



Dinamica

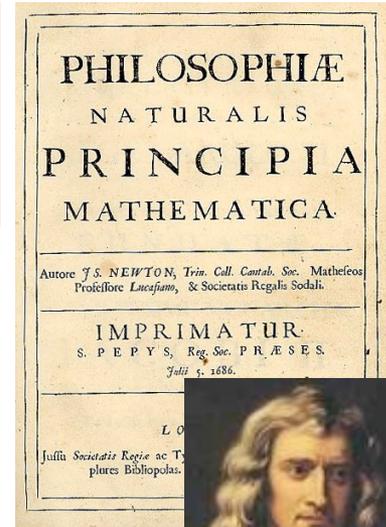
La Prima Legge della Dinamica

L'enunciato originale della prima legge di Newton (o *Principio di Inerzia*) è il seguente: *Ogni corpo persevera nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme fino a quando non agisca su di esso una forza risultante diversa da zero.*

Riferimenti inerziali



Riferimenti non inerziali

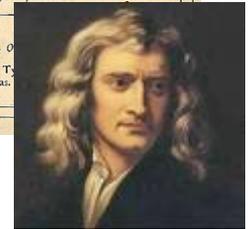
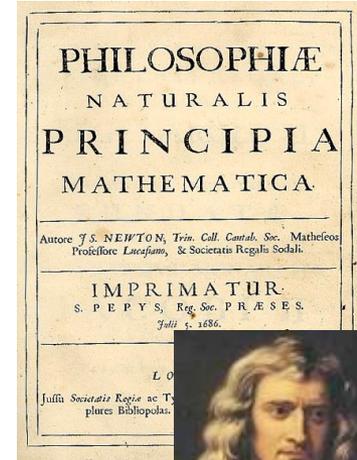


La Seconda Legge della Dinamica

La forza netta agente su un corpo è uguale al prodotto della sua massa m per l'accelerazione \vec{a} assunta dal corpo:

$$\vec{F}_{net} = \sum_i \vec{F}_i = m\vec{a} \quad (1)$$

$\vec{F}_{net} = \sum_i \vec{F}_i$ è il **vettore risultante** dalla somma (sommatoria) di **tutte** le forze agenti sul corpo (forza netta)



Possiamo enunciare la seconda legge anche dicendo che:

L'accelerazione prodotta dall'azione di una forza netta diversa da zero applicata ad un dato corpo è sempre direttamente proporzionale alla forza e inversamente proporzionale alla massa del corpo.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{net}}{m}$$

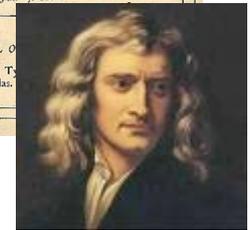
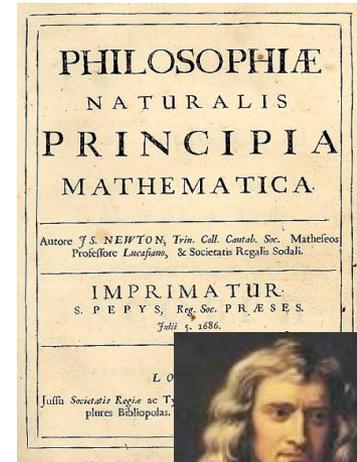


La Seconda Legge della Dinamica

La forza netta agente su un corpo è uguale al prodotto della sua massa m per l'accelerazione \vec{a} assunta dal corpo:

$$\vec{F}_{net} = \sum_i \vec{F}_i = m\vec{a} \quad (1)$$

$\vec{F}_{net} = \sum_i \vec{F}_i$ è il **vettore risultante** dalla somma (sommatoria) di **tutte** le forze agenti sul corpo (forza netta)



L'equazione (1) è **un'equazione vettoriale**. Se ad esempio lavoriamo in un sistema di riferimento bidimensionale, essa può essere scomposta in **due equazioni scalari**, una per ogni componente in coordinate cartesiane:

Somme delle componenti x delle forze applicate $\sum_i F_{xi} = ma_x \longrightarrow a_x = \frac{\sum_i F_{xi}}{m}$

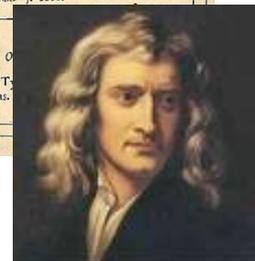
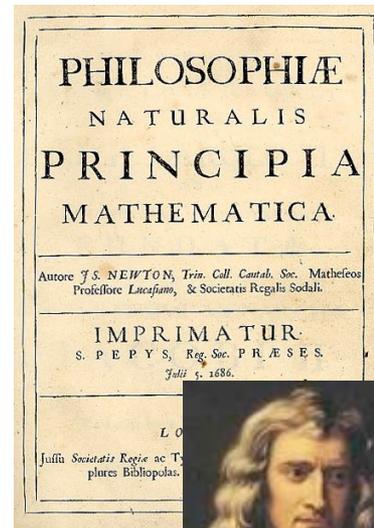
Somme delle componenti y delle forze applicate $\sum_i F_{yi} = ma_y \longrightarrow a_y = \frac{\sum_i F_{yi}}{m}$

La Terza Legge della Dinamica

La *terza legge della dinamica* formulata da Newton, conosciuta anche come “*Principio di azione e reazione*”, afferma che: **Ad ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria.**

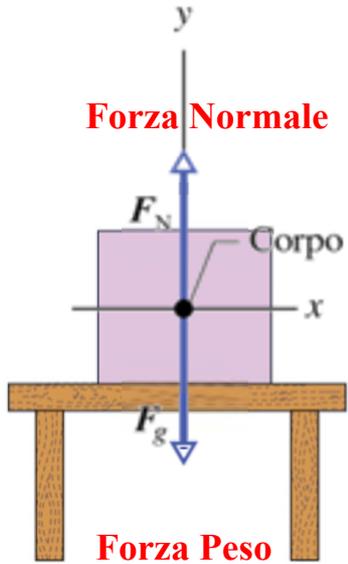


Fisica
Copyright 2006 Casa Editrice Ambrosiana

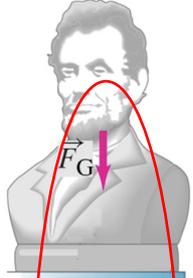


Importante: due o più forze possono essere sommate vettorialmente tra loro solo ed esclusivamente se agiscono sullo stesso corpo. Dunque le coppie di forze azione-reazione non possono essere sommate (altrimenti si annullerebbero sempre!)

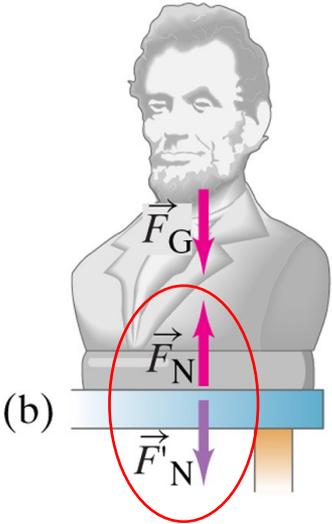
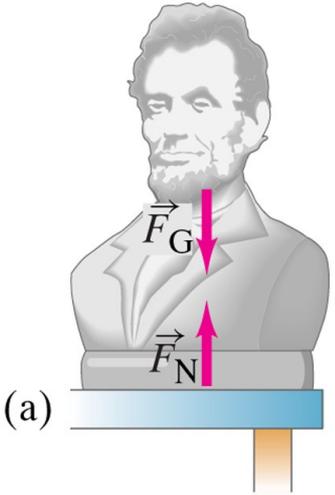
Forza di Gravità (Peso) e Forza Normale



Forza Peso e Forza Normale sono sempre applicate allo stesso oggetto, quindi NON sono una coppia azione-reazione: si possono sommare vettorialmente e si possono annullare



Coppia azione-reazione



Coppia azione-reazione

Esercizio

E' Natale e vi hanno fatto dono di una **scatola** di massa $m=10.0\text{kg}$ contenente una misteriosa sorpresa. La scatola è ferma sulla superficie orizzontale di un tavolo.

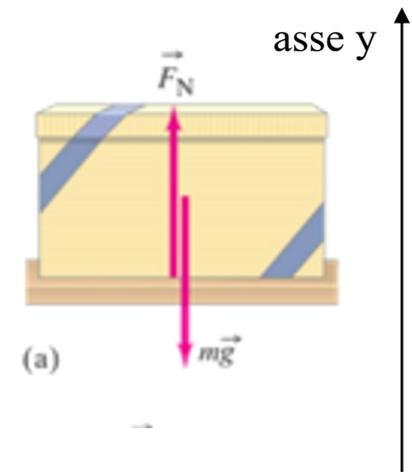
(a) **Determinare il peso della scatola e la forza normale esercitata su di essa dal tavolo;**

(a) La scatola è ferma, quindi la forza risultante agente su di essa deve essere nulla per la seconda legge di Newton. Le uniche due forze agenti sulla scatola sono la **forza peso**, di intensità mg e diretta verso il basso, e la **forza normale** F_N esercitata dal tavolo e diretta verso l'alto (verso delle y positive).

Imponendo che la forza risultante debba essere nulla (problema di **statica**), possiamo quindi ricavare l'intensità della forza normale:

$$\sum_i F_{yi} = F_N - mg = 0 \rightarrow F_N = mg = (10.0\text{kg})(9.80\text{m/s}^2) = 98.0\text{N}$$

che è appunto diretta verso l'alto e di modulo uguale al peso della scatola. Si noti che bisogna sempre ricordarsi di **anteporre il segno meno** alle componenti delle forze dirette nel verso opposto a quello positivo degli assi.



Esercizio

E' Natale e vi hanno fatto dono di una **scatola** di massa $m=10.0\text{kg}$ contenente una misteriosa sorpresa. La scatola è ferma sulla superficie orizzontale di un tavolo.

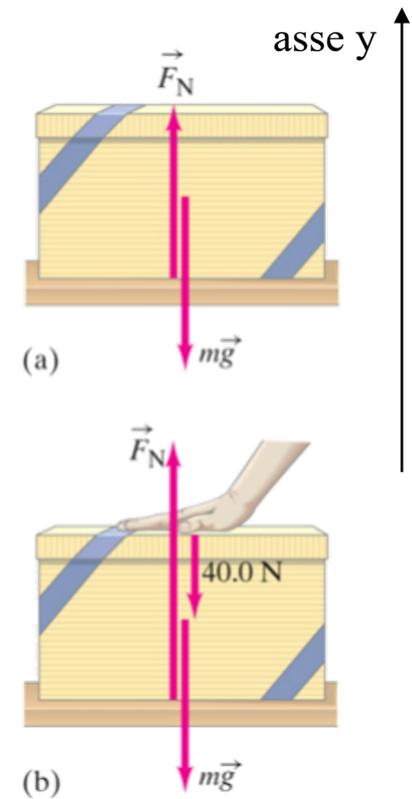
- (a) Determinare il peso della scatola e la forza normale esercitata su di essa dal tavolo;
- (b) **Determinare la forza normale nel caso in cui qualcuno preme sulla scatola con una forza di 40.0N ;**

- (b) Se qualcuno preme sulla scatola, alla forza peso (sempre pari ad mg) e alla forza normale si aggiunge una **terza forza**, in questo caso di intensità 40.0N e diretta verso il basso (quindi a favore della forza peso). Poichè la scatola resta **ferma**, la forza risultante deve ancora essere nulla e dunque:

$$\sum_i F_{yi} = F_N - mg - 40.0\text{N} = 0$$

$$\rightarrow F_N = mg + 40.0\text{N} = 98.0\text{N} + 40.0\text{N} = 138.0\text{N}$$

che è **maggiore** di quella trovata nel caso precedente. Questo significa che, evidentemente, il tavolo respinge la scatola con più forza quando una persona spinge sulla scatola verso il basso, e ci dice anche che **la forza normale non è sempre uguale al peso** (ad ulteriore prova che forza normale e forza peso non sono legate dal principio di azione-reazione)



Esercizio

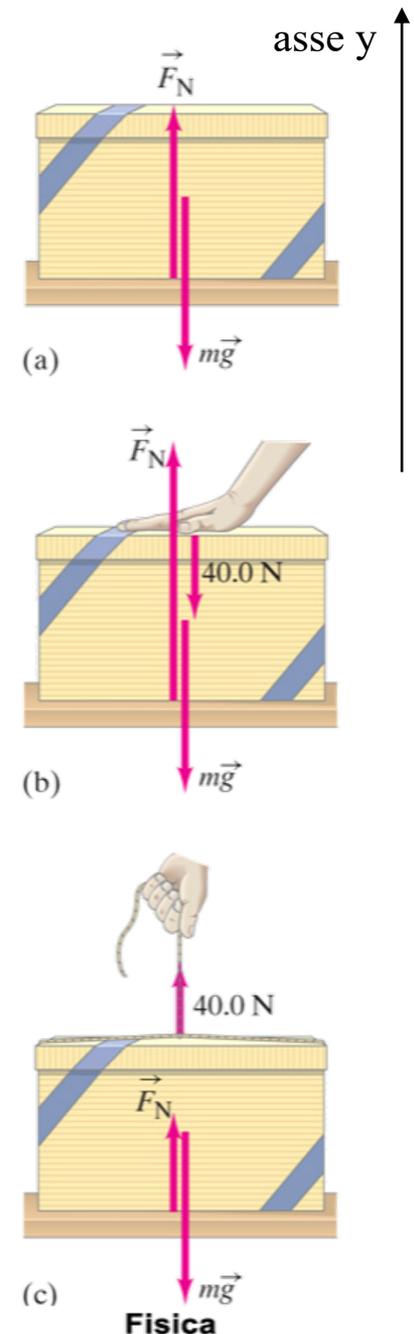
E' Natale e vi hanno fatto dono di una **scatola** di massa $m=10.0\text{kg}$ contenente una misteriosa sorpresa. La scatola è ferma sulla superficie orizzontale di un tavolo.

- (a) Determinare il peso della scatola e la forza normale esercitata su di essa dal tavolo;
- (b) Determinare la forza normale nel caso in cui qualcuno preme sulla scatola con una forza di 40.0N ;
- (c) **Determinare la forza normale se qualcuno tira invece verso l'alto la scatola con una forza di 40.0N .**

- (c) Se qualcuno tira invece la scatola verso l'alto con una forza di 40.0N , tale forza andrà stavolta a **contrastare** la forza peso (che è sempre pari ad mg), ma essendo ad essa inferiore in intensità la scatola resterà ancora una volta **ferma**. Per la seconda legge di Newton la forza risultante dovrà quindi ancora essere nulla e avremo:

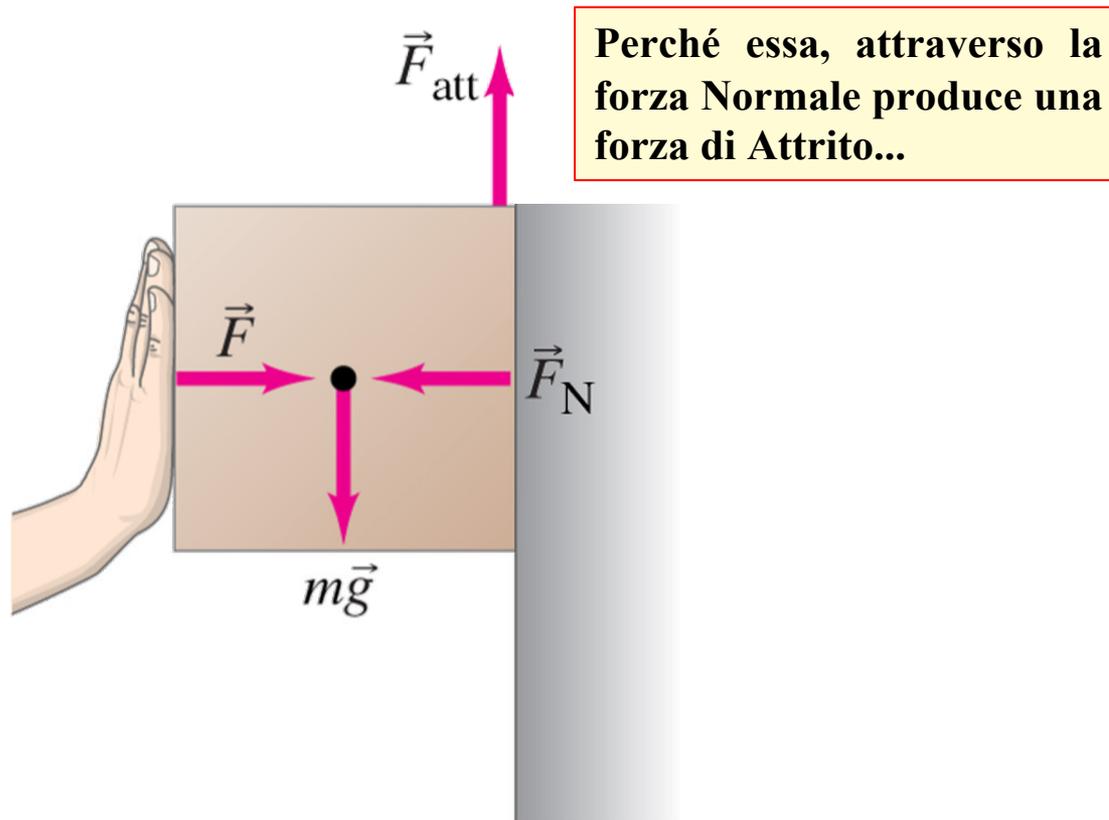
$$\sum_i F_{yi} = F_N - mg + 40.0\text{N} = 0$$
$$\rightarrow F_N = mg - 40.0\text{N} = 98.0\text{N} - 40.0\text{N} = 58.0\text{N}$$

Osserviamo dunque che il tavolo non esercita sulla scatola una forza normale pari al suo peso, e questo appunto a causa della trazione verso l'alto.



Quesito

Sappiamo che è possibile impedire ad una **scatola** di cadere verso il basso spingendola, ad esempio, contro un **muro**. Ci si potrebbe chiedere: come fa l'applicazione di una forza **orizzontale** a impedire ad un oggetto di muoversi **verticalmente**?

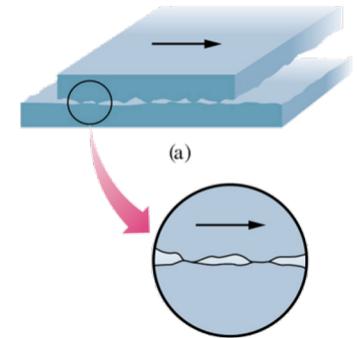


Fisica

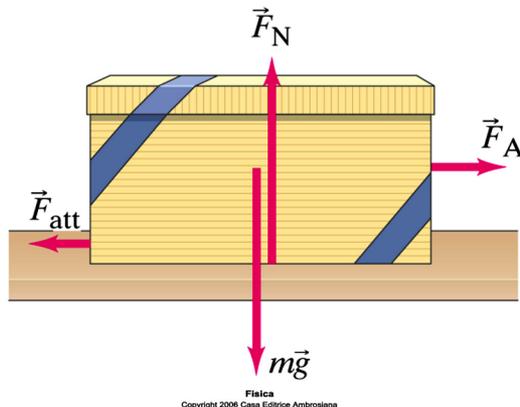
Copyright 2006 Casa Editrice Ambrosiana

L'Attrito Dinamico

Negli esempi riguardanti la forza normale abbiamo sempre supposto che le superfici di appoggio fossero «lisce». Ma nella realtà, a livello **microscopico**, su qualunque superficie sono sempre presenti delle rugosità o protuberanze che si oppongono al moto di oggetti che vengano fatti scivolare su di esse dando luogo a delle **forze di attrito**. In questo caso si parla di **attrito dinamico** o cinetico (che sarà **radente**, se il corpo scivola, **volvente** se il corpo ruota).



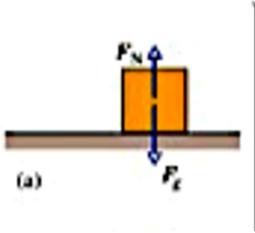
L'attrito dinamico è una forza che agisce sempre in direzione **opposta alla velocità** dell'oggetto in moto su di esso (ad esempio trascinato da una forza applicata \vec{F}_A) e la sua intensità dipende dalla natura delle superfici che scivolano le une sulle altre a causa del moto. Per molti tipi di superficie, gli esperimenti mostrano che la forza di attrito è in buona approssimazione **proporzionale alla forza normale** che la superficie esercita sull'oggetto e in certi casi (superfici dure) dipende poco dall'area della superficie totale di contatto.



Adottando queste approssimazioni, un semplice modello delle forze di attrito ci permette di scrivere la seguente **relazione sperimentale scalare** tra il modulo F_{att} della forza di attrito, che agisce parallelamente alla superficie di contatto, e il modulo F_N della forza normale, che agisce invece perpendicolarmente alla superficie di contatto: $F_{att} = \mu_k F_N$

Il termine μ_k è il cosiddetto **coefficiente di attrito dinamico** e il suo valore dipende dalla natura delle superfici in contatto.

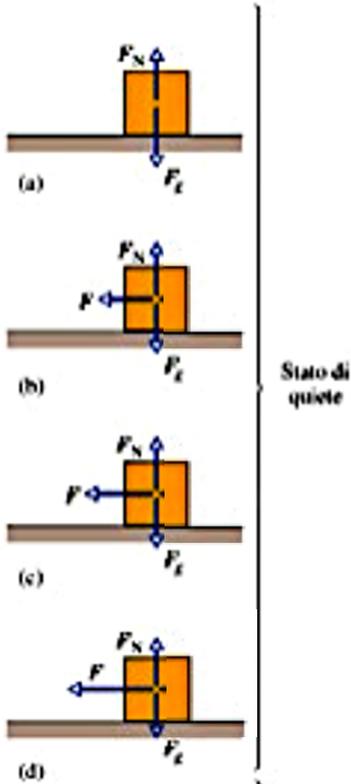
L'Attrito Statico: esperimento



Immaginiamo di avere una **cassa** appoggiata sul pavimento e in stato di **quiete** (a), soggetta dunque solo alla forza di gravità e a quella normale.

L'Attrito Statico: esperimento

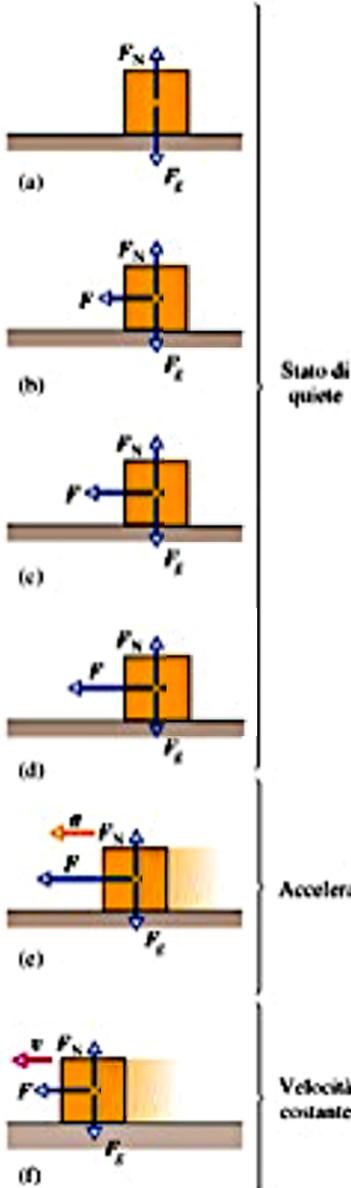
Immaginiamo di avere una **cassa** appoggiata sul pavimento e in stato di **quiete** (a), soggetta dunque solo alla forza di gravità e a quella normale.



Se a questo punto cominciamo ad applicarle una **forza di intensità F** diretta verso **sinistra** (b), inizialmente piccola ma crescente, notiamo che la cassa non si muoverà (c,d) finché la forza applicata non supererà una certa **soglia critica**.

L'Attrito Statico: esperimento

Immaginiamo di avere una **cassa** appoggiata sul pavimento e in stato di **quiete** (a), soggetta dunque solo alla forza di gravità e a quella normale.

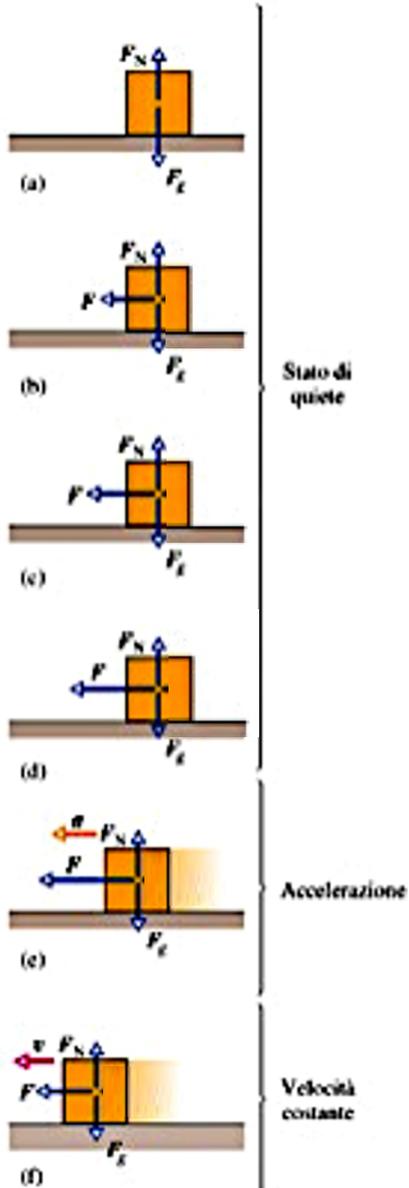


Se a questo punto cominciamo ad applicarle una **forza di intensità F** diretta verso **sinistra** (b), inizialmente piccola ma crescente, notiamo che la cassa non si muoverà (c,d) finché la forza applicata non supererà una certa **soglia critica**.

Superata questa soglia (e) la cassa comincerà a muoversi **accelerando** e se vogliamo che essa proceda a **velocità costante** occorrerà diminuire l'intensità della forza applicata, assestandola su un valore finale minore di quello di soglia.

L'Attrito Statico: spiegazione

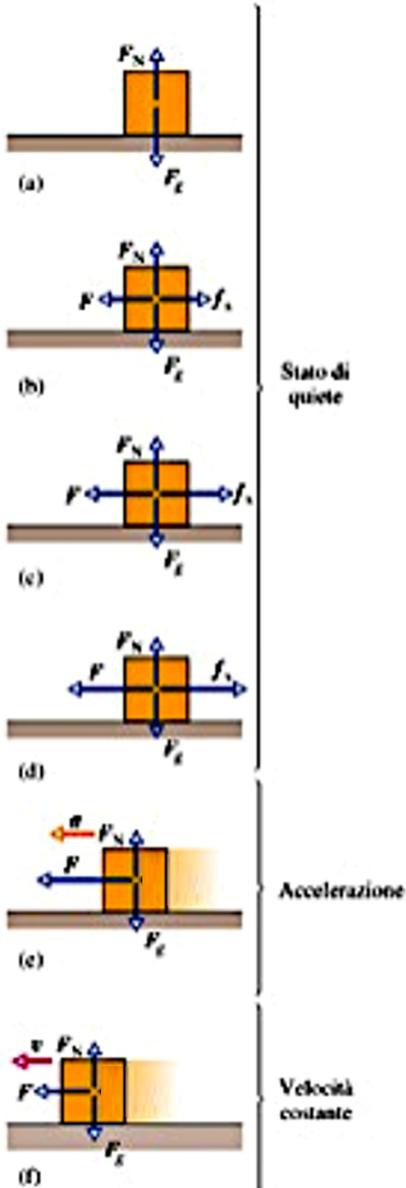
Come spiegare questo comportamento in termini di forze d'attrito?



L'Attrito Statico: spiegazione

Come spiegare questo comportamento in termini di forze d'attrito?

Per spiegare il comportamento della cassa dalla figura (a) alla (d), cioè mentre essa resta in quiete pur essendo sottoposta alla forza F , bisogna evidentemente supporre che esista **una forza di attrito distinta da quella di attrito dinamico** (legato esclusivamente al movimento) che si oppone al tentativo di spostare la cassa e **che cresce al crescere della forza applicata**.



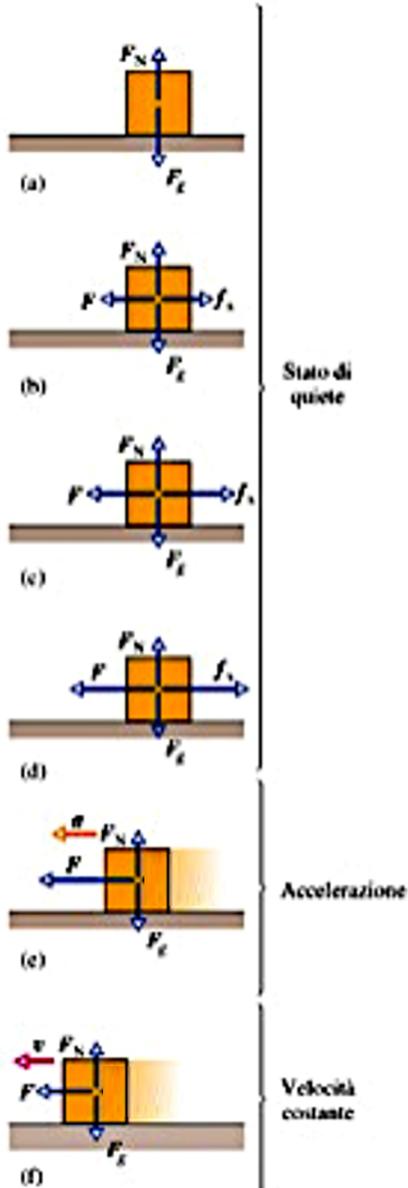
L'Attrito Statico: spiegazione

Come spiegare questo comportamento in termini di forze d'attrito?

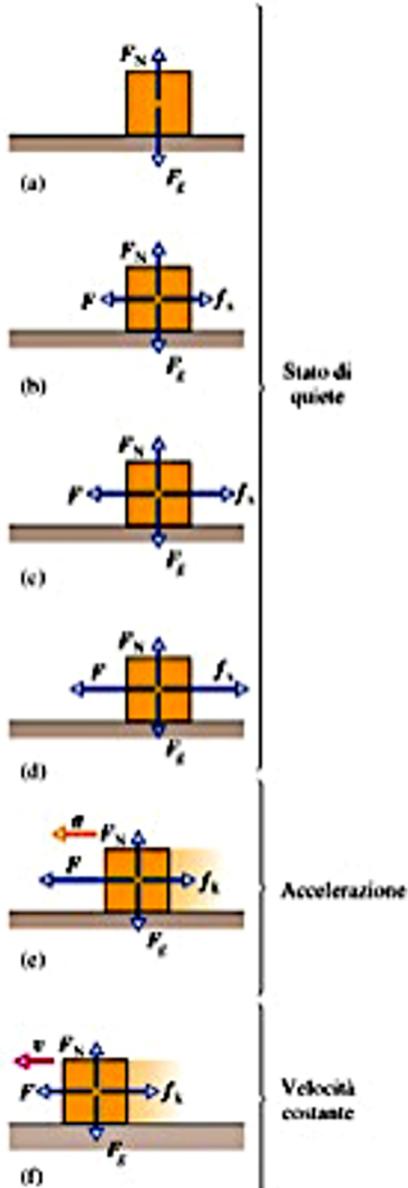
Per spiegare il comportamento della cassa dalla figura (a) alla (d), cioè mentre essa resta in quiete pur essendo sottoposta alla forza F , bisogna evidentemente supporre che esista **una forza di attrito distinta da quella di attrito dinamico** (legato esclusivamente al movimento) che si oppone al tentativo di spostare la cassa e **che cresce al crescere della forza applicata**.

In effetti questo tipo di attrito esiste davvero e viene chiamato **attrito statico**: tale attrito cresce appunto con la forza applicata da (a) a (d) e il modulo del suo valore massimo, un istante prima che la cassa inizi ad accelerare (e), risulta essere anch'esso proporzionale alla forza normale: $F_{att}(\max) = \mu_s F_N$

Il termine μ_s è il **coefficiente di attrito statico**, il cui valore dipende, come accadeva anche per l'attrito dinamico, dalla natura delle superfici in contatto.



L'Attrito Statico: spiegazione



Come spiegare questo comportamento in termini di forze d'attrito?

Per spiegare il comportamento della cassa dalla figura (a) alla (d), cioè mentre essa resta in quiete pur essendo sottoposta alla forza F , bisogna evidentemente supporre che esista **una forza di attrito distinta da quella di attrito dinamico** (legato esclusivamente al movimento) che si oppone al tentativo di spostare la cassa e **che cresce al crescere della forza applicata**.

In effetti questo tipo di attrito esiste davvero e viene chiamato **attrito statico**: tale attrito cresce appunto con la forza applicata da (a) a (d) e il modulo del suo valore massimo, un istante prima che la cassa inizi ad accelerare (e), risulta essere anch'esso proporzionale alla forza normale: $F_{att}(\max) = \mu_s F_N$

Il termine μ_s è il **coefficiente di attrito statico**, il cui valore dipende, come accadeva anche per l'attrito dinamico, dalla natura delle superfici in contatto.

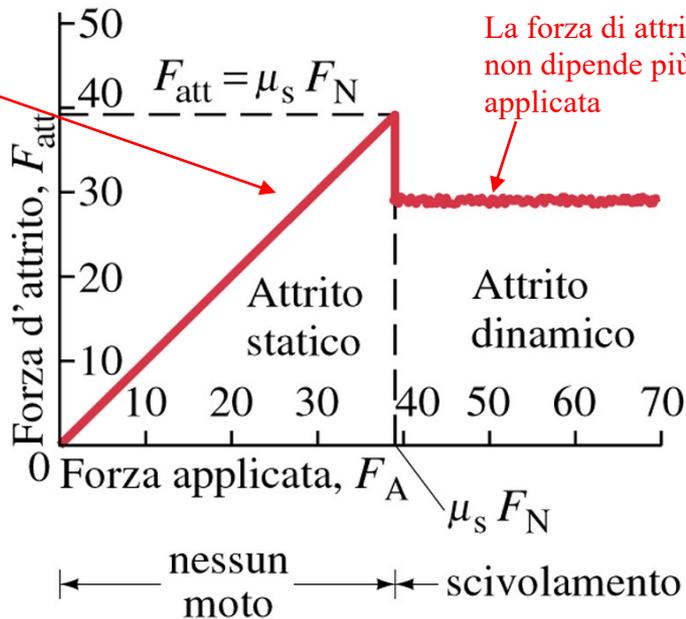
Una volta che la cassa è in movimento (e), l'attrito statico lascia il posto **all'attrito dinamico**, che abbiamo già descritto in precedenza, e quando la forza applicata verso sinistra uguaglia in modulo la forza di attrito dinamico (f), la cassa procederà a velocità costante (se il moto è anche **rettilineo**, si muoverà dunque per **inerzia**).

Attrito Statico e Dinamico

Poichè la forza di **attrito statico** può variare da zero al suo valore massimo, possiamo quindi scrivere:

$$F_{att} \leq \mu_s F_N$$

La forza di attrito statico cresce con la forza applicata



La forza di attrito dinamico non dipende più dalla forza applicata

Alcuni valori del coefficiente di attrito radente.^[1]

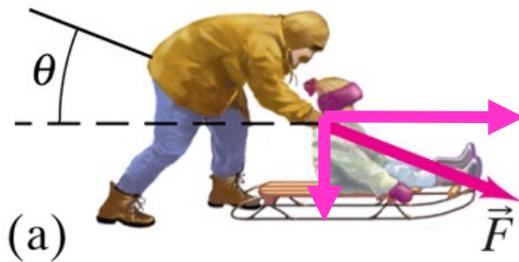
| Superfici | μ_{rs} (statico) | μ_{rd} (dinamico) |
|-------------------------------|----------------------|-----------------------|
| Legno - legno | 0,50 | 0,30 |
| Acciaio - acciaio | 0,78 | 0,42 |
| Acciaio - acciaio lubrificato | 0,11 | 0,05 |
| Acciaio - alluminio | 0,61 | 0,47 |
| Acciaio - ottone | 0,51 | 0,44 |
| Acciaio - teflon | 0,04 | 0,04 |
| Acciaio - ghiaccio | 0,027 | 0,014 |
| Acciaio - aria | 0,001 | 0,001 |
| Acciaio - piombo | 0,90 | n.d. |
| Acciaio - ghisa | 0,40 | n.d. |
| Acciaio - grafite | 0,10 | n.d. |
| Acciaio - plexiglas | 0,80 | n.d. |
| Acciaio - polistirene | 0,50 | n.d. |
| Rame - acciaio | 1,05 | 0,29 |
| Rame - vetro | 0,68 | 0,53 |
| Gomma - asfalto (asciutto) | 1,0 | 0,8 |
| Gomma - asfalto (bagnato) | 0,7 | 0,6 |
| Vetro - vetro | 0,9 - 1,0 | 0,4 |
| Legno sciolinato - neve | 0,10 | 0,05 |

L'esperienza e il grafico qui sopra mostrano che il coefficiente di attrito statico μ_s è generalmente **maggiore** di quello di attrito dinamico μ_k , come si vede anche dalla **tabella** qui a fianco.

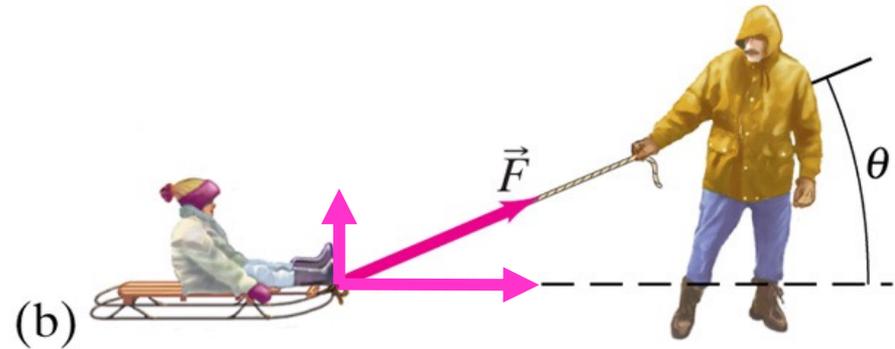
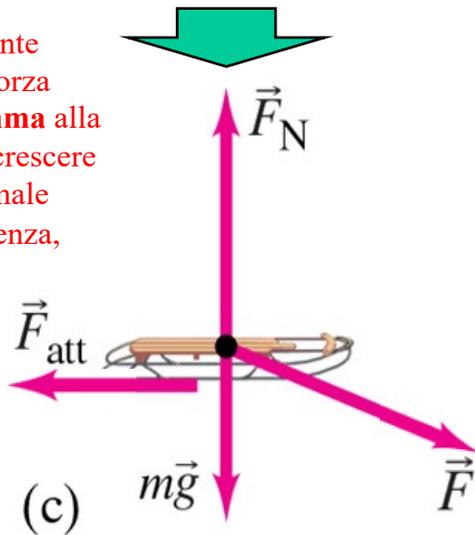
Le forze di attrito

Quesito

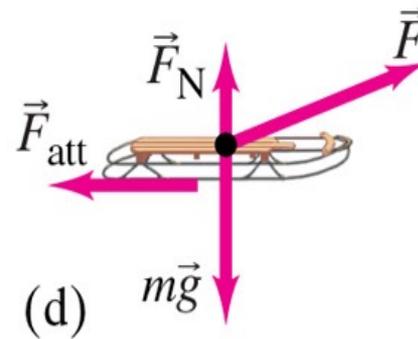
La vostra sorellina vuole andare sulla **slitta**. Supponendo di essere su un terreno piatto, vi servirà una forza minore per **spingere (a)** o per **tirare (b)** la slitta (assumendo in entrambi i casi lo stesso angolo di traino)?



Qui la componente verticale della forza applicata si **somma** alla forza peso e fa crescere sia la forza normale che, di conseguenza, quella di attrito



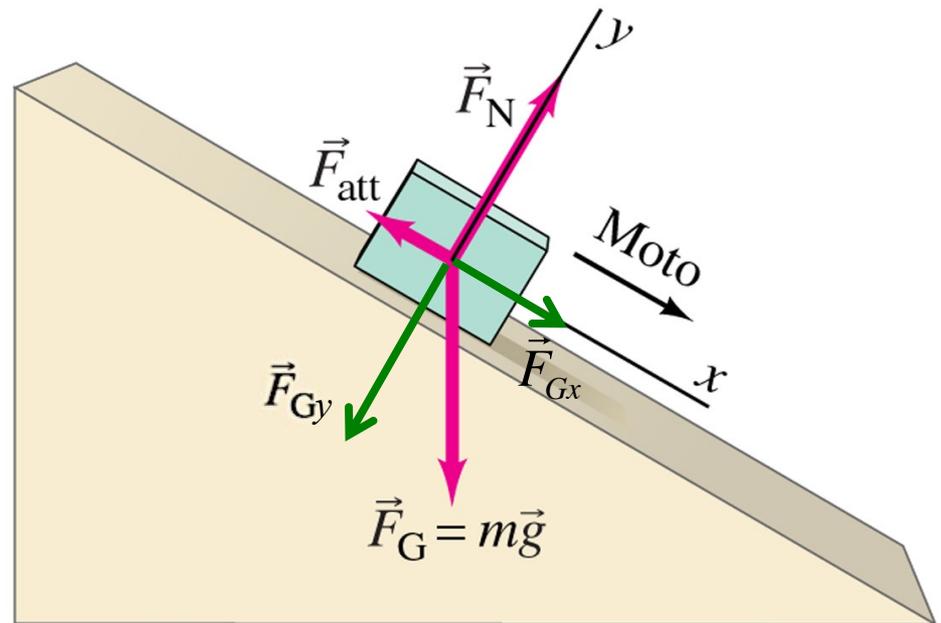
Qui la componente verticale della forza applicata si **sottrae** alla forza peso e fa diminuire sia la forza normale che, di conseguenza, quella di attrito



Dinamica su Piani inclinati

Sono molto frequenti problemi di dinamica che coinvolgono lo scivolamento di oggetti lungo **piani inclinati**. In questi casi la *competizione tra la forza di gravità e le forze di attrito* non avviene lungo la verticale ma lungo la **direzione del moto** degli oggetti sulla superficie inclinata, direzione che di solito si assume coincidere con l'**asse x** di un opportuno sistema di riferimento, il cui **asse y** è rivolto invece nella direzione perpendicolare a tale superficie:

In questo caso la **forza normale** non deve controbilanciare *tutta* la forza peso dell'oggetto ma solo la **componente y della forza peso**, diretta lungo la *perpendicolare* al piano inclinato (asse y negativo). Sarà dunque questa componente della forza peso a determinare l'intensità della **forza di attrito**, la quale – a sua volta – contrasterà la **componente x della forza peso**, cioè quella diretta *lungo* il piano inclinato (asse x positivo), che è poi quella che genera il moto.

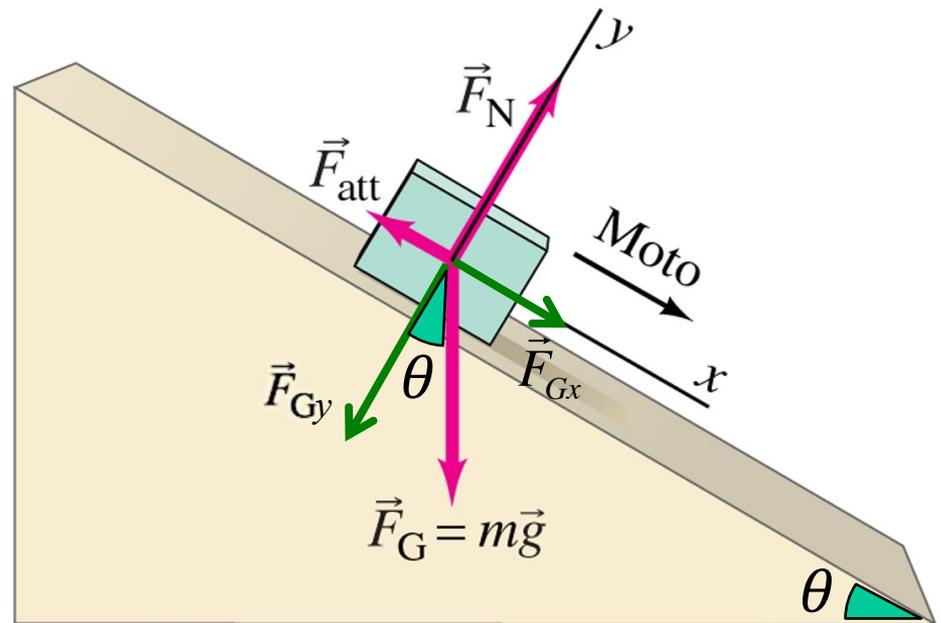


Dinamica su Piani inclinati

Sono molto frequenti problemi di dinamica che coinvolgono lo scivolamento di oggetti lungo **piani inclinati**. In questi casi la *competizione tra la forza di gravità e le forze di attrito* non avviene lungo la verticale ma lungo la **direzione del moto** degli oggetti sulla superficie inclinata, direzione che di solito si assume coincidere con l'**asse x** di un opportuno sistema di riferimento, il cui **asse y** è rivolto invece nella direzione perpendicolare a tale superficie:

Per capire come **scomporre** la forza peso nelle sue due componenti, rispettivamente parallela e perpendicolare al piano inclinato, si noti che da semplici considerazioni geometriche sui triangoli rettangoli simili risulta evidente che **l'angolo θ del piano inclinato** è uguale all'angolo compreso tra la forza peso e la sua **componente y** perpendicolare al piano. Quindi avremo:

$$\begin{cases} \vec{F}_{Gx} = \vec{F}_G \sin\theta \\ \vec{F}_{Gy} = -\vec{F}_G \cos\theta \end{cases}$$



Esercizio 1

Consideriamo una **sciatrice** che abbia appena iniziato a scendere su una pista con una pendenza di 30° . Supponendo che il *coefficiente di attrito dinamico* sia 0.10, calcolare (a) la sua **accelerazione** e (b) la **velocità** che avrà raggiunto dopo 4.0s.

(a) Innanzitutto **scomponiamo** la forza peso nelle sue componenti lungo i due assi x e y:

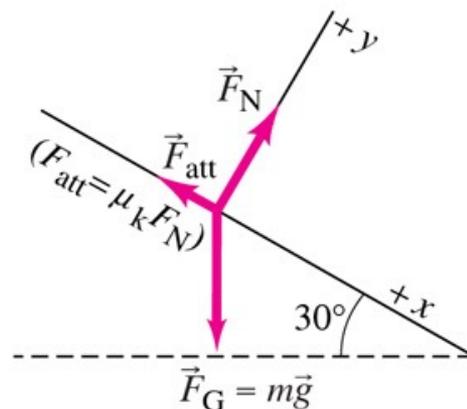
$$F_{Gx} = mg \sin \theta \quad e \quad F_{Gy} = -mg \cos \theta$$

In accordo con la seconda legge della dinamica, la componente diretta lungo l'asse x contribuirà a determinare l'**accelerazione** della sciatrice, mentre quella diretta lungo l'asse y sarà uguale ed opposta alla forza normale (non essendoci moto lungo l'asse y):

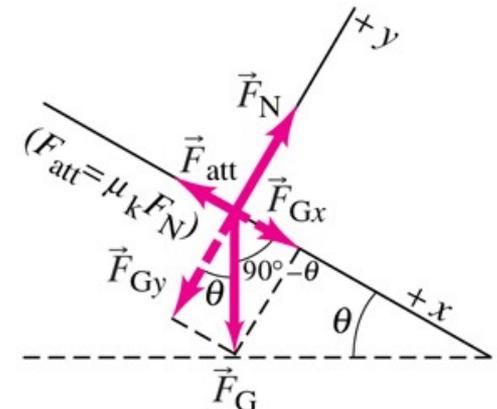
$$\begin{cases} \sum_i F_{xi} = ma_x \rightarrow F_{Gx} + F_{att,x} = ma_x \rightarrow ma_x = mg \sin \theta - \mu_k F_N \\ \sum_i F_{yi} = ma_y \rightarrow F_N + F_{Gy} = 0 \rightarrow F_N = mg \cos \theta \end{cases}$$



(a)



(b)



(c)

Esercizio 1

Consideriamo una **sciatrice** che abbia appena iniziato a scendere su una pista con una pendenza di 30° . Supponendo che il *coefficiente di attrito dinamico* sia 0.10, calcolare (a) la sua **accelerazione** e (b) la **velocità** che avrà raggiunto dopo 4.0s.

(a) Innanzitutto **scomponiamo** la forza peso nelle sue componenti lungo i due assi x e y:

$$F_{Gx} = mg \sin \theta \quad e \quad F_{Gy} = -mg \cos \theta$$

In accordo con la seconda legge della dinamica, la componente diretta lungo l'asse x contribuirà a determinare l'**accelerazione** della sciatrice, mentre quella diretta lungo l'asse y sarà uguale ed opposta alla forza normale (non essendoci moto lungo l'asse y):

$$\begin{cases} \sum_i F_{xi} = ma_x \rightarrow F_{Gx} + F_{att,x} = ma_x \rightarrow ma_x = mg \sin \theta - \mu_k F_N \\ \sum_i F_{yi} = ma_y \rightarrow F_N + F_{Gy} = 0 \rightarrow F_N = mg \cos \theta \end{cases}$$

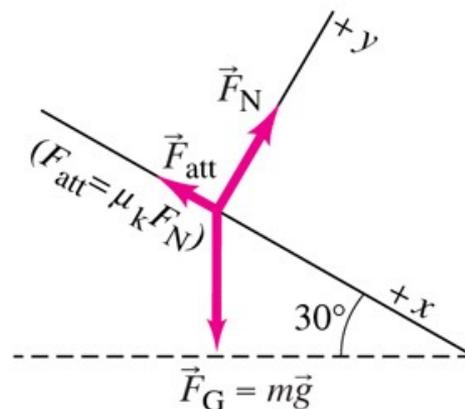
$$a_x = \frac{1}{m} (mg \sin \theta - \mu_k mg \cos \theta) = g \sin 30^\circ - \mu_k g \cos 30^\circ =$$

$$= 0.50g - (0.10)(0.866)g = 0.41g = 0.41 (9.8m/s^2) = 4.0m/s^2$$

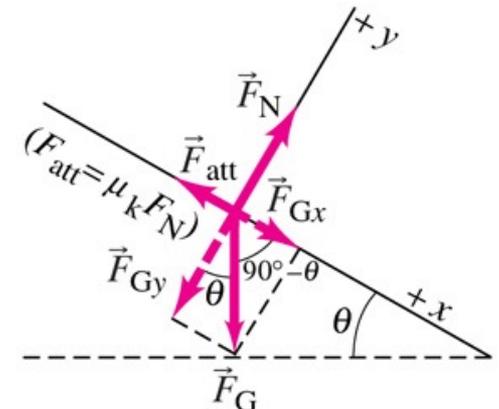
- 1) Il moto su piano inclinato riduce l'accelerazione di gravità
- 2) Anche qui l'accelerazione non dipende dalla massa



(a)



(b)



(c)

Esercizio 1

Consideriamo una **sciatrice** che abbia appena iniziato a scendere su una pista con una pendenza di 30° . Supponendo che il *coefficiente di attrito dinamico* sia 0.10, calcolare (a) la sua **accelerazione** e (b) la **velocità** che avrà raggiunto dopo 4.0s.

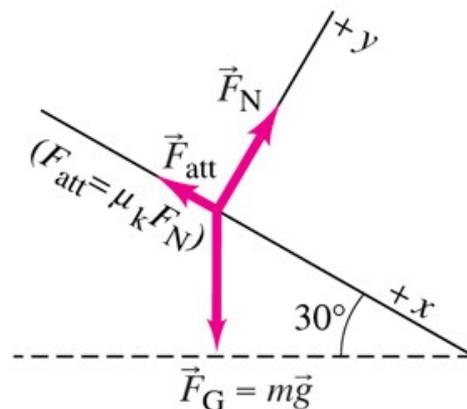
(b) Essendo l'**accelerazione costante**, per trovare la **velocità** della sciatrice dopo 4.0s basta usare una delle equazioni del moto unidimensionale uniformemente accelerato, tenendo conto che la velocità iniziale della sciatrice è nulla (poichè parte da ferma):

$$v_x = v_{x0} + a_x t \rightarrow v_x = 0 + (4.0m/s^2)(4.0s) = 16m/s$$

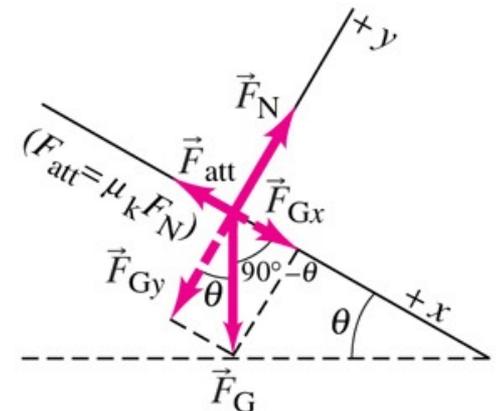
E' utile, in questi esercizi, risolvere dapprima il problema mediante **elaborazione algebrica** delle equazioni coinvolte mantenendo i simboli delle variabili (come si è fatto in questo caso) e solo alla fine sostituire i valori numerici, sia perchè così si ottengono equazioni risolutive valide in **generale** per problemi simili, sia perchè ci possono essere **semplificazioni** algebriche che facilitano l'ottenimento del risultato.



(a)



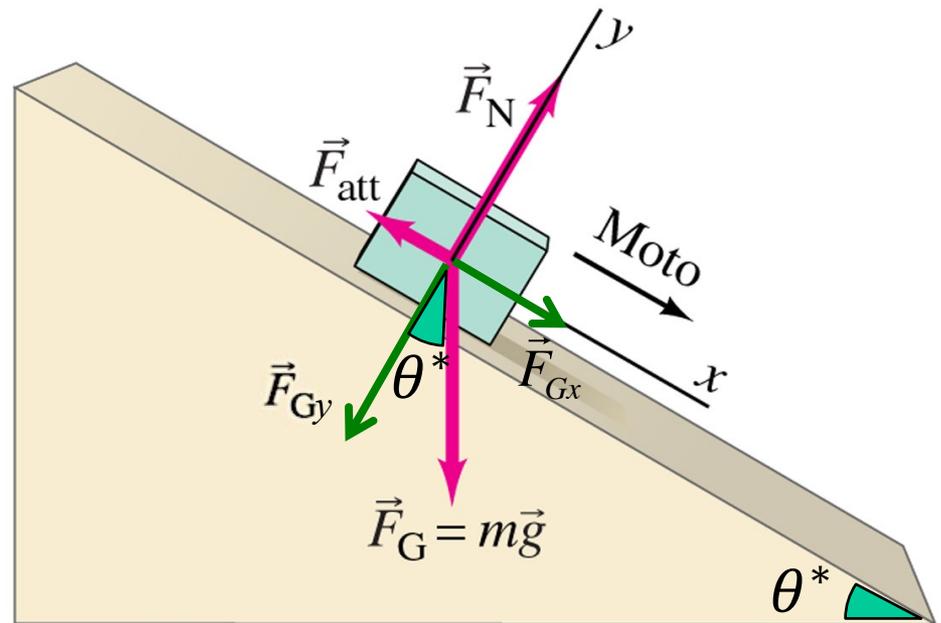
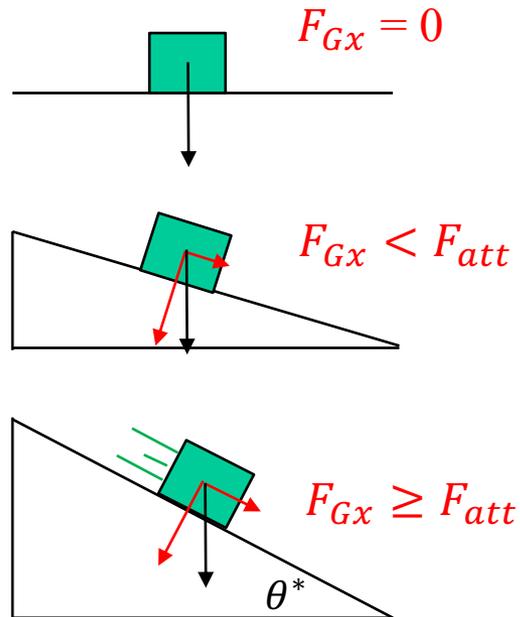
(b)



(c)

Esercizio 2

Consideriamo un altro esempio, con una **scatola** che si trovi inizialmente ferma su un piano con inclinazione nulla. Se facciamo crescere lentamente l'angolo di inclinazione θ del piano inclinato, ci sarà un **angolo critico** θ^* oltre il quale l'**attrito statico** F_{att} non sarà più in grado di controbilanciare la componente F_{Gx} della forza peso, che cresce al crescere dell'angolo θ , e la scatola comincerà a scivolare lungo il piano inclinato. **Calcolare, mediante elaborazione algebrica, l'angolo critico θ^* in funzione delle altre grandezze fisiche in gioco.**



Esercizio 2

Consideriamo un altro esempio, con una **scatola** che si trovi inizialmente ferma su un piano con inclinazione nulla. Se facciamo crescere lentamente l'angolo di inclinazione θ del piano inclinato, ci sarà un **angolo critico** θ^* oltre il quale l'**attrito statico** F_{att} non sarà più in grado di controbilanciare la componente F_{Gx} della forza peso, che cresce al crescere dell'angolo θ , e la scatola comincerà a scivolare lungo il piano inclinato. **Calcolare, mediante elaborazione algebrica, l'angolo critico θ^* in funzione delle altre grandezze fisiche in gioco.**

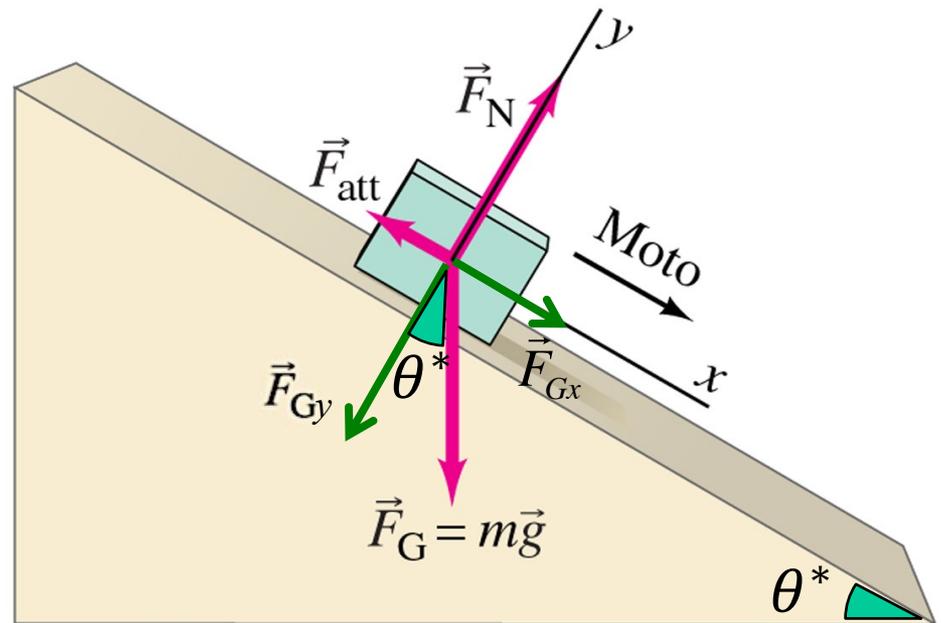
Da quanto abbiamo appreso finora, sappiamo che:

$$\begin{cases} \vec{F}_{Gx} = \vec{F}_G \sin\theta \\ \vec{F}_{Gy} = -\vec{F}_G \cos\theta \\ \vec{F}_N = \vec{F}_G \cos\theta \end{cases}$$

La **condizione per trovare l'angolo critico** si ottiene imponendo che la componente F_{Gx} sia maggiore o uguale alla forza di attrito statico massimo, che sappiamo essere pari a $F_{att} = \mu_s F_N$. Quindi avremo:

$$F_G \sin\theta^* \geq \mu_s F_G \cos\theta^*$$

$$\rightarrow \frac{F_G \sin\theta^*}{F_G \cos\theta^*} \geq \mu_s \rightarrow \operatorname{tg}\theta^* \geq \mu_s \rightarrow \theta^* \geq \arctg(\mu_s)$$



Angolo critico di inclinazione per lo scivolamento di un oggetto, indipendentemente dalla massa di quest'ultimo