fasi degli oscillatori, ma al punto critico, cioè quando essi sono correlati, avremo:**

“Edge of Chaos” Regime



[Home](#) > [Milan Journal of Mathematics](#) > [Article](#)

Published: 14 March 2008

On a q -Central Limit Theorem Consistent with Nonextensive Statistical Mechanics

[Sabir Umarov](#) , [Constantino Tsallis](#) & [Stanly Steinberg](#)

[Milan Journal of Mathematics](#) **76**, 307–328 (2008) | [Cite this article](#)

625 Accesses | **240** Citations | **3** Altmetric | [Metrics](#)

Generalized q -Gaussian attractor

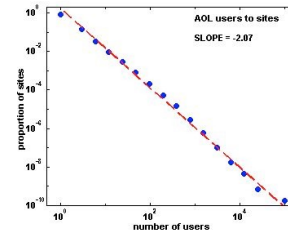
Code a legge di potenza!

La Legge di Potenza 

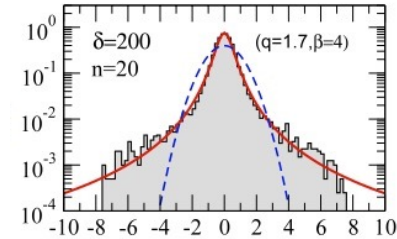
Complessità e Fisica Statistica



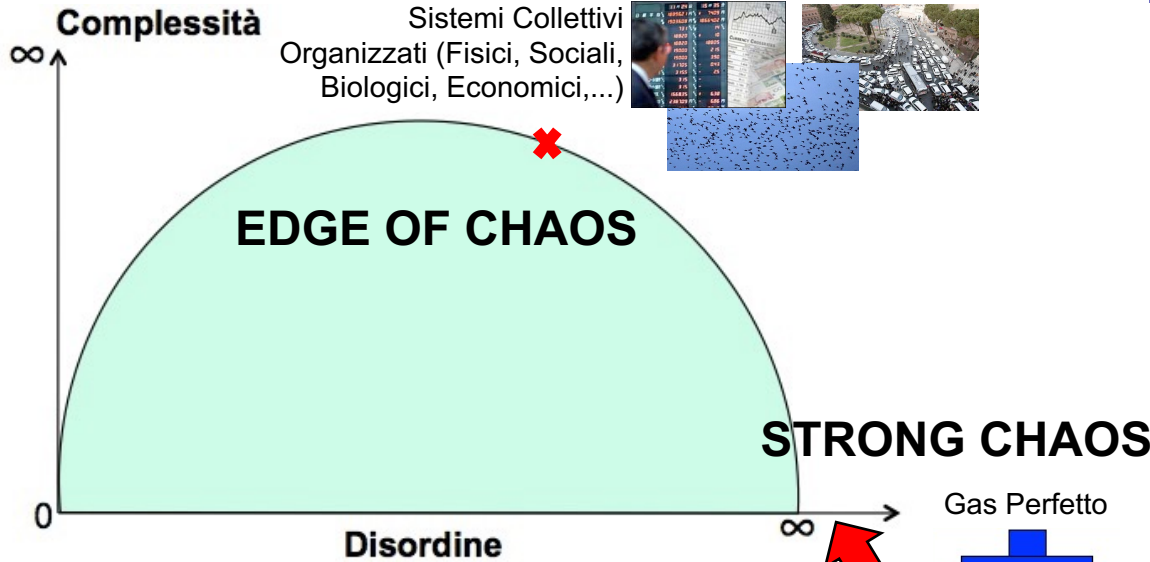
Meccanica Statistica Generalizzata di Tsallis



LEGGE DI POTENZA



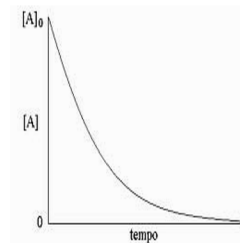
q-GAUSSIANA



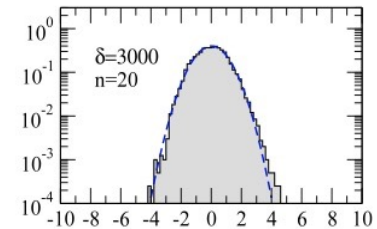
Universo come gas perfetto di Galassie



Meccanica Statistica di Boltzmann-Gibbs



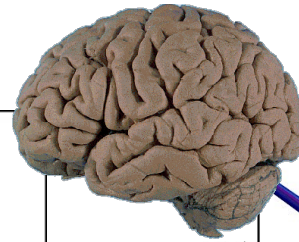
ESPONENZIALE



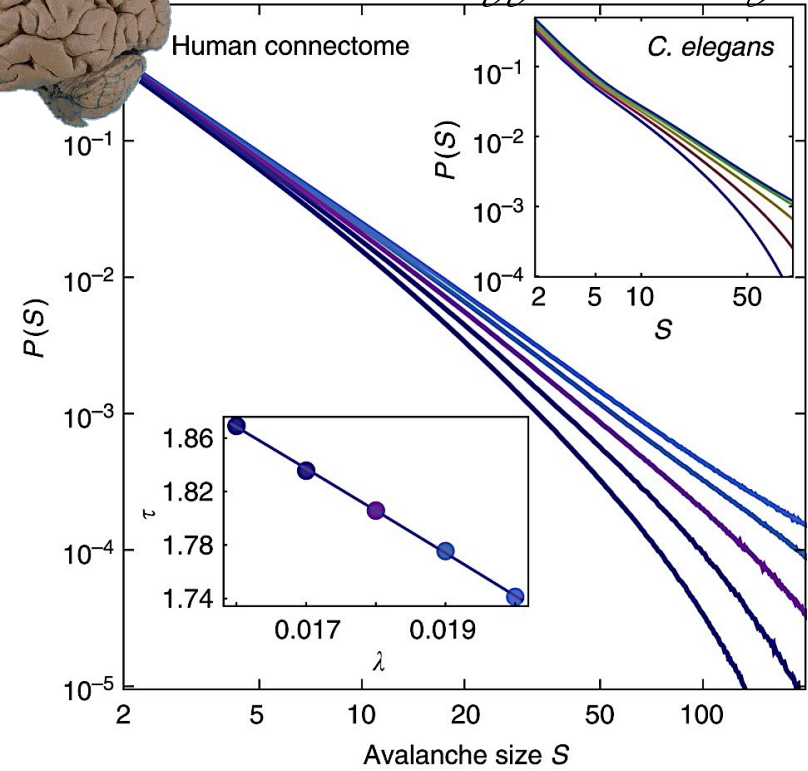
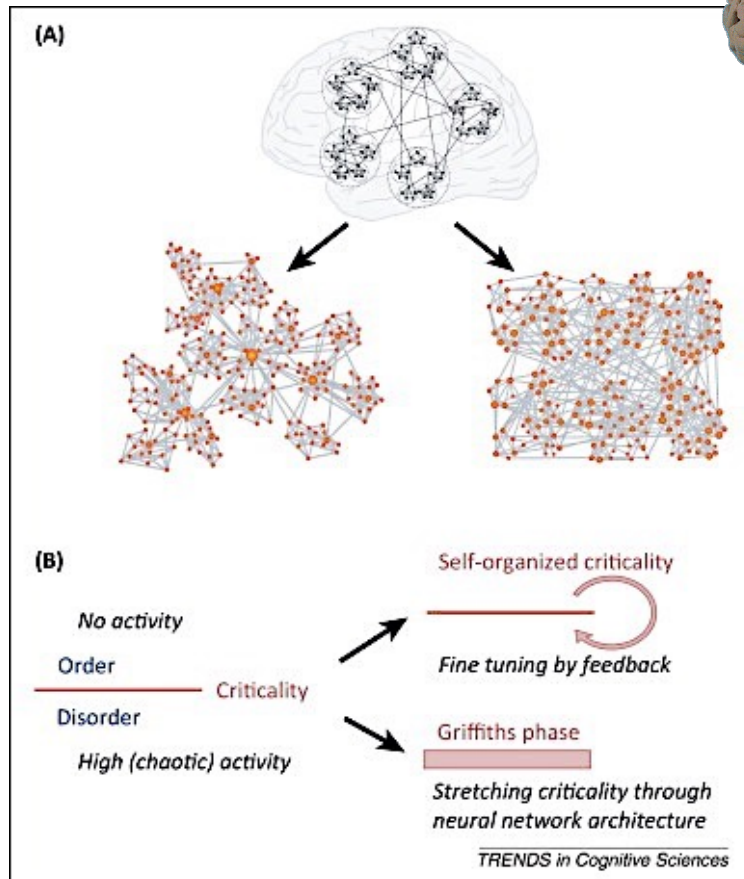
GAUSSIANA

Sincronizzazione nel Cervello umano

COME ABBIAMO VISTO, SI E' SCOPERTO CHE LE RETI E LE SOTTORETI NEURONALI DEL NOSTRO CERVELLO SONO DI TIPO **SMALL-WORLD**, ED E' GRAZIE A QUESTO CHE IL CERVELLO STESSO NEL SUO COMPLESSO SI TROVA PERENNEMENTE IN UNO "**STATO CRITICO**", AL "**MARGINE DEL CAOS**", E PRESENTA "**VALANGHE**" DI SCARICHE NEURONALI **SINCRONIZZATE** DI TUTTE LE DIMENSIONI...



La Legge di Potenza



P.Moretti, M.A.Munoz, "Griffiths phases and the stretching of criticality in brain networks", Nature Communications 4, 2521 (2013)

Sincronizzazione nel Cervello umano

COME ABBIAMO VISTO, SI E' SCOPERTO CHE LE RETI E LE SOTTORETI NEURONALI DEL NOSTRO CERVELLO SONO DI TIPO **SMALL-WORLD**, ED E' GRAZIE A QUESTO CHE IL CERVELLO STESSO NEL SUO COMPLESSO SI TROVA PERENNEMENTE IN UNO "**STATO CRITICO**", AL "**MARGINE DEL CAOS**", E PRESENTA "**VALANGHE**" DI SCARICHE NEURONALI **SINCRONIZZATE** DI TUTTE LE DIMENSIONI...



[Browse](#)

[Publish](#)

[About](#)

OPEN ACCESS PEER-REVIEWED

RESEARCH ARTICLE

Broadband Criticality of Human Brain Network Synchronization

Manfred G. Kitzbichler, Marie L. Smith, Søren R. Christensen, Ed Bullmore

Published: March 20, 2009 • <https://doi.org/10.1371/journal.pcbi.1000314>

Abstract

[Author Summary](#)

[Introduction](#)

[Methods and Materials](#)

[Results](#)

[Discussion](#)

[Author Contributions](#)

[References](#)

[Reader Comments \(0\)](#)

[Media Coverage \(2\)](#)

[Figures](#)

Abstract

Self-organized criticality is an attractive model for human brain dynamics, but there has been little direct evidence for its existence in large-scale systems measured by neuroimaging. In general, critical systems are associated with fractal or power law scaling, long-range correlations in space and time, and rapid reconfiguration in response to external inputs. Here, we consider two measures of phase synchronization: the phase-lock interval, or duration of coupling between a pair of (neurophysiological) processes, and the lability of global synchronization of a (brain functional) network. Using computational simulations of two mechanistically distinct systems displaying complex dynamics, the Ising model and the Kuramoto model, we show that both synchronization metrics have power law probability distributions specifically when these systems are in a critical state. We then demonstrate power law scaling of both pairwise and global synchronization metrics in functional MRI and magnetoencephalographic data recorded from normal volunteers under resting conditions. These results strongly suggest that human brain functional systems exist in an endogenous state of dynamical criticality, characterized by a greater than random probability of both prolonged periods of phase-locking and occurrence of large rapid changes in the state of global synchronization, analogous to the neuronal "avalanches" previously described in cellular systems. Moreover, evidence for critical dynamics was identified consistently in neurophysiological systems operating at frequency intervals ranging from 0.05–0.11 to 62.5–125 Hz, confirming that criticality is a property of human brain functional network organization at all frequency intervals in the brain's physiological bandwidth.

Sincronizzazione nel Cervello umano

COME ABBIAMO VISTO, SI E' SCOPERTO CHE LE RETI E LE SOTTORETI NEURONALI DEL NOSTRO CERVELLO SONO DI TIPO **SMALL-WORLD**, ED E' GRAZIE A QUESTO CHE IL CERVELLO STESSO NEL SUO COMPLESSO SI TROVA PERENNEMENTE IN UNO "**STATO CRITICO**", AL "**MARGINE DEL CAOS**", E PRESENTA "**VALANGHE**" DI SCARICHE NEURONALI **SINCRONIZZATE** DI TUTTE LE DIMENSIONI...

The human brain is on the edge of chaos

March 20, 2009,



Modern human brain. Image source: Univ. of Wisconsin-Madison Brain Collection.

Cambridge-based researchers provide new evidence that the human brain lives "on the edge of chaos", at a critical transition point between randomness and order. The study, published March 20 in the open-access journal *PLoS Computational Biology*, provides experimental data on an idea previously fraught with theoretical speculation.

Ad closed by Google

Report this ad

Why this ad? ▶

Self-organized criticality (where systems spontaneously organize themselves to operate at a critical point between order and randomness), can emerge from complex interactions in many different physical systems, including avalanches, forest fires, earthquakes, and heartbeat rhythms.

Sincronizzazione nel Cervello umano

COME ABBIAMO VISTO, SI E' SCOPERTO CHE LE RETI E LE SOTTORETI NEURONALI DEL NOSTRO CERVELLO SONO DI TIPO **SMALL-WORLD**, ED E' GRAZIE A QUESTO CHE IL CERVELLO STESSO NEL SUO COMPLESSO SI TROVA PERENNEMENTE IN UNO "**STATO CRITICO**", AL "**MARGINE DEL CAOS**", E PRESENTA "**VALANGHE**" DI SCARICHE NEURONALI **SINCRONIZZATE** DI TUTTE LE DIMENSIONI...

The screenshot shows a news article on the University of Cambridge website. The article title is "The human brain is on the edge of chaos". The main image is a colorful, abstract representation of neural networks with green, red, and blue nodes and connections. The article text begins with: "There has been speculation for many years that the human brain lives 'on the edge of chaos', at a critical transition point between randomness and order; but direct experimental evidence has been lacking." The article is dated 23 Mar 2009 and is attributed to Corey Seehaus, with credit to GE Healthcare from Flickr. The page includes a navigation menu with options like Home, News, Features, Discussion, Video and audio, Spotlight on..., Research at Cambridge, Innovation at Cambridge, and Research Impact. There are also social media sharing buttons for Facebook, Twitter, Reddit, LinkedIn, Email, and a Like button.

UNIVERSITY OF CAMBRIDGE

Study at Cambridge About the University Research at Cambridge

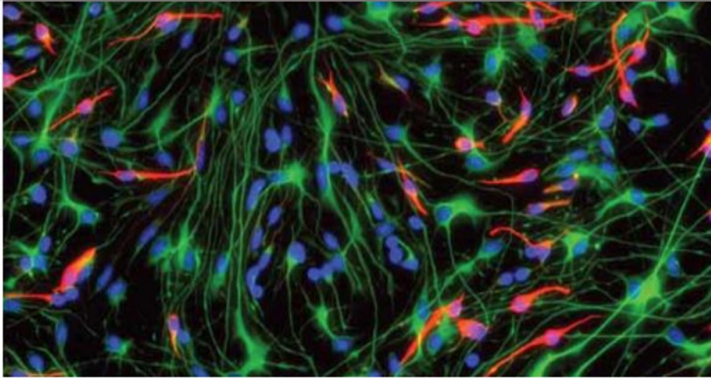
Quick links Search

Research / News / The human brain is on the edge of chaos

Research

Home News Features Discussion Video and audio Spotlight on... Research at Cambridge Innovation at Cambridge Research Impact

The human brain is on the edge of chaos



Published

23 Mar 2009

Image

Corey Seehaus

Credit: GE Healthcare from Flickr

Share

Facebook Share 20 Twitter Tweet 0

Reddit 0 LinkedIn Share 0

Email 0 < Share 136

Like 3

There has been speculation for many years that the human brain lives "on the edge of chaos", at a critical transition point between randomness and order; but direct experimental evidence has been lacking.

Cervello umano al "MARGINE DEL CAOS"

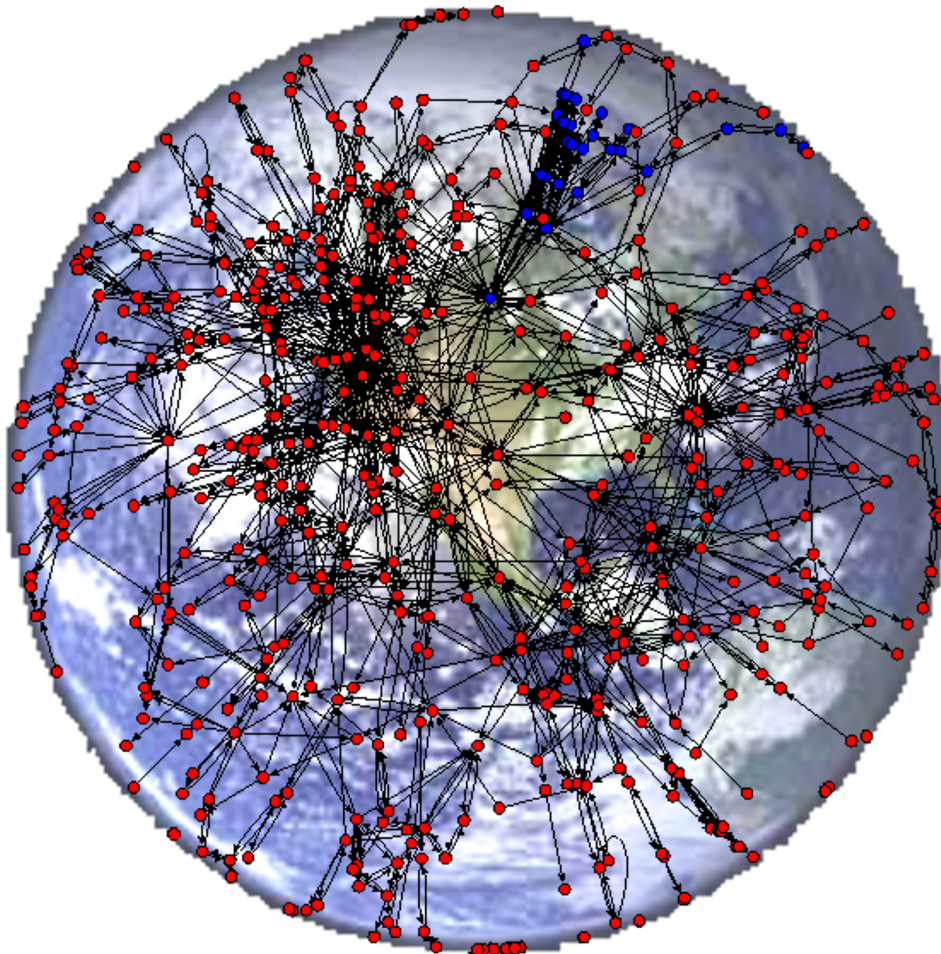


«Due pericoli minacciano costantemente il mondo: ordine e disordine».

Paul Valery

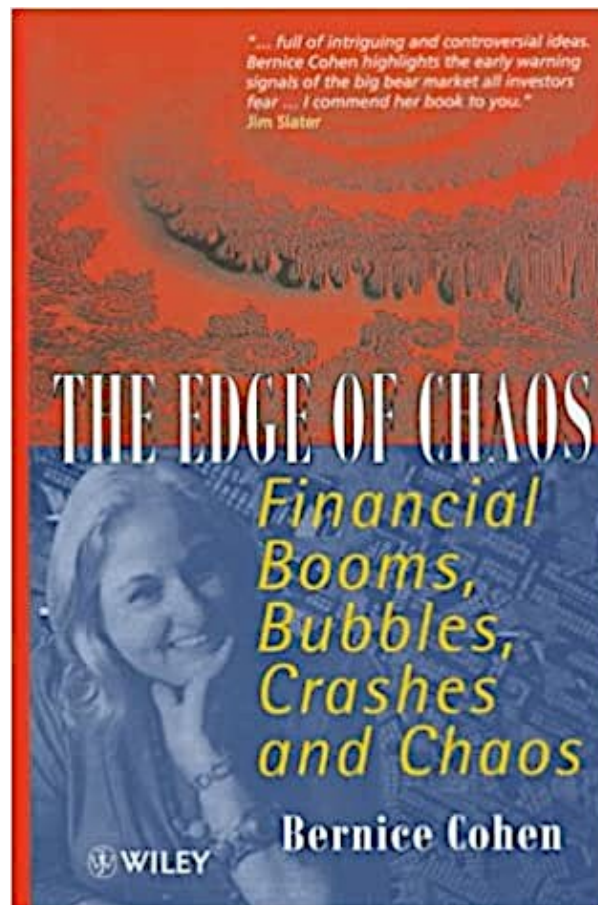
Sistemi socio-economici nello stato critico

MA ABBIAMO ANCHE VISTO CHE NEGLI ULTIMI DECENNI IL **SISTEMA SOCIO-ECONOMICO-ECOLOGICO** DEL PIANETA HA RAGGIUNTO UNA COMPLESSITA' ENORME E SI E' TRASFORMATO IN UN'UNICA GRANDE **RETE GLOBALE**, CHE MOSTRA TUTTE LE CARATTERISTICHE DI UN SISTEMA NELLO "STATO CRITICO", RICCO DI **EVENTI ESTREMI** DI VARIO TIPO...



Sistemi socio-economici nello stato critico

MA ABBIAMO ANCHE VISTO CHE NEGLI ULTIMI DECENNI IL **SISTEMA SOCIO-ECONOMICO-ECOLOGICO** DEL PIANETA HA RAGGIUNTO UNA COMPLESSITA' ENORME E SI E' TRASFORMATO IN UN'UNICA GRANDE **RETE GLOBALE**, CHE MOSTRA TUTTE LE CARATTERISTICHE DI UN SISTEMA NELLO "STATO CRITICO", RICCO DI **EVENTI ESTREMI** DI VARIO TIPO...



Sistemi socio-economici nello stato critico

MA ABBIAMO ANCHE VISTO CHE NEGLI ULTIMI DECENNI IL SISTEMA SOCIO-ECONOMICO-ECOLOGICO DEL PIANETA HA RAGGIUNTO UNA COMPLESSITA' ENORME E SI E' TRASFORMATO IN UN'UNICA GRANDE RETE GLOBALE, CHE MOSTRA TUTTE LE CARATTERISTICHE DI UN SISTEMA NELLO "STATO CRITICO", RICCO DI EVENTI ESTREMI DI VARIO TIPO...



StockCharts All StockCharts Blogs

Top Advisors Corner

At the Edge of Chaos: Market Breadth and Volatility Reach Critical Red Lines Simultaneously

Joe Duarte | January 09, 2022 at 05:46 PM



I've said it here many times now. If it's bad for stocks, it's going to be bad for just about everything. Well, you can now add a corollary statement: The Fed is the most dangerous variable for the markets and the MELA system, as its threat of raising interest rates in early 2022 has accelerated the recent selloff in stocks.

Last week, citing a persistent market breadth divergence, I noted that I was "pulling back my horns just a little, which is not to say that I'm turning outright bearish." This week, I'm going on record stating that I am increasingly concerned about the stock market, especially given the general tendency of any "Buy the Dip" rally to fail in the last few days. Moreover, because the stock market is the most important component of the MELA system (Markets, Economy, Life decisions and Algos), as the stock market goes, so will likely be the cascading effect throughout the economy and daily life.

That's because, as familiar readers know, large numbers of people depend on their stock trading revenues and the state of their 401 (k) plans to make important financial decisions. As a result, if and when we enter a bear market in stocks, the ripple effects will be felt through the economy as spending will decrease proportionately.

That said, it would not be surprising if all of this blows over with some kind of boffo announcement regarding the Omicron threat suddenly disappearing. Sure, it's folly to expect, as it would make little sense. But that's how the algo-driven market works.

Welcome to the Edge of Chaos:

"The edge of chaos is a transition space between order and disorder that is hypothesized to exist within a wide variety of systems. This transition zone is a region of bounded instability that engenders a constant dynamic interplay between order and disorder." – Complexity Labs

Sistemi socio-economici nello stato critico

MA ABBIAMO ANCHE VISTO CHE NEGLI ULTIMI DECENNI IL **SISTEMA SOCIO-ECONOMICO-ECOLOGICO** DEL PIANETA HA RAGGIUNTO UNA COMPLESSITA' ENORME E SI E' TRASFORMATO IN UN'UNICA GRANDE **RETE GLOBALE**, CHE MOSTRA TUTTE LE CARATTERISTICHE DI UN SISTEMA NELLO "STATO CRITICO", RICCO DI **EVENTI ESTREMI** DI VARIO TIPO...





Access through University of Catania Purchase PDF Access through



Chaos, Solitons & Fractals
Volume 30, Issue 5, December 2006, Pages 1074-1087



Evolving to the edge of chaos: Chance or necessity? ☆

Vikas Rai^a, Ranjit Kumar Upadhyay^b  

Show more ▾

 Share  Cite

<https://doi.org/10.1016/j.chaos.2005.09.003> ↗

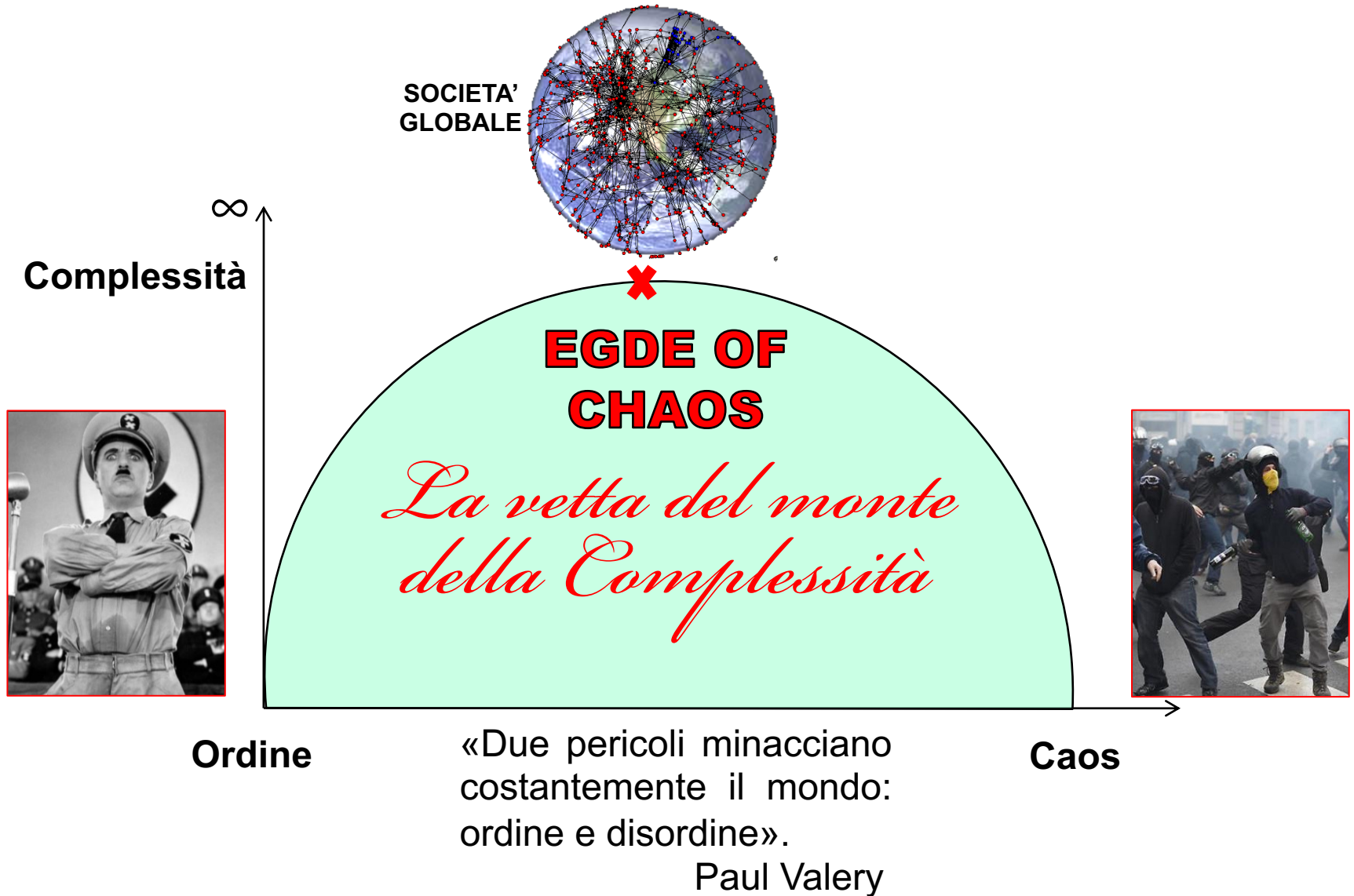
[Get rights and content](#) ↗

Abstract

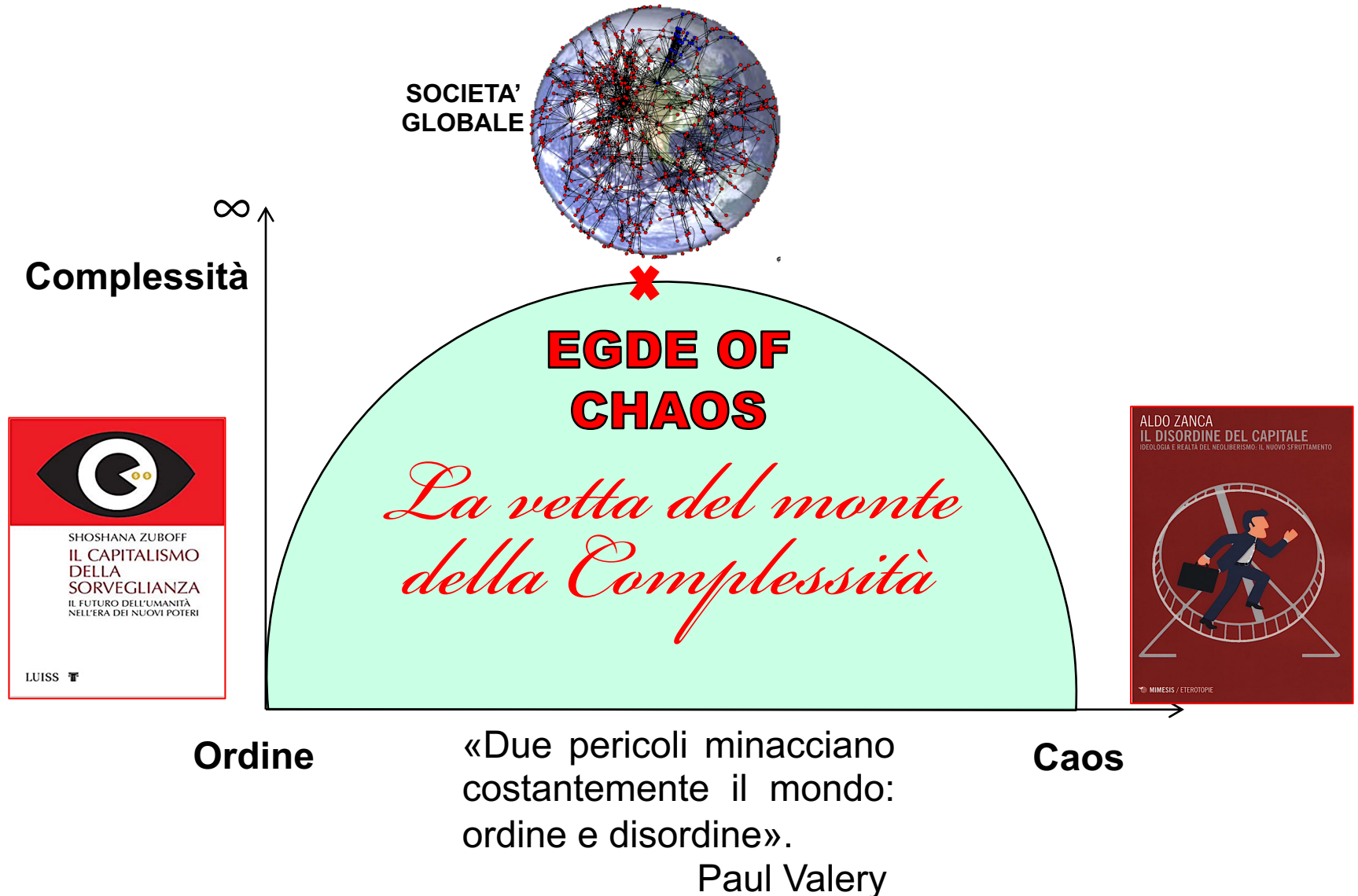
We show that ecological systems evolve to edges of chaos (EOC). This has been demonstrated by analyzing three diverse model ecosystems using numerical simulations in combination with analytical procedures. It has been found that all these systems reside on EOC and display short-term recurrent chaos (strc). The first two are non-linear food chains and the third one is a linear food chain. The dynamics of first two is dictated by deterministic changes in system parameters. In contrast to this, dynamics of the third model system (the linear food chain) is governed by both deterministic changes in system parameters as well as exogenous stochastic perturbations (unforeseen changes in initial conditions) of these dynamical systems.



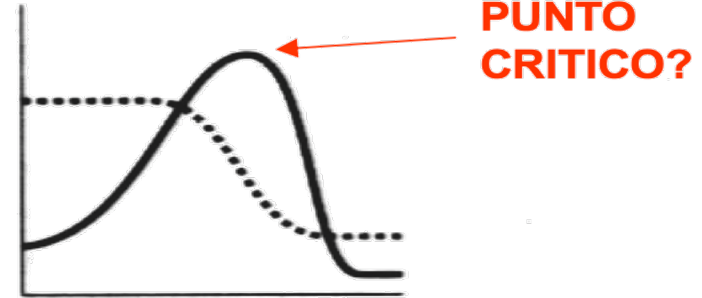
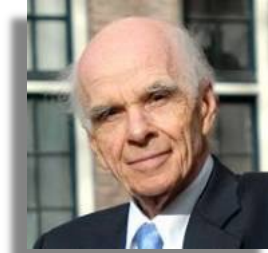
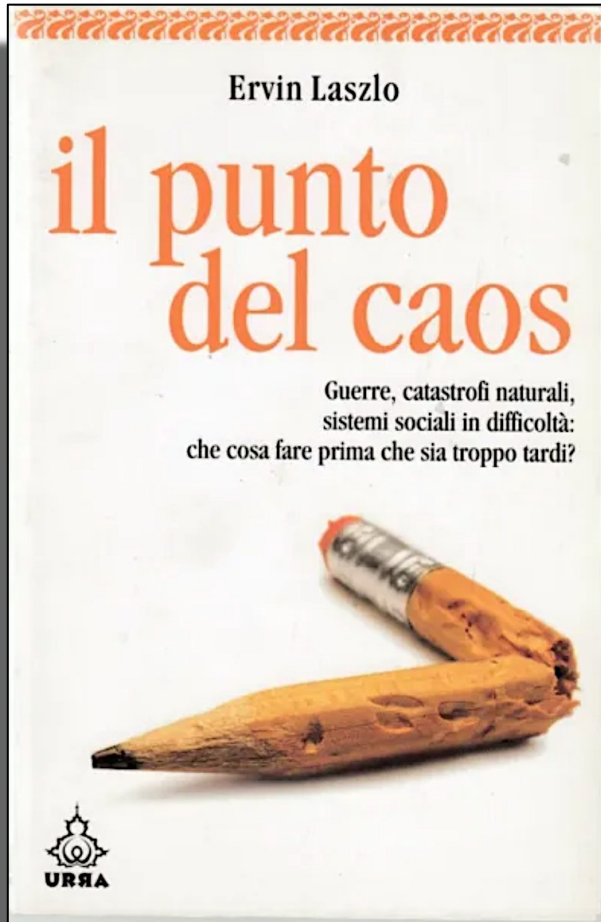
Società umana al “MARGINE DEL CAOS”



Società umana al “MARGINE DEL CAOS”



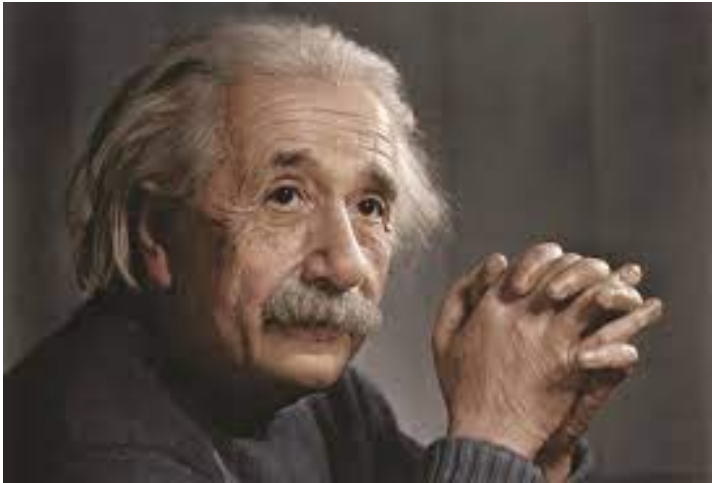
Ci stiamo avvicinando al punto critico?



PROBLEMI GLOBALI INTERCONNESSI

1. Crisi finanziarie ed economiche
2. Debiti e inflazione
3. Vulnerabilità agli attacchi informatici
4. Corruzione e diseguaglianze
5. Criminalità organizzata, teppismo
6. Estremismo, terrorismo, guerre
7. Crisi della Democrazia Rappresentativa
8. Epidemie (SARS, H1N1, Covid-19)
9. Migrazione e integrazione
10. Eventi climatici estremi

Cosa possiamo fare per evitarlo?

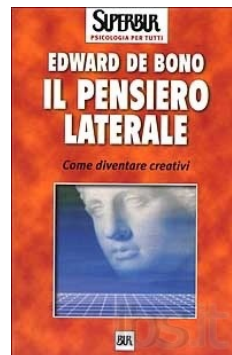
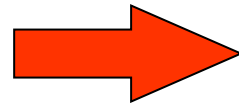


“Non puoi risolvere un problema con lo stesso tipo di pensiero che hai usato per crearlo”

Albert Einstein



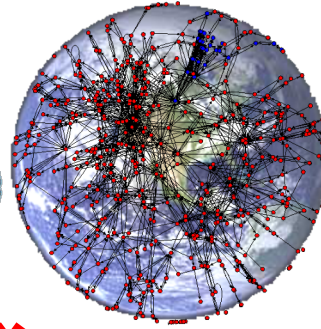
**PENSIERO
LINEARE**



**PENSIERO
COMPLESSO**

VERSO UN SISTEMA NERVOSO PLANETARIO?

CERVELLO
UMANO



SISTEMA
SOCIO-
ECONOMICO-
ECOLOGICO
GLOBALE

Complessità

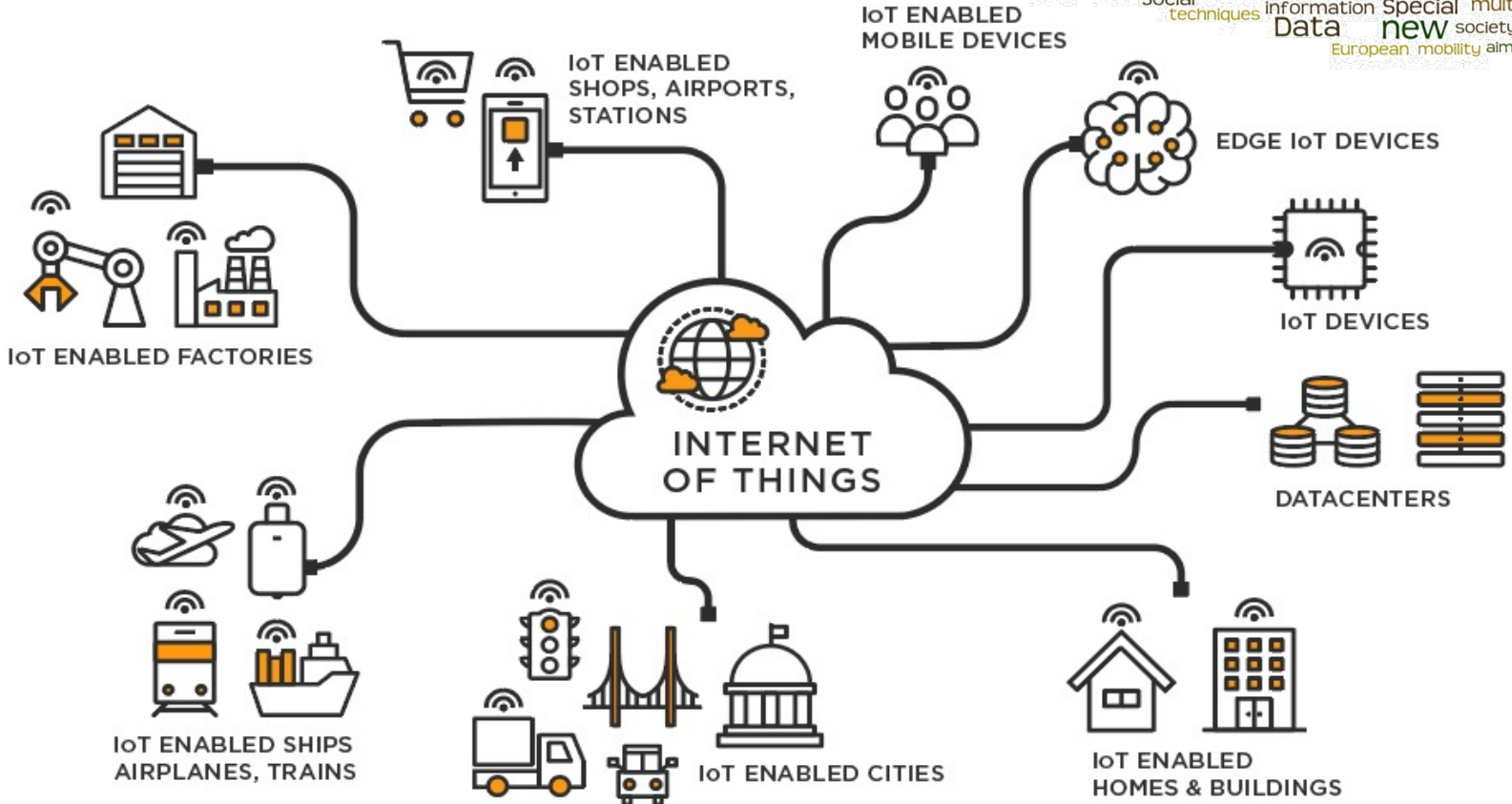
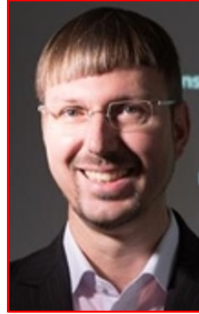


VERSO UN SISTEMA NERVOSO PLANETARIO?

FuturICT
www.futurict.eu

Dirk Helbing (ETH Zurich)
dhelbing@ethz.ch

Creating A
Planetary Nervous
System As A
Citizen Web

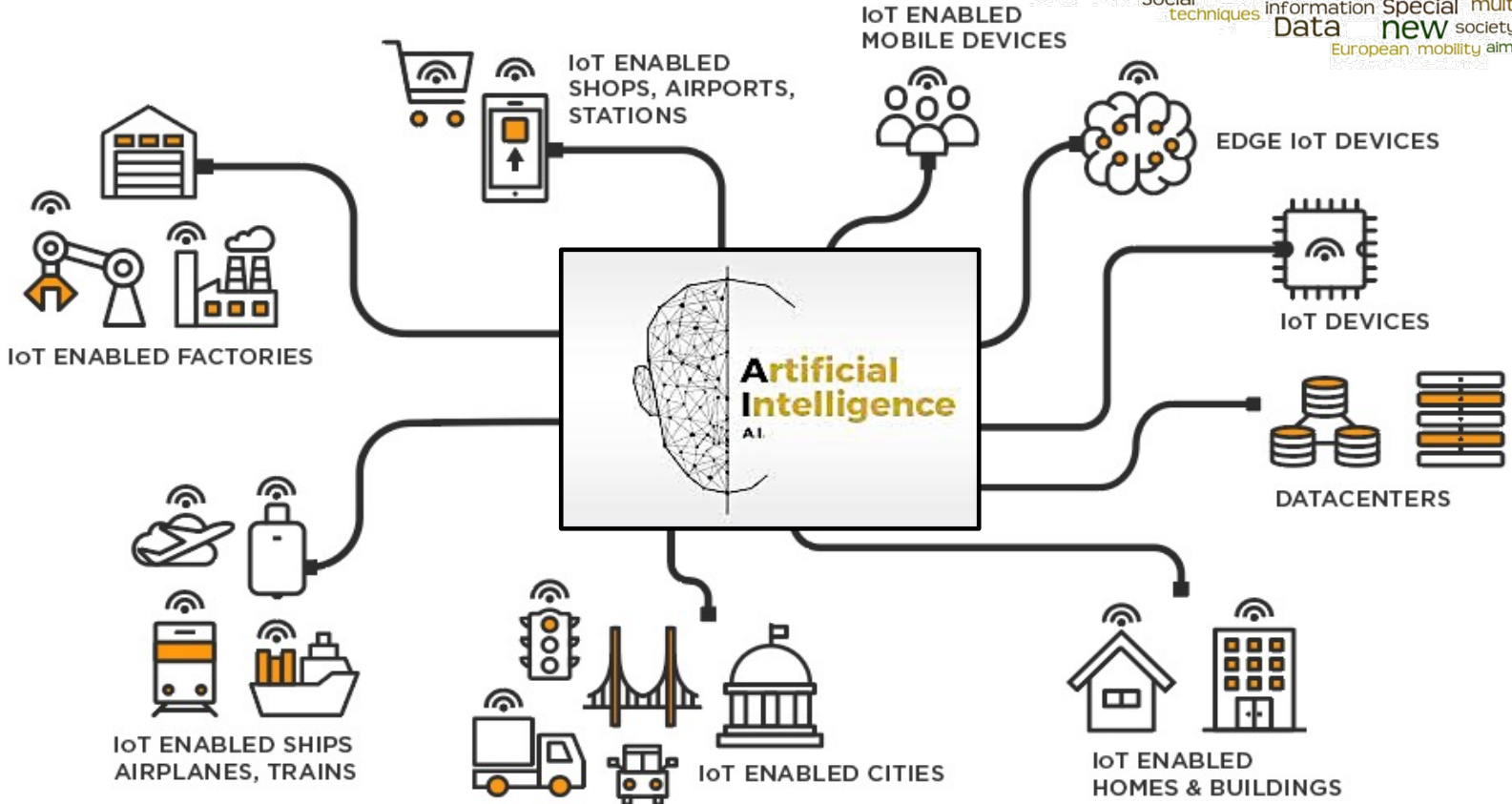
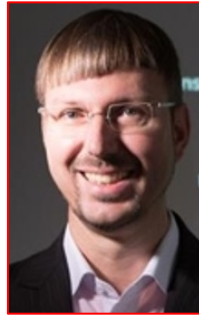


VERSO UN SISTEMA NERVOSO PLANETARIO?

FuturICT
www.futurict.eu

Dirk Helbing (ETH Zurich)
dhelbing@ethz.ch

**Creating A
Planetary Nervous
System As A
Citizen Web**

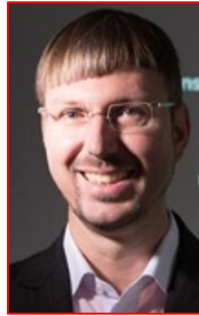


...PER RISOLVERE I PROBLEMI GLOBALI

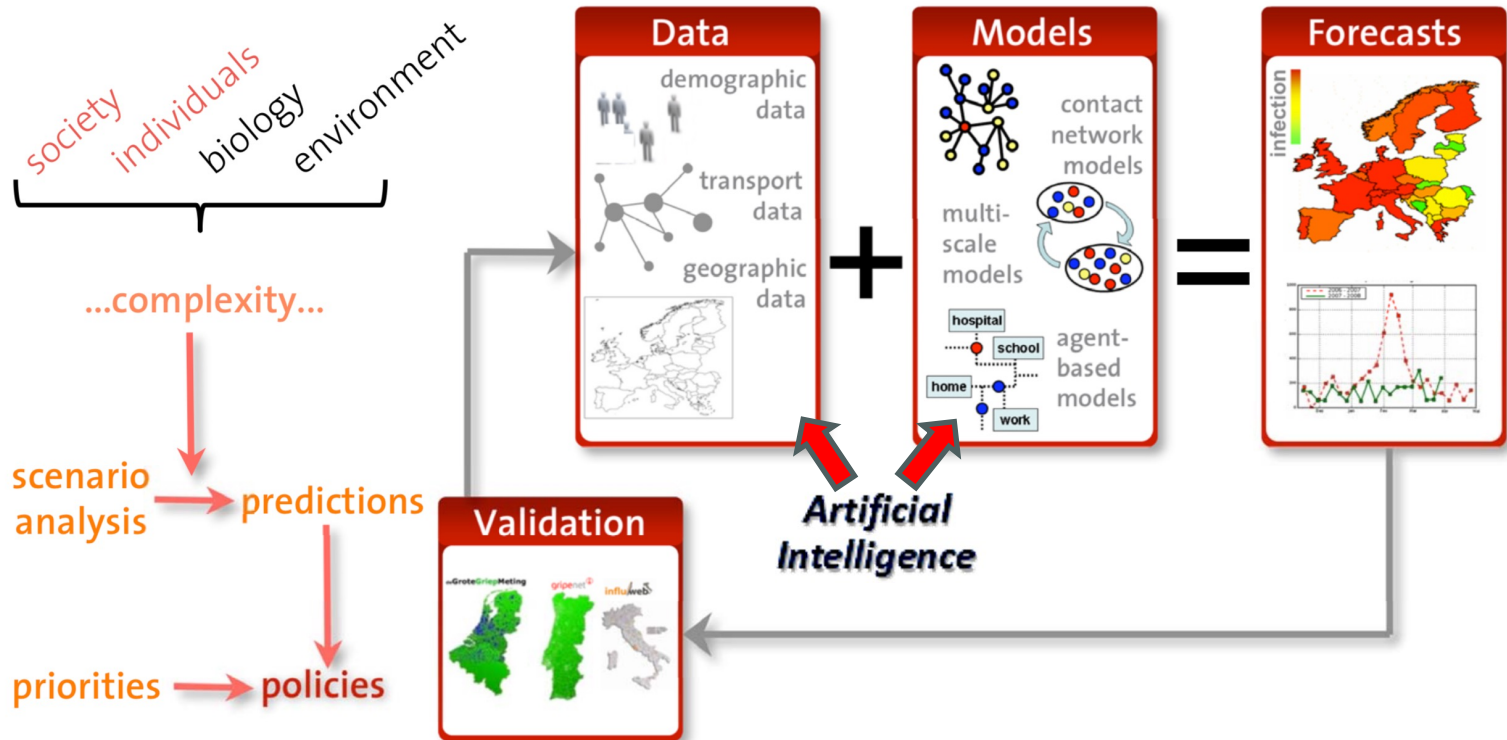
FuturICT
www.futurict.eu

Dirk Helbing (ETH Zurich)
dhelbing@ethz.ch

Creating A
Planetary Nervous
System As A
Citizen Web



Global-Scale Simulation of Socio-Economic-Environmental Systems

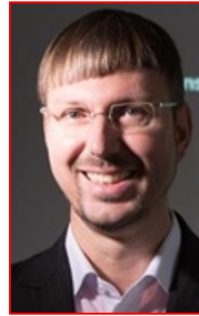


...PER RISOLVERE I PROBLEMI GLOBALI

FuturiCT
www.futurict.eu

Dirk Helbing (ETH Zurich)
dhelbing@ethz.ch

Creating A
Planetary Nervous
System As A
Citizen Web



Università
di Catania



Dipartimento di
Fisica e Astronomia "Ettore Majorana"

Cerc

Home» Dottorato in Sistemi Complessi per le Scienze Fisiche, Socio-economiche e della Vita

Dottorato in Sistemi Complessi per le Scienze Fisiche, Socio-economiche e della Vita

Il Dipartimento di Fisica e Astronomia seleziona a partire dal 2016 un numero di studenti italiani e stranieri in possesso di Laurea Magistrale per l'ammissione al corso interdisciplinare di Dottorato in Sistemi Complessi per le Scienze Fisiche, Socio-economiche e della Vita.

<https://www.dfa.unict.it/it/content/dottorato-sistemi-complessi-le-scienze-fisiche-socio-economiche-e-della-vita>

