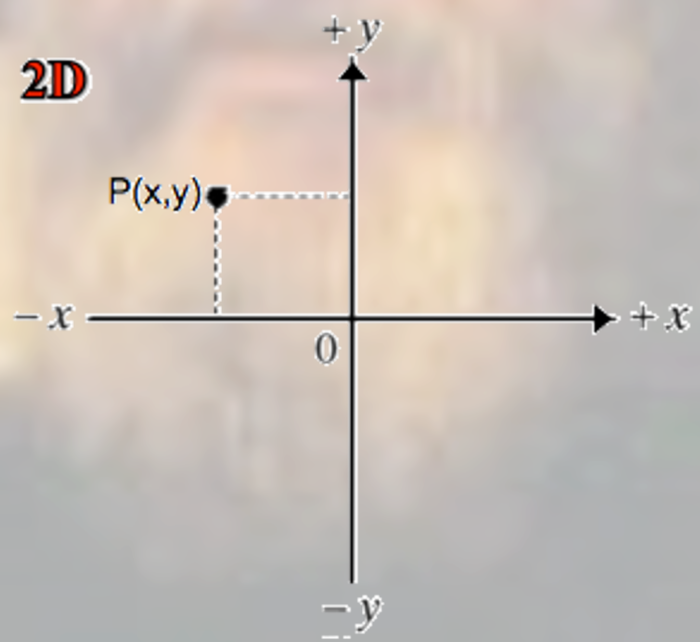
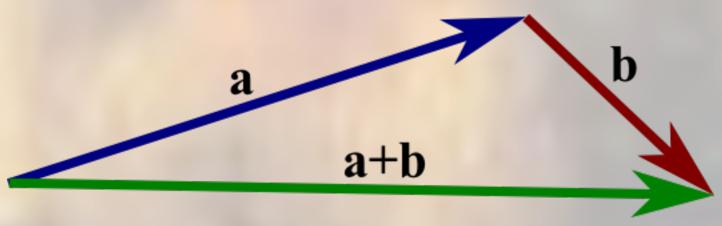
VERSO LA CINEMATICA in 2D…



I Vettori



Somma di vettori per mezzo delle componenti

Per sommare due vettori $\vec{V_1}$ e $\vec{V_2}$ utilizzando il **metodo delle componenti** occorre innanzitutto scomporre i due vettori nelle loro componenti proiettandoli lungo gli assi coordinati:

$$\begin{cases} V_{1x} = V_1 \cos\theta_1 \\ V_{1y} = V_1 \sin\theta_1 \end{cases} \qquad \begin{cases} V_{2x} = V_2 \cos\theta_2 \\ V_{2y} = V_2 \sin\theta_2 \end{cases}$$

dopodiché avremo che le componenti V_x e V_y del **vettore risultante**, incognito, saranno uguali – rispettivamente – alla somma (**algebrica**, trattandosi di scalari – anche negativi) delle componenti x e y dei due vettori originari:

Rappresentazione cartesiana del vettore risultante

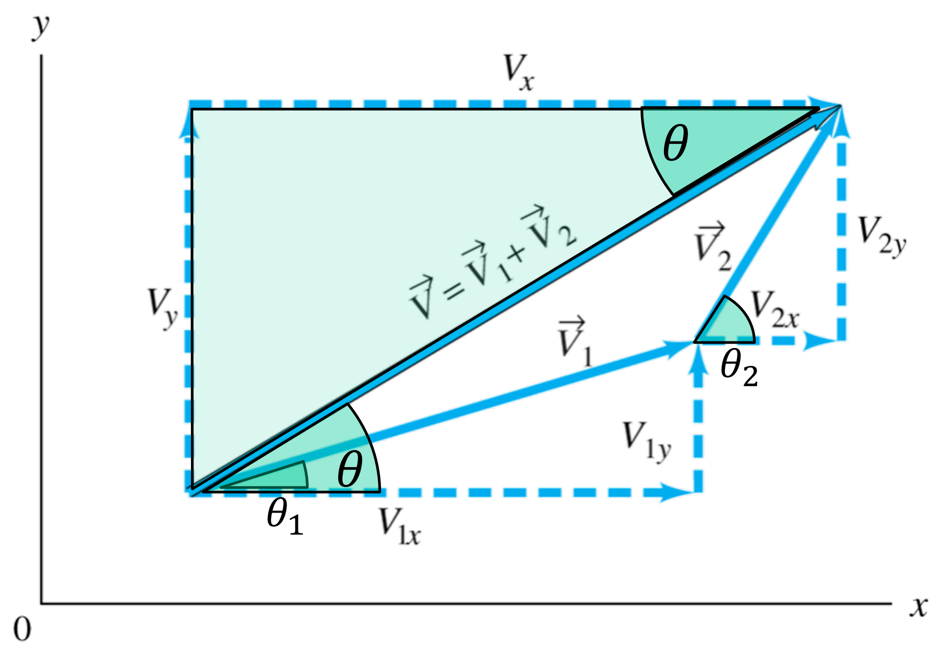
$$\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 \rightarrow \begin{cases} V_x = V_{1x} + V_{2x} \\ V_y = V_{1y} + V_{2y} \end{cases}$$

da cui si possono poi ottenere modulo e direzione del **vettore risultante** per mezzo delle seguenti trasformazioni:

Rappresentazione polare del vettore risultante

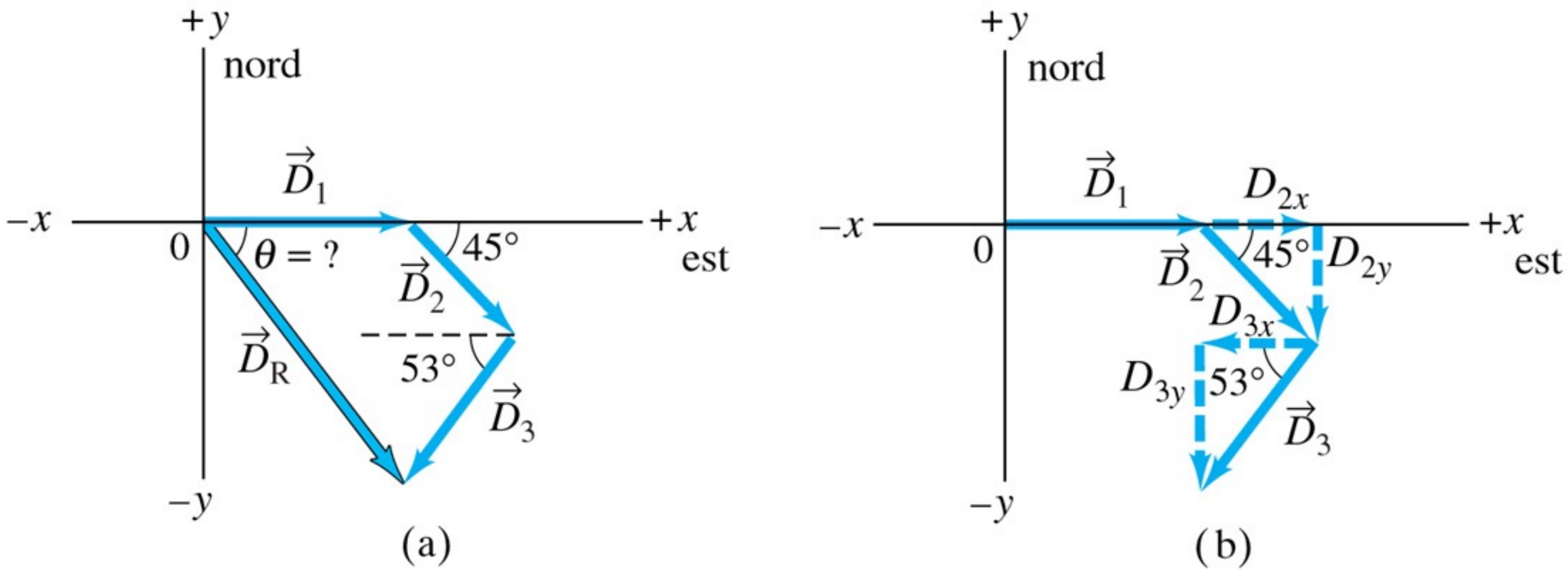
$$V = \sqrt{V_x^{\,2} + V_y^{\,2}}$$

$$tg\theta = \frac{V_y}{V_x} \rightarrow \theta = arctg\frac{V_y}{V_x}$$



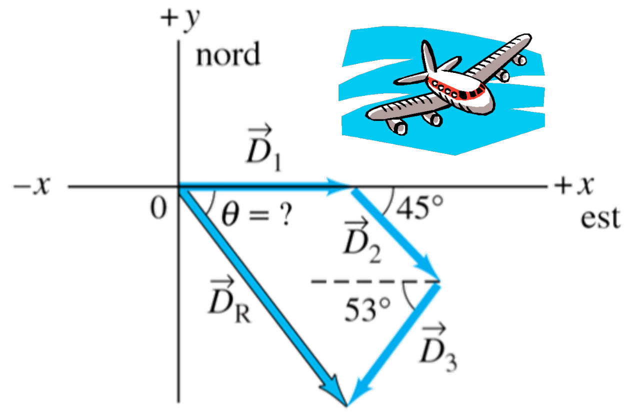
Esercizio
Un viaggio aereo è formato da tre tratte, con due scali, come mostrato in figura. La prima tratta è diretta **verso est per 620 km**; la seconda tratta è diretta **verso sud rispetto ad est (45°) per 440 km**; la terza a **53° sud rispetto ad ovest per 550** km. Qual'è lo spostamento totale dell'aereo?

Avvertenza
Ricordarsi di attribuire il segno negativo ad ogni componente che in figura è rivolta nelle direzioni x o y negative.

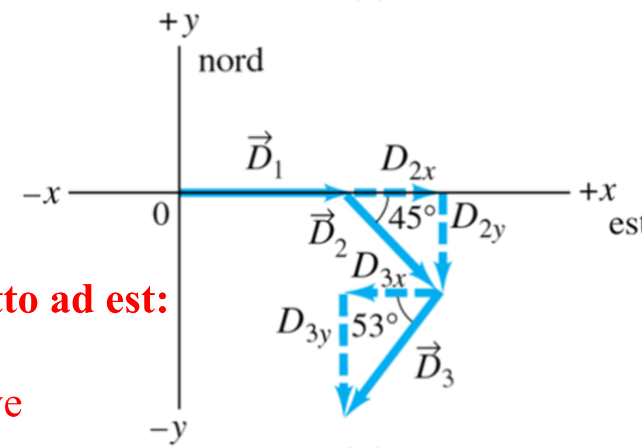


Esercizio
Un viaggio aereo è formato da tre tratte, con due scali, come mostrato in figura. La prima tratta è diretta **verso est per 620 km**; la seconda tratta è diretta **verso sud rispetto ad est (45°) per 440 km**; la terza a **53° sud rispetto ad ovest per 550** km. Qual'è lo spostamento totale dell'aereo?

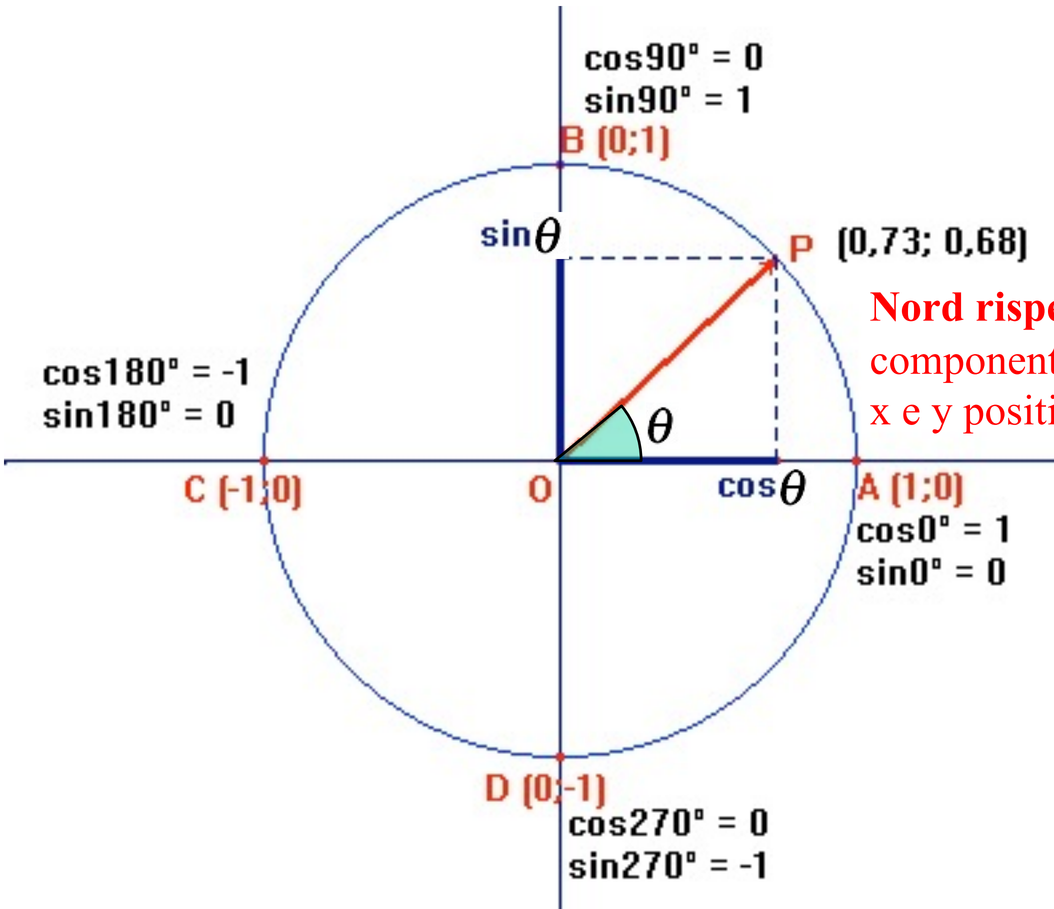
Avvertenza
Ricordarsi di attribuire il segno negativo ad ogni componente che in figura è rivolta nelle direzioni x o y negative.



(a)



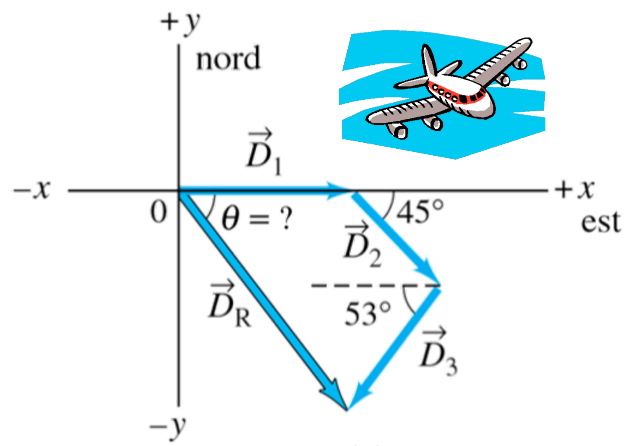
(b)



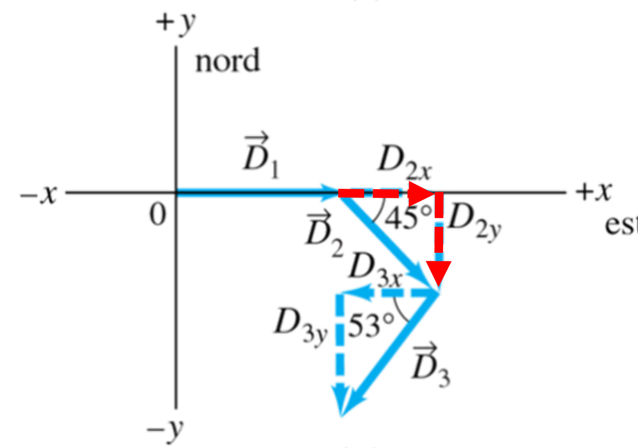
Nord rispetto ad est:
componenti
x e y positive

Esercizio
Un viaggio aereo è formato da tre tratte, con due scali, come mostrato in figura. La prima tratta è diretta **verso est per 620 km**; la seconda tratta è diretta **verso sud rispetto ad est (45°) per 440 km**; la terza a **53° sud rispetto ad ovest per 550** km. Qual'è lo spostamento totale dell'aereo?

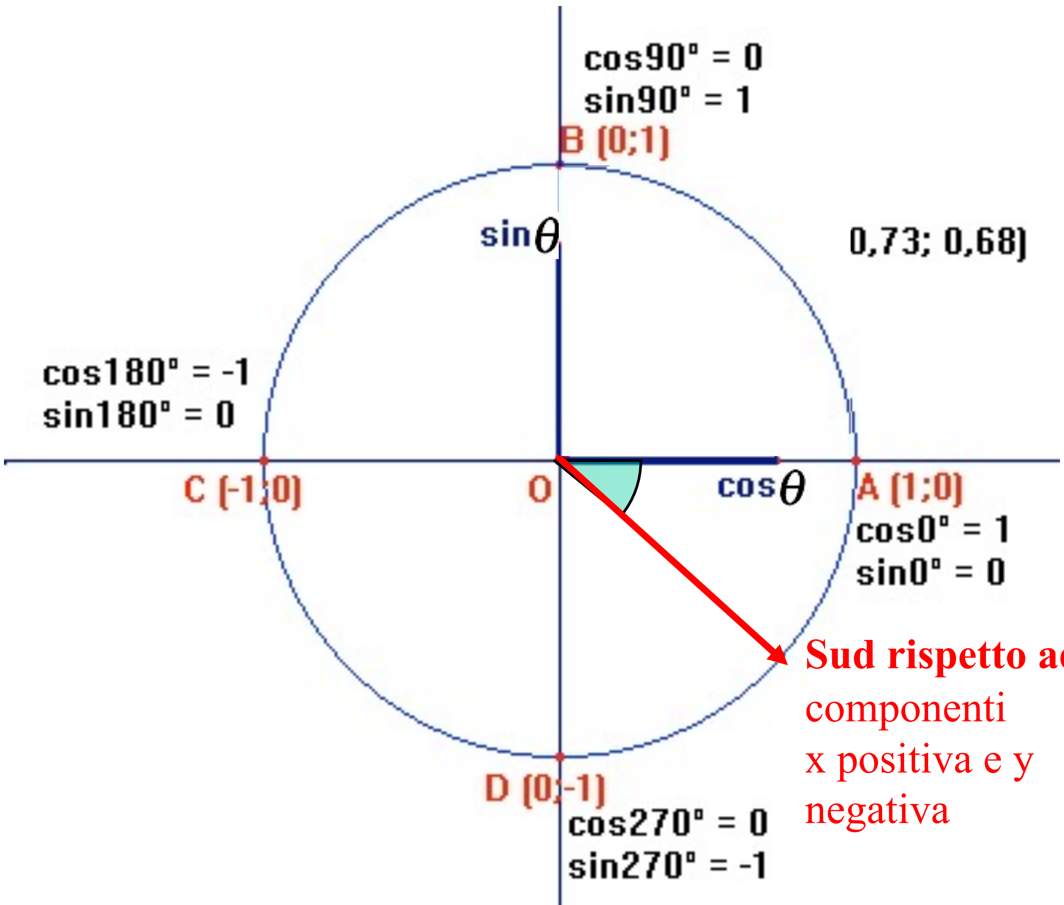
Avvertenza
Ricordarsi di attribuire il segno negativo ad ogni componente che in figura è rivolta nelle direzioni x o y negative.



(a)



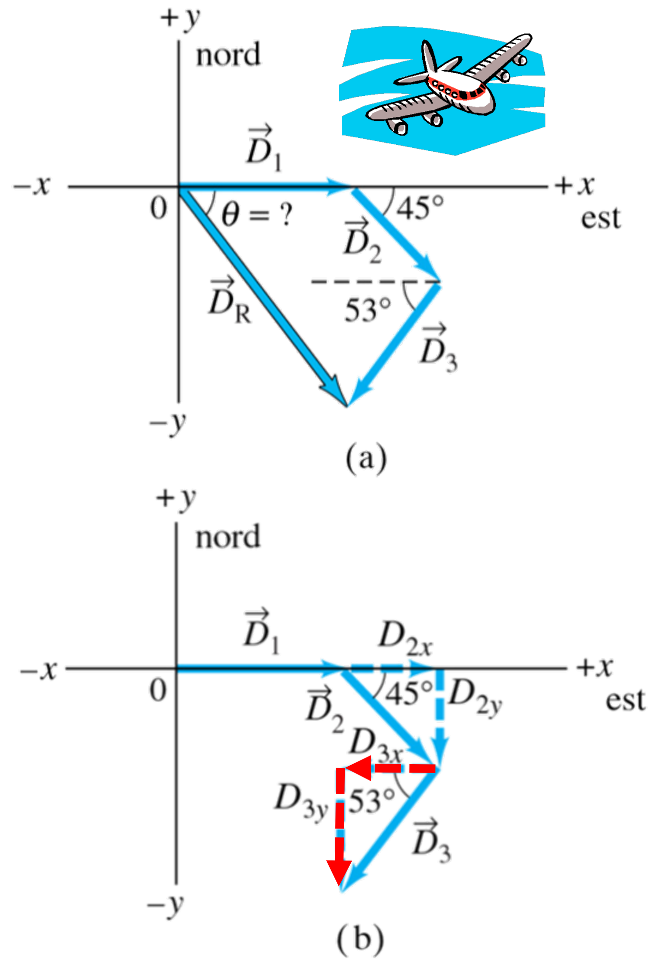
(b)

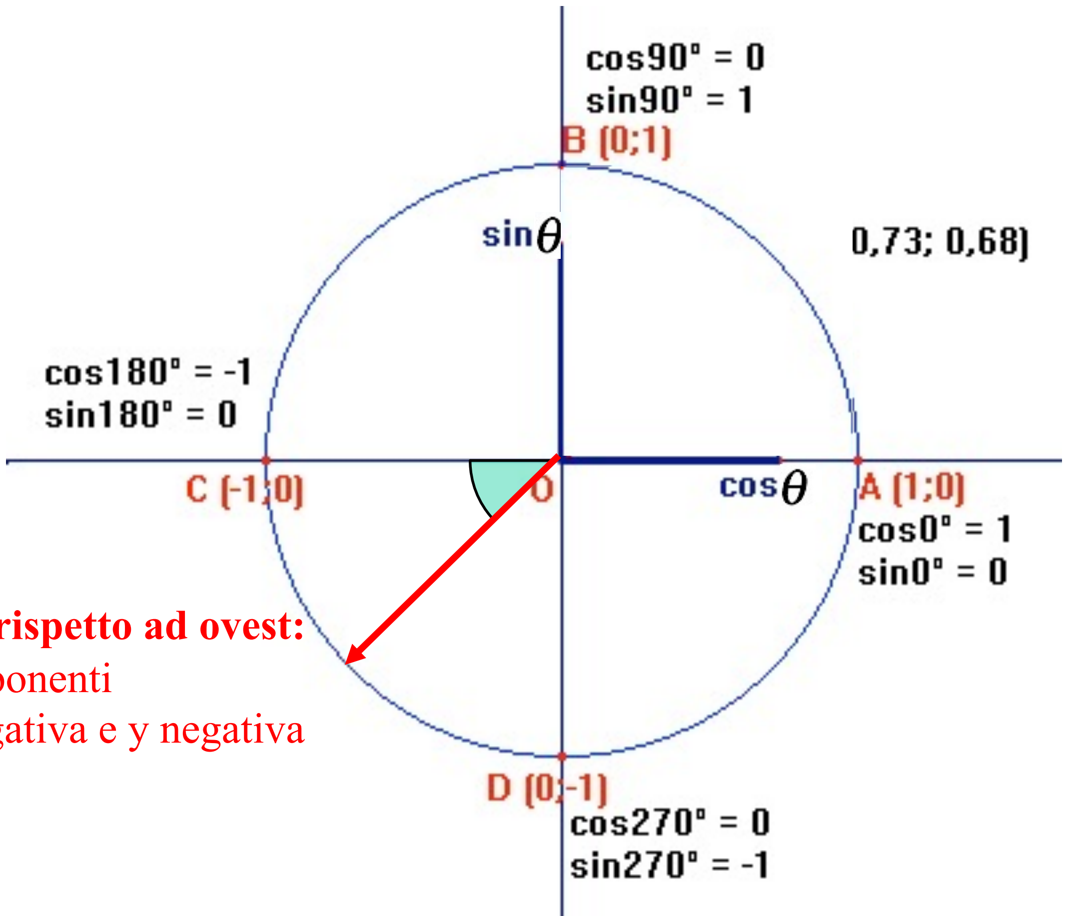


Sud rispetto ad est:
componenti
x positiva e y
negativa

Esercizio
Un viaggio aereo è formato da tre tratte, con due scali, come mostrato in figura. La prima tratta è diretta **verso est per 620 km**; la seconda tratta è diretta **verso sud rispetto ad est (45°) per 440 km**; la terza a **53° sud rispetto ad ovest per 550** km. Qual'è lo spostamento totale dell'aereo?

Avvertenza
Ricordarsi di attribuire il segno negativo ad ogni componente che in figura è rivolta nelle direzioni x o y negative.





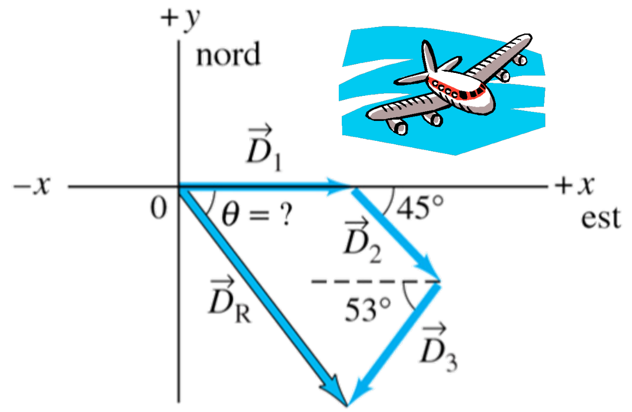
Sud rispetto ad ovest:
componenti
x negativa e y negativa

Esercizio

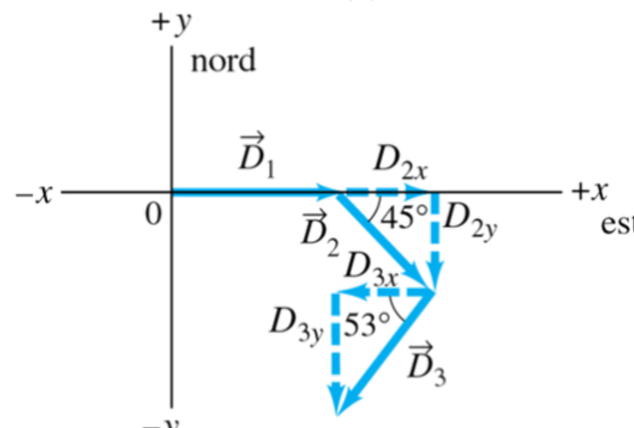
Un viaggio aereo è formato da tre tratte, con due scali, come mostrato in figura. La prima tratta è diretta **verso est per 620 km**; la seconda tratta è diretta **verso sud rispetto ad est (45°) per 440 km**; la terza a **53° sud rispetto ad ovest per 550** km. Qual'è lo spostamento totale dell'aereo?

Avvertenza

Ricordarsi di attribuire il segno negativo ad ogni componente che in figura è rivolta nelle direzioni x o y negative.

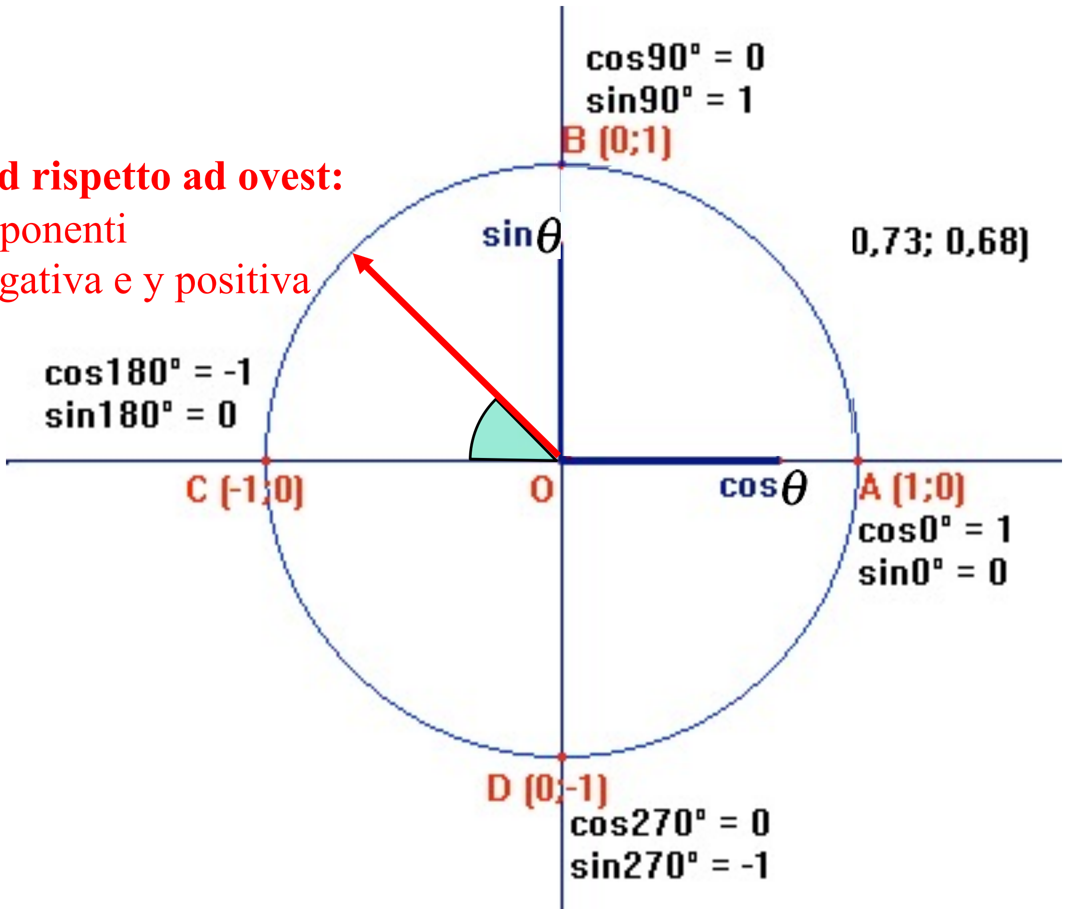


(a)



(b)

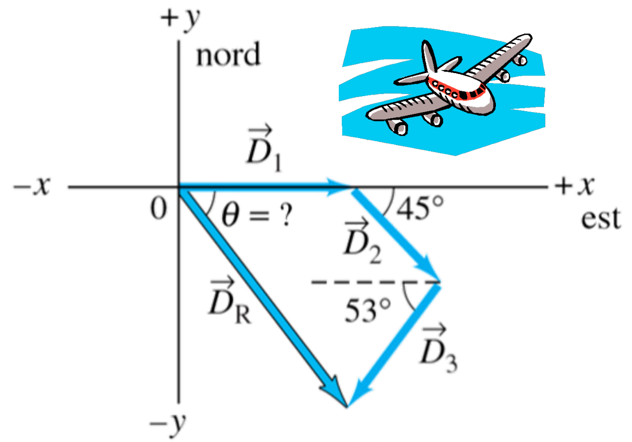
Nord rispetto ad ovest:
componenti
x negativa e y positiva



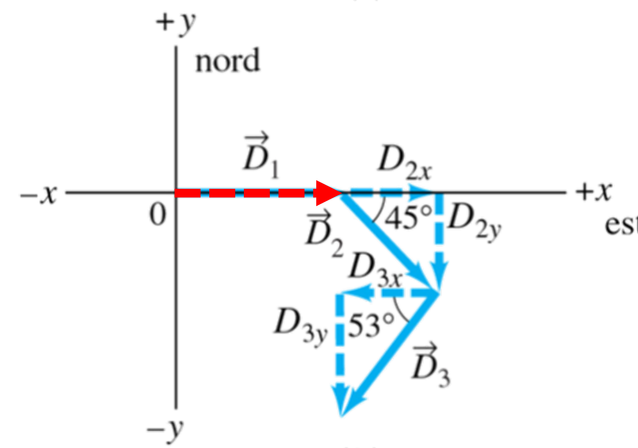
Esercizio
Un viaggio aereo è formato da tre tratte, con due scali, come mostrato in figura. La prima tratta è diretta **verso est per 620 km**; la seconda tratta è diretta **verso sud rispetto ad est (45°) per 440 km**; la terza a **53° sud rispetto ad ovest per 550 k**m. Qual'è lo spostamento totale dell'aereo?

Avvertenza
Ricordarsi di attribuire il segno negativo ad ogni componente che in figura è rivolta nelle direzioni x o y negative.

$$\vec{D}_1 \begin{cases} D_{1x} = D_1 \cos 0° = D_1 = 620 km \\ D_{1y} = D_1 sen 0° = 0 km \end{cases}$$



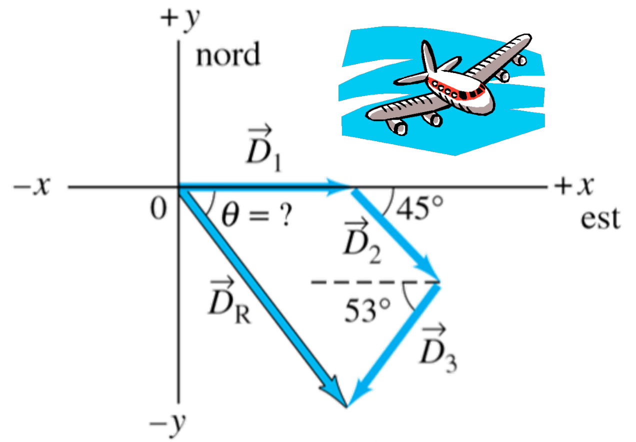
(a)



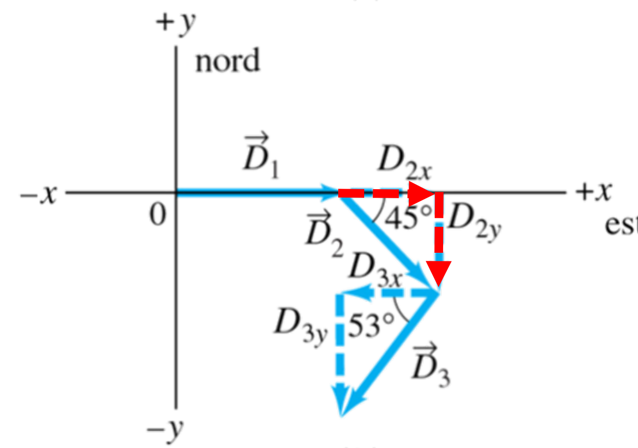
(b)

Esercizio
Un viaggio aereo è formato da tre tratte, con due scali, come mostrato in figura. La prima tratta è diretta **verso est per 620 km**; la seconda tratta è diretta **verso sud rispetto ad est (45°) per 440 km**; la terza a **53° sud rispetto ad ovest per 550 k**m. Qual'è lo spostamento totale dell'aereo?

Avvertenza
Ricordarsi di attribuire il segno negativo ad ogni componente che in figura è rivolta nelle direzioni x o y negative.



(a)



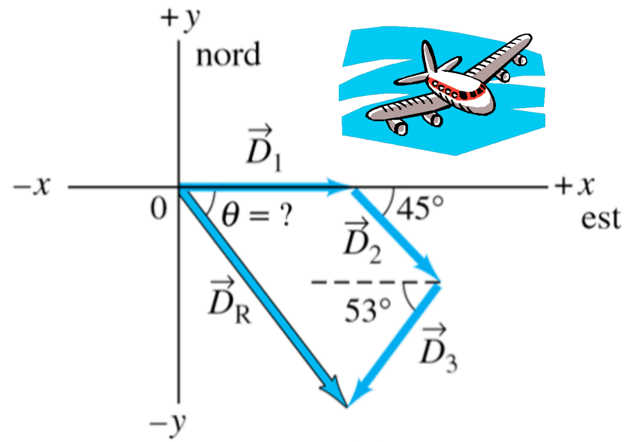
(b)

$$\vec{D}_1 \begin{cases} D_{1x} = D_1 \cos 0° = D_1 = 620 km \\ D_{1y} = D_1 sen 0° = 0 km \end{cases}$$

$$\vec{D}_2 \begin{cases} D_{2x} = D_2 \cos 45° = (440 km)(0.707) = 311 km \\ D_{2y} = -D_2 sen 45° = -(440 km)(0.707) = -311 km \end{cases}$$

Esercizio
Un viaggio aereo è formato da tre tratte, con due scali, come mostrato in figura. La prima tratta è diretta **verso est per 620 km**; la seconda tratta è diretta **verso sud rispetto ad est (45°) per 440 km**; la terza a **53° sud rispetto ad ovest per 550 km**. Qual'è lo spostamento totale dell'aereo?

Avvertenza
Ricordarsi di attribuire il segno negativo ad ogni componente che in figura è rivolta nelle direzioni x o y negative.

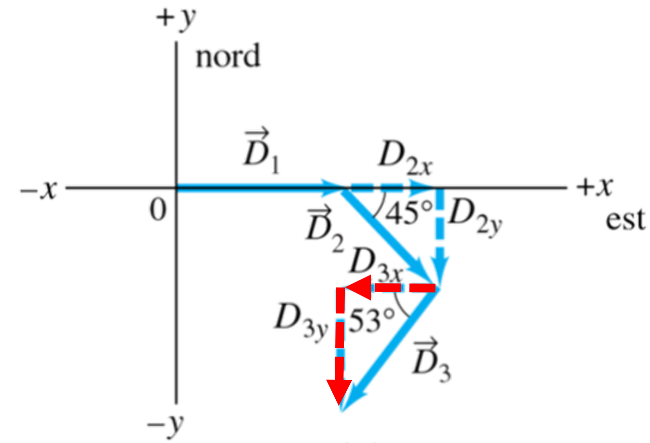


(a)

$$\vec{D}_1 \begin{cases} D_{1x} = D_1 \cos 0° = D_1 = 620km \\ D_{1y} = D_1 sen 0° = 0km \end{cases}$$

$$\vec{D}_2 \begin{cases} D_{2x} = D_2 \cos 45° = (440km)(0.707) = 311km \\ D_{2y} = -D_2 sen 45° = -(440km)(0.707) = -311km \end{cases}$$

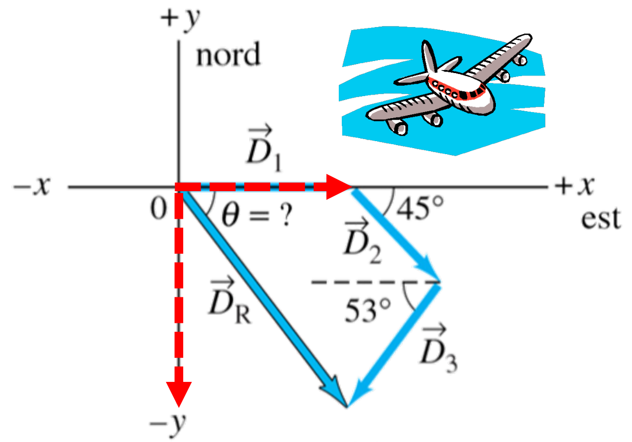
$$\vec{D}_3 \begin{cases} D_{3x} = -D_3 \cos 53° = -(550km)(0.602) = -331km \\ D_{3y} = -D_3 sen 53° = -(550km)(0.799) = -439km \end{cases}$$



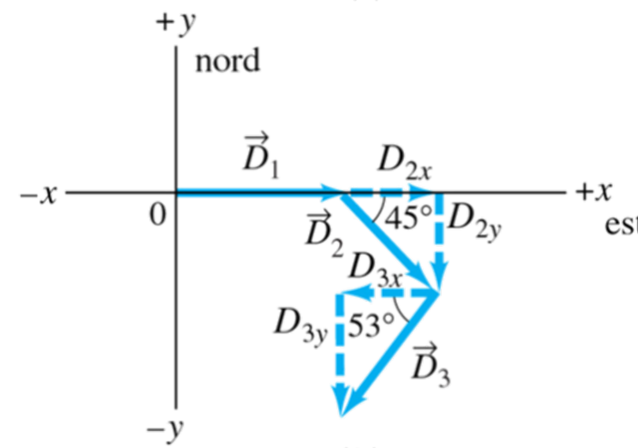
(b)

Esercizio
Un viaggio aereo è formato da tre tratte, con due scali, come mostrato in figura. La prima tratta è diretta **verso est per 620 km**; la seconda tratta è diretta **verso sud rispetto ad est (45°) per 440 km**; la terza a **53° sud rispetto ad ovest per 550** km. Qual'è lo spostamento totale dell'aereo?

Avvertenza
Ricordarsi di attribuire il segno negativo ad ogni componente che in figura è rivolta nelle direzioni x o y negative.



(a)



(b)

$$\vec{D}_1 \begin{cases} D_{1x} = D_1 \cos 0° = D_1 = 620 km \\ D_{1y} = D_1 sen 0° = 0 km \end{cases}$$

$$\vec{D}_2 \begin{cases} D_{2x} = D_2 \cos 45° = (440 km)(0.707) = 311 km \\ D_{2y} = -D_2 sen 45° = -(440 km)(0.707) = -311 km \end{cases}$$

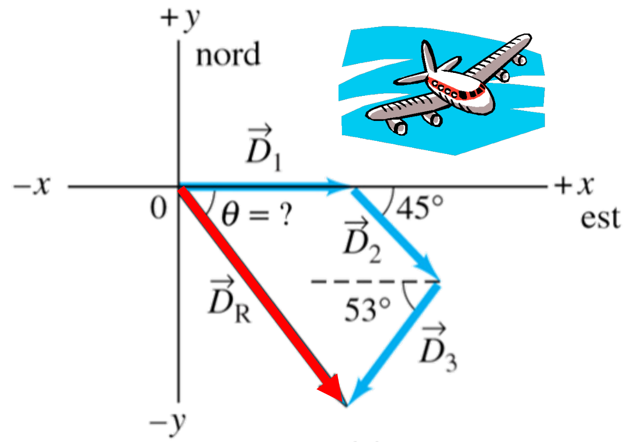
$$\vec{D}_3 \begin{cases} D_{3x} = -D_3 \cos 53° = -(550 km)(0.602) = -331 km \\ D_{3y} = -D_3 sen 53° = -(550 km)(0.799) = -439 km \end{cases}$$

Rappresentazione Cartesiana del vettore risultante

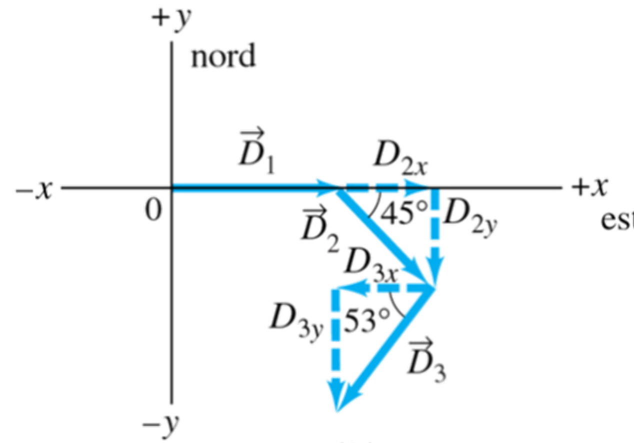
$$\rightarrow \vec{D}_R \begin{cases} D_{Rx} = D_{1x} + D_{2x} + D_{3x} = 620 km + 311 km - 331 km = 600 km \\ D_{Ry} = D_{1y} + D_{2y} + D_{3y} = 0 km - 311 km - 439 km = -750 km \end{cases}$$

Esercizio
Un viaggio aereo è formato da tre tratte, con due scali, come mostrato in figura. La prima tratta è diretta **verso est per 620 km**; la seconda tratta è diretta **verso sud rispetto ad est (45°) per 440 km**; la terza a **53° sud rispetto ad ovest per 550 k**m. Qual'è lo spostamento totale dell'aereo?

Avvertenza
Ricordarsi di attribuire il segno negativo ad ogni componente che in figura è rivolta nelle direzioni x o y negative.



(a)



(b)

$$\vec{D}_1 \begin{cases} D_{1x} = D_1 \cos 0° = D_1 = 620 km \\ D_{1y} = D_1 sen 0° = 0 km \end{cases}$$

$$\vec{D}_2 \begin{cases} D_{2x} = D_2 \cos 45° = (440 km)(0.707) = 311 km \\ D_{2y} = -D_2 sen 45° = -(440 km)(0.707) = -311 km \end{cases}$$

$$\vec{D}_3 \begin{cases} D_{3x} = -D_3 \cos 53° = -(550 km)(0.602) = -331 km \\ D_{3y} = -D_3 sen 53° = -(550 km)(0.799) = -439 km \end{cases}$$

Rappresentazione Cartesiana del vettore risultante $\rightarrow \vec{D}_R$

$$\begin{cases} D_{Rx} = D_{1x} + D_{2x} + D_{3x} = 620 km + 311 km - 331 km = 600 km \\ D_{Ry} = D_{1y} + D_{2y} + D_{3y} = 0 km - 311 km - 439 km = -750 km \end{cases}$$

Rappresentazione Polare del vettore risultante $\rightarrow \vec{D}_R$

$$\begin{cases} D_R = \sqrt{D_{Rx}{}^2 + D_{Ry}{}^2} = \sqrt{(600)^2 + (-750)^2}\, km = 960 km \\ tg\theta = \dfrac{D_{Ry}}{D_{Rx}} = \dfrac{-750 km}{600 km} = -1.25 \rightarrow \theta = arctg(-1.25) = -51° \end{cases}$$

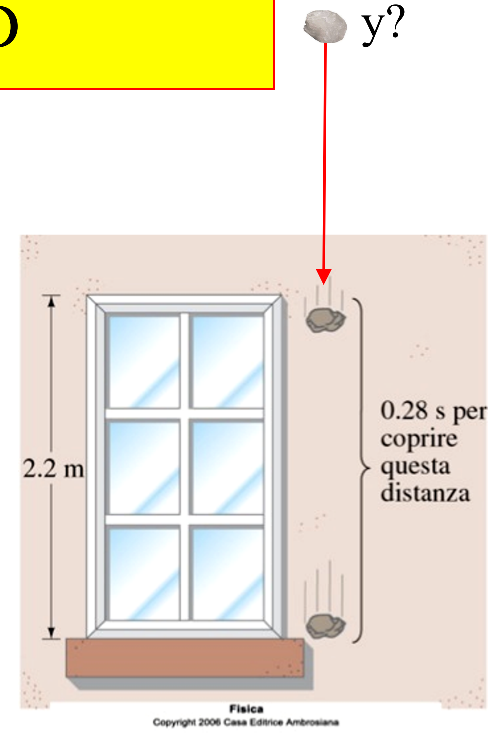
Prima di applicare tutto questo alla cinematica 2D correggiamo un esercizio di CINEMATICA 1D

Equazioni del moto di oggetti in caduta libera (*a* = – *g* = cost)

$$I)\ \ v = v_0 - gt \qquad II)\ \ y - y_0 = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \qquad III)\ \ v^2 = v_0{}^2 - 2g(y - y_0)$$

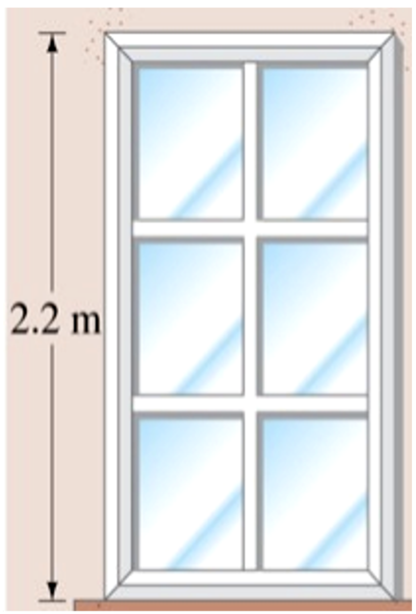
Esercizi Cinematica 1-D

Esercizio 1
Una **pietra in caduta libera** impiega 0.28 s per oltrepassare una finestra alta 2.2 m (vedi figura). Da quale altezza, rispetto alla sommità della finestra, è caduta la pietra?



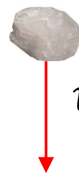
$y_0 = 0$

$\vec{g}$



$y = 2.2m$

asse y



v_{y0}=?

PRIMA PARTE

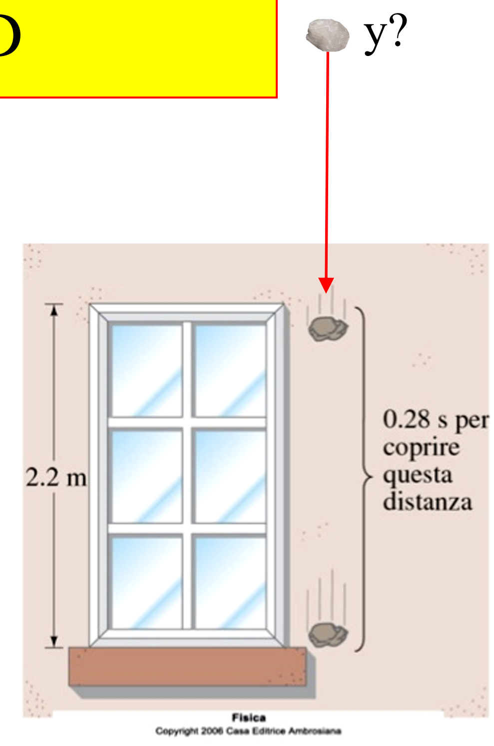
Che velocità ha la pietra quando passa per la sommità della finestra, sapendo che impiega 0.28 secondi per percorrere 2.2 metri?

Equazioni del moto di oggetti in caduta libera (*a* = – *g* = cost)

$$I)\ v = v_0 - gt \qquad II)\ y - y_0 = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \qquad III)\ v^2 = v_0^{\,2} - 2g(y - y_0)$$

Esercizi Cinematica 1-D

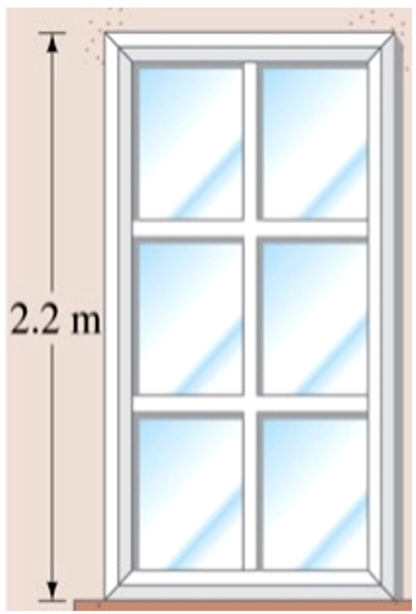
Esercizio 1
Una **pietra in caduta libera** impiega 0.28 s per oltrepassare una finestra alta 2.2 m (vedi figura). Da quale altezza, rispetto alla sommità della finestra, è caduta la pietra?



PRIMA PARTE

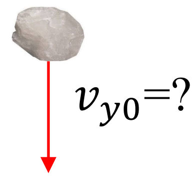
$y_0 = 0$

$\vec{g}$



$y = 2.2m$

asse y



$$II)\quad y - y_0 = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

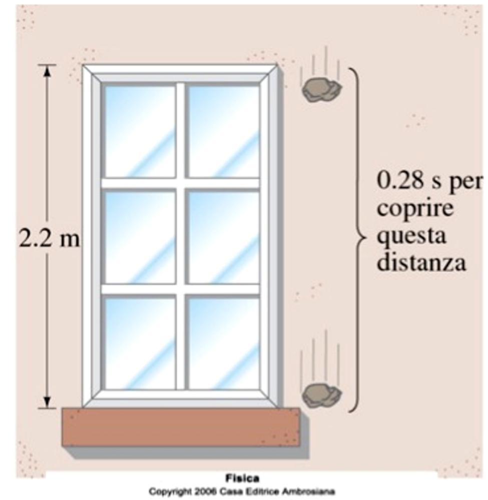
$$y - y_0 = v_{y0} t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$\rightarrow v_{y0} t = y - \frac{1}{2} g t^2 \quad \rightarrow \quad v_{y0} = \frac{y - \frac{1}{2} g t^2}{t}$$

$$\rightarrow \; v_{y0} = \frac{2.2m - \frac{1}{2}(9.8\,\frac{m}{s^2})(0.28s)^2}{0.28s} = \frac{1.82\;m}{0.28\;s} = 6.48\,\frac{m}{s}$$

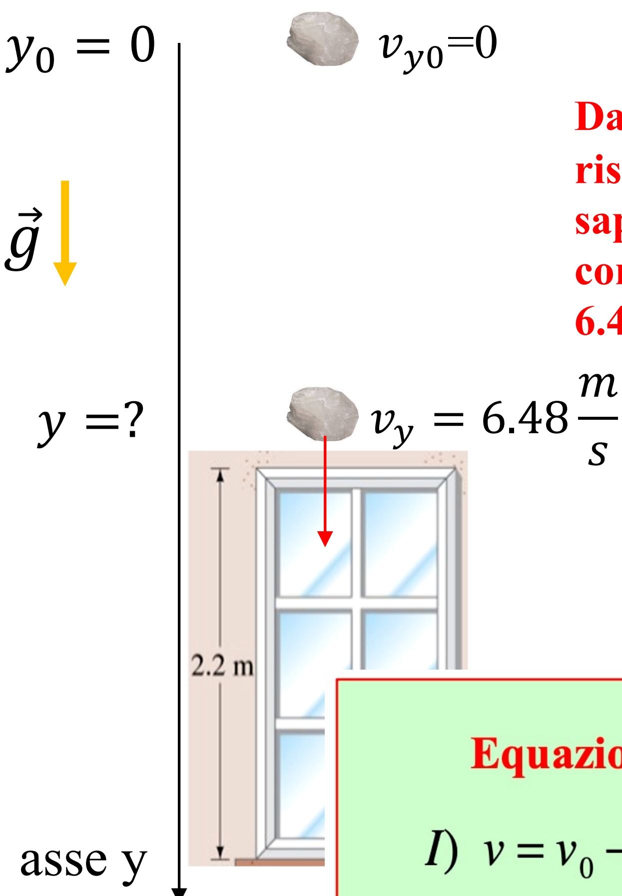
Esercizi Cinematica 1-D

Esercizio 1
Una **pietra in caduta libera** impiega 0.28 s per oltrepassare una finestra alta 2.2 m (vedi figura). Da quale altezza, rispetto alla sommità della finestra, è caduta la pietra?



SECONDA PARTE

Da quale altezza è caduta la pietra rispetto alla sommità della finestra sapendo che la sua velocità in corrispondenza della sommità è di 6.48 m/s?

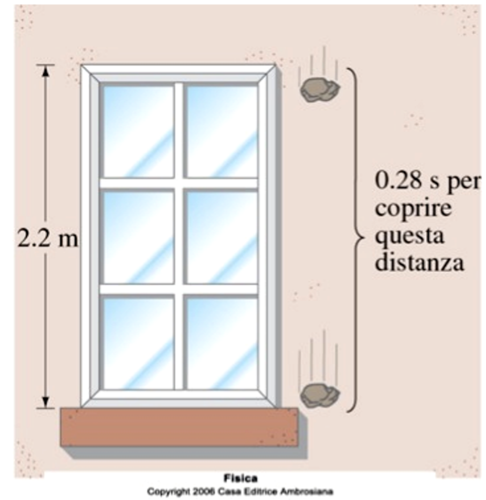


Equazioni del moto di oggetti in caduta libera ($a = -g = \text{cost}$)

$$I)\ v = v_0 - gt \qquad II)\ y - y_0 = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad III)\ v^2 = v_0^2 - 2g(y - y_0)$$

Esercizi Cinematica 1-D

Esercizio 1
Una **pietra in caduta libera** impiega 0.28 s per oltrepassare una finestra alta 2.2 m (vedi figura). Da quale altezza, rispetto alla sommità della finestra, è caduta la pietra?



SECONDA PARTE

$y_0 = 0$

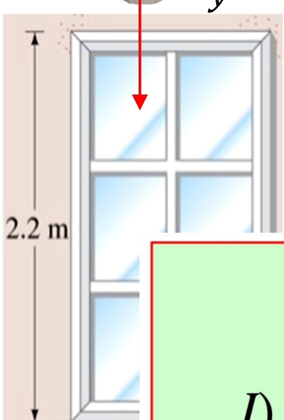
$v_{y0}=0$

$\vec{g}$

$$III)\ \ v^2 = v_0^{\ 2} - 2g(y-y_0)$$

$y = ?$

$v_y = 6.48\dfrac{m}{s}$



$$v_y^2 = v_{y0}^2 + 2g(y - y_0) \rightarrow v_y^2 = 2gy$$

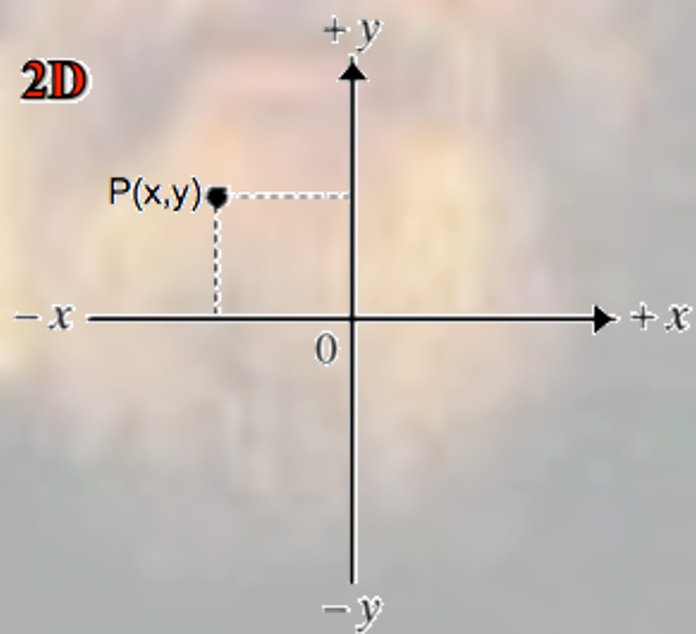
$$\rightarrow y = \frac{v_y^2}{2g} \rightarrow y = \frac{(6.48\frac{m}{s})^2}{2 \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2}} = \frac{41.99\,\frac{m^2}{s^2}}{19.6\,\frac{m}{s^2}} = 2.14m$$

asse y

Equazioni del moto di oggetti in caduta libera ($a = -g =$ cost)

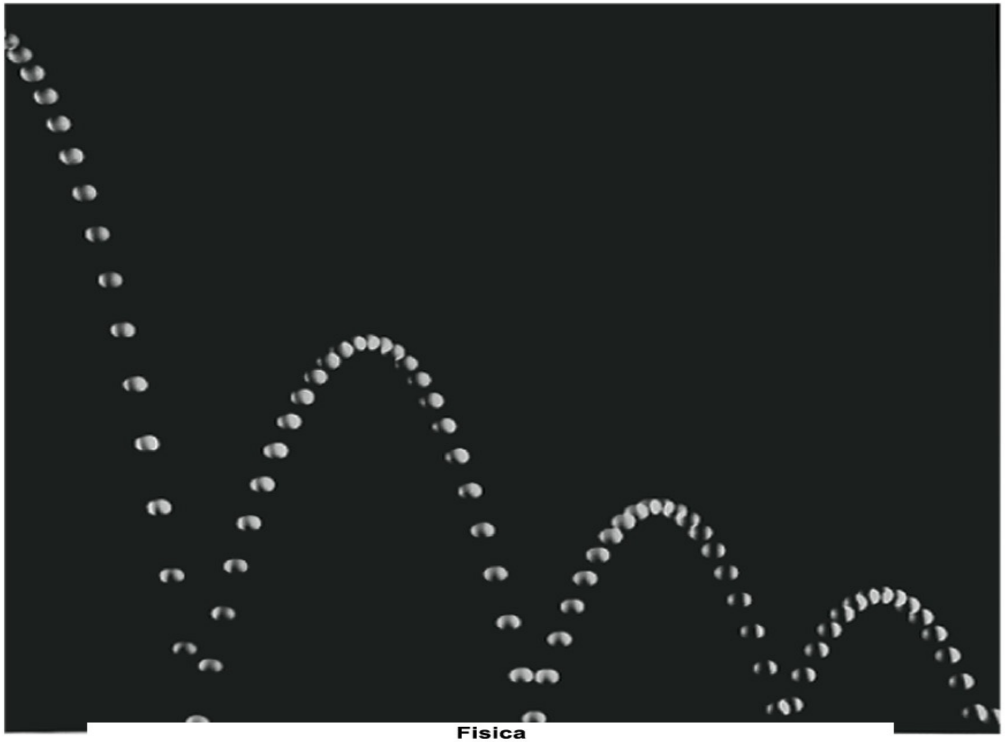
$$I)\ \ v = v_0 - gt \qquad II)\ \ y - y_0 = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad III)\ \ v^2 = v_0^{\ 2} - 2g(y-y_0)$$

LA CINEMATICA in DUE DIMENSIONI



Moto di un proiettile in due dimensioni

Generalizzando i risultati trovati per il moto unidimensionale uniformemente accelerato, esaminiamo adesso il moto di oggetti (palloni calciati, palline da golf, palle da baseball, pallottole, etc...) che si muovono in *due dimensioni* in prossimità della superficie terrestre: si tratta di esempi che possono essere tutti ricondotti al cosiddetto «**moto di un proiettile» in due dimensioni**. Trascureremo la resistenza dell'aria e considereremo il moto degli oggetti solo **dopo** che sono stati lanciati, cioè mentre si muovono sotto il solo effetto dell'**accelerazione di gravità** che, come sappiamo è sempre diretta verso il basso e ha modulo pari a $g=9.80\ m/s^2$.



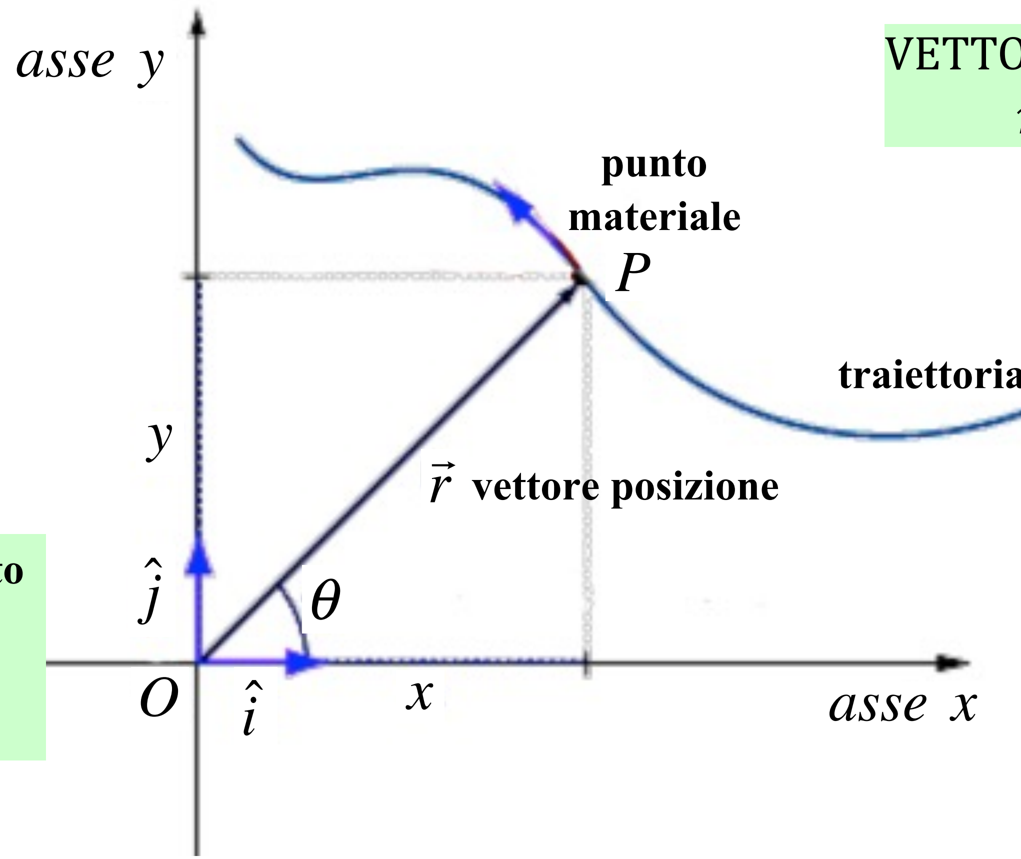
Fisica

Il vettore Posizione in due dimensioni

In due dimensioni diventa importante il «**vettore posizione**», la cui coda è situata sempre nell'origine del sistema di riferimento considerato mentre la punta indica, appunto, la posizione del punto materiale in movimento lungo la traiettoria. I moduli delle **componenti** del vettore posizione saranno quindi le **coordinate *x* e *y* del punto materiale** nel sistema di riferimento scelto.

VETTORE POSIZIONE

$\vec{r} = \vec{x} + \vec{y}$



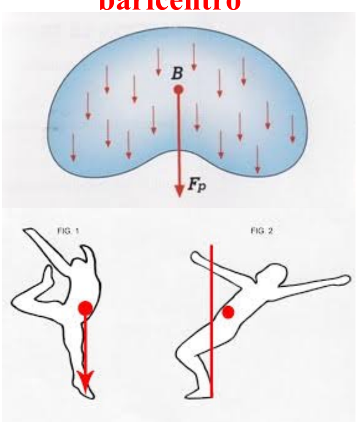
Sistema di Riferimento bidimensionale

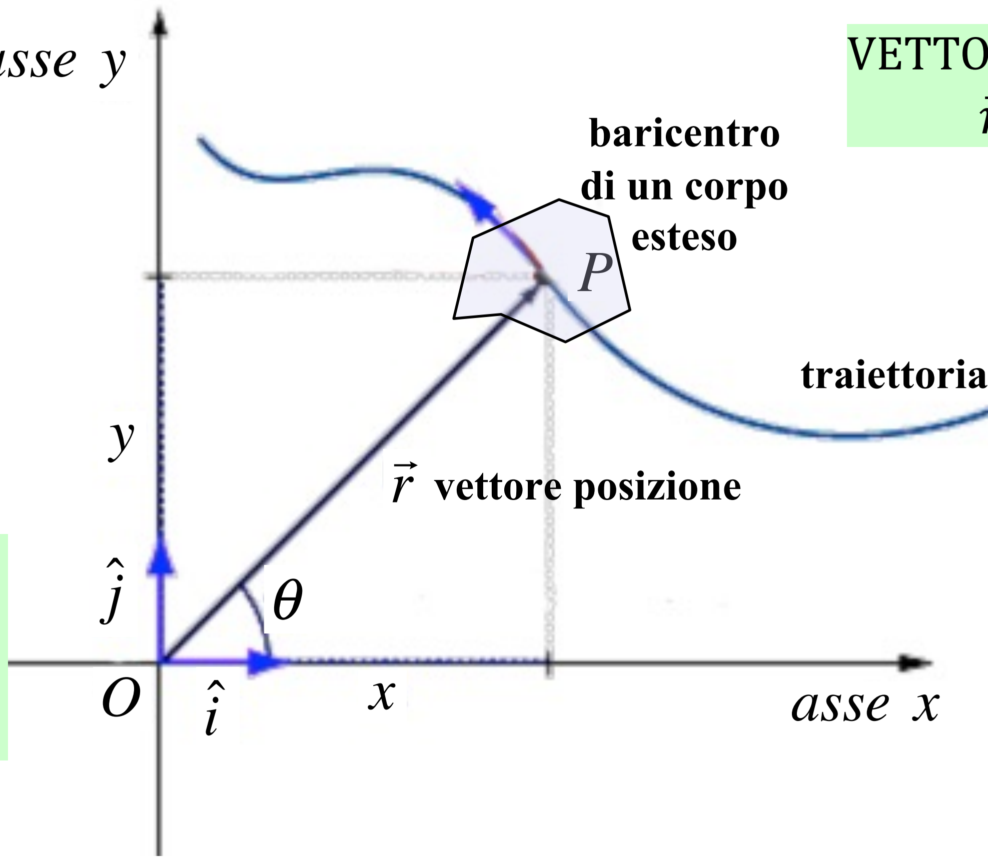
$\{xOy\}$

Il vettore Posizione in due dimensioni

Nel caso in cui, invece che un punto materiale, si debba studiare la traiettoria di un **corpo esteso**, il vettore posizione punterà al ***centro di massa***, o ***baricentro***, del corpo stesso. Per baricentro si intende quel punto (appartenente o no al corpo) che ha la proprietà di muoversi ***come se in esso fosse concentrata tutta la massa del corpo*** (il baricentro, ad esempio, è fondamentale nel determinare le condizioni di equilibrio di un corpo). Negli esempi il baricentro verrà fatto tipicamente coincidere, in prima approssimazione, con il **centro geometrico** del corpo che si sta considerando.

baricentro





VETTORE POSIZIONE
$\vec{r} = \vec{x} + \vec{y}$

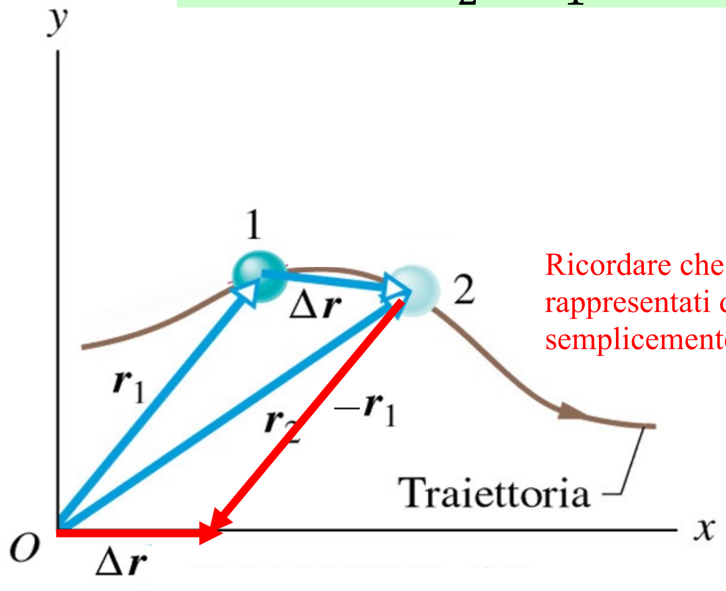
Sistema di Riferimento bidimensionale
$\{xOy\}$

Spostamento e Velocità in due dimensioni

Sappiamo che la velocità media di un corpo è pari al rapporto tra il suo spostamento e il tempo impiegato a spostarsi. In due dimensioni lo **spostamento** sarà rappresentato come un *vettore ottenuto dalla differenza tra due vettori posizione ad istanti di tempo successivi…*

VETTORE SPOSTAMENTO

$$\overrightarrow{\Delta r} = \overrightarrow{r_2} - \overrightarrow{r_1}$$



Ricordare che i nomi dei vettori possono essere rappresentati da lettere con sopra la freccia o semplicemente da lettere in grassetto…

Spostamento e Velocità in due dimensioni

Sappiamo che la velocità media di un corpo è pari al rapporto tra il suo spostamento e il tempo impiegato a spostarsi. In due dimensioni lo **spostamento** sarà rappresentato come un *vettore ottenuto dalla differenza tra due vettori posizione ad istanti di tempo successivi*, e la **velocità vettoriale media** sarà data quindi dal rapporto tra il vettore spostamento così ottenuto e l'intervallo di tempo considerato.

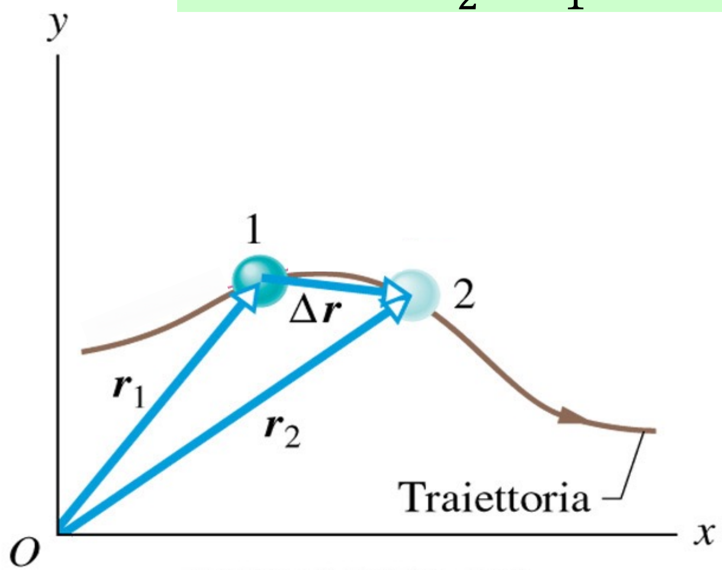
VETTORE SPOSTAMENTO

$$\overrightarrow{\Delta r} = \overrightarrow{r_2} - \overrightarrow{r_1}$$

Velocità vettoriale media

$$\vec{v}_{media} = \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t}$$

Ha la stessa direzione e lo stesso verso del vettore spostamento

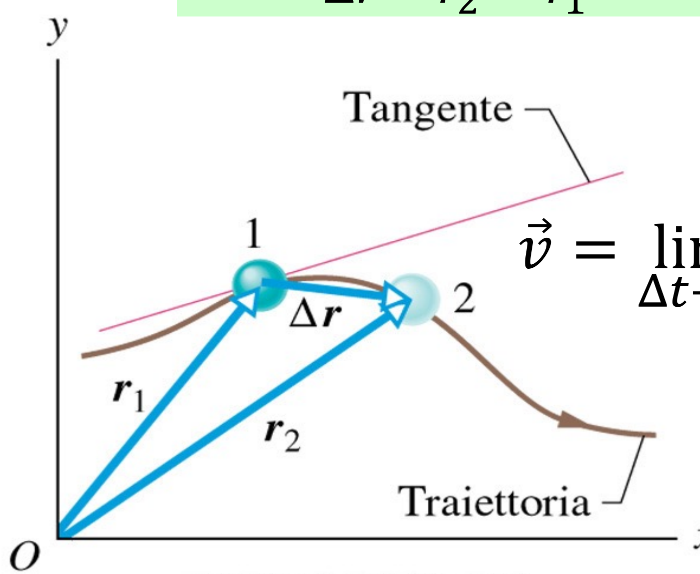


Velocità istantanea in due dimensioni

Sappiamo che la velocità media di un corpo è pari al rapporto tra il suo spostamento e il tempo impiegato a spostarsi. In due dimensioni lo **spostamento** sarà rappresentato come un *vettore ottenuto dalla differenza tra due vettori posizione ad istanti di tempo successivi*, e la **velocità vettoriale media** sarà data quindi dal rapporto tra il vettore spostamento così ottenuto e l'intervallo di tempo considerato. Facendo **tendere a zero** l'intervallo di tempo considerato, la direzione del vettore velocità media si avvicina a quella della **retta tangente alla traiettoria** nella posizione $\vec{r_1}$. Si ottiene così la **velocità vettoriale istantanea** $\vec{v}$ nel punto 1 (cioè la derivata prima del vettore posizione in quel punto), che potrà a sua volta essere scomposta nelle sue **componenti** lungo i due assi, $\vec{v_x}$ e $\vec{v_y}$.

VETTORE SPOSTAMENTO

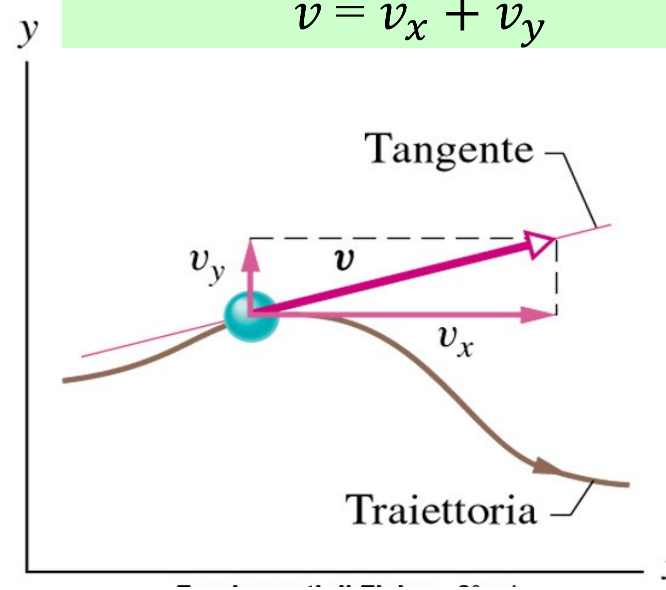
$$\overrightarrow{\Delta r} = \vec{r_2} - \vec{r_1}$$



$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t}$$

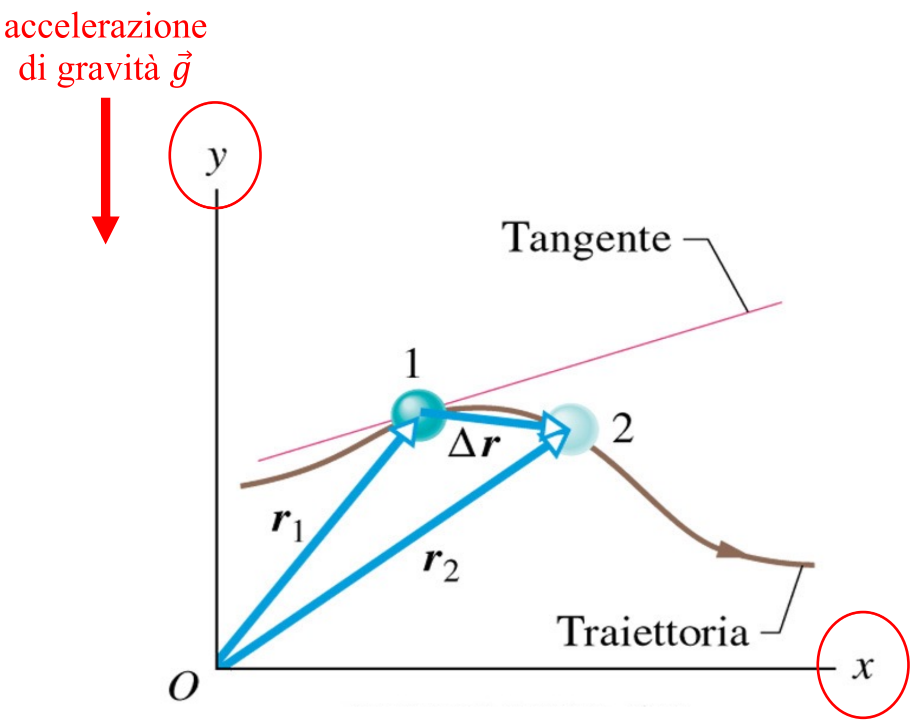
VETTORE VELOCITA' ISTANTANEA

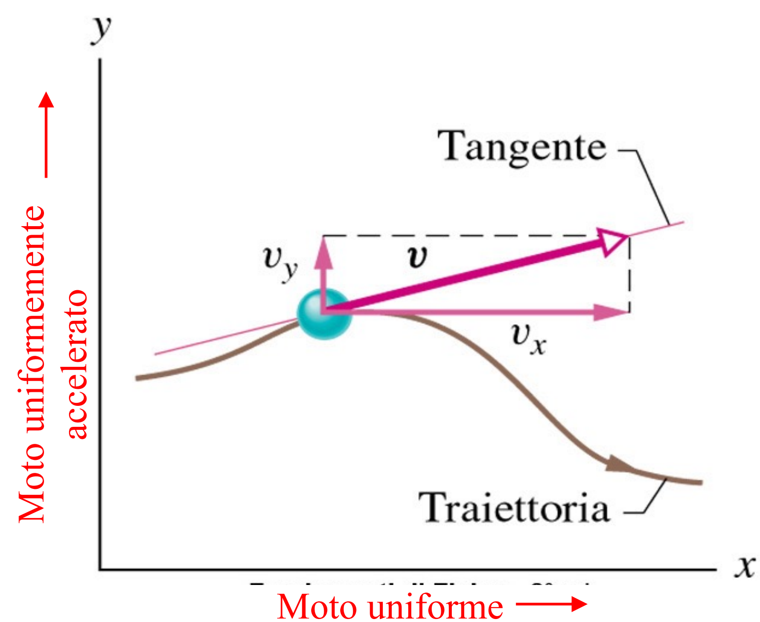
$$\vec{v} = \vec{v_x} + \vec{v_y}$$



Moto di un proiettile in due dimensioni

Galileo fu il primo a capire che il moto di un proiettile soggetto alla gravità può essere analizzato molto più semplicemente ed efficacemente prendendo in considerazione **separatamente** le componenti orizzontale e verticale del moto. Così facendo, poiché *l'accelerazione di gravità è diretta solo e costantemente verso il basso* (asse y negativo), il moto lungo l'**asse y** sarà **uniformemente accelerato**; il moto lungo l'**asse x** invece, non essendo soggetto ad accelerazione, sarà **uniforme** (cioè a velocità costante). **La velocità vettoriale complessiva sarà data quindi, ad ogni istante, dalla somma delle sue componenti lungo i due assi coordinati:** $\vec{v}(t) = \vec{v}_x(t) + \vec{v}_y(t)$





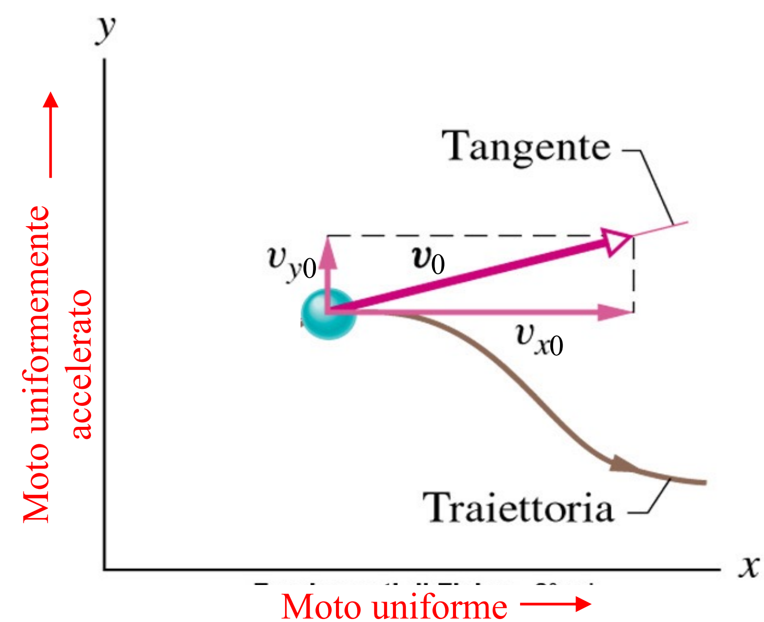
Moto di un proiettile in due dimensioni

Galileo fu il primo a capire che il moto di un proiettile soggetto alla gravità può essere analizzato molto più semplicemente ed efficacemente prendendo in considerazione **separatamente** le componenti orizzontale e verticale del moto. Così facendo, poiché *l'accelerazione di gravità è diretta solo e costantemente verso il basso* (asse y negativo), il moto lungo l'**asse y** sarà **uniformemente accelerato**; il moto lungo l'**asse x** invece, non essendo soggetto ad accelerazione, sarà **uniforme** (cioè a velocità costante). **La velocità vettoriale complessiva sarà data quindi, ad ogni istante, dalla somma delle sue componenti lungo i due assi coordinati:** $\vec{v}(t) = \vec{v}_x(t) + \vec{v}_y(t)$

accelerazione di gravità $\vec{g}$

Velocità vettoriale iniziale:

$$\vec{v}_0 = \vec{v}_{x0} + \vec{v}_{y0}$$



Moto di un proiettile in due dimensioni

Galileo fu il primo a capire che il moto di un proiettile soggetto alla gravità può essere analizzato molto più semplicemente ed efficacemente prendendo in considerazione **separatamente** le componenti orizzontale e verticale del moto. Così facendo, poiché *l'accelerazione di gravità è diretta solo e costantemente verso il basso* (asse y negativo), il moto lungo l'**asse y** sarà **uniformemente accelerato**; il moto lungo l'**asse x** invece, non essendo soggetto ad accelerazione, sarà **uniforme** (cioè a velocità costante). **La velocità vettoriale complessiva sarà data quindi, ad ogni istante, dalla somma delle sue componenti lungo i due assi coordinati:** $\vec{v}(t) = \vec{v}_x(t) + \vec{v}_y(t)$

accelerazione di gravità $\vec{g}$

Equazioni del moto di un proiettile in 2 dim. ($a_x = 0$, $a_y = -g = \text{cost}$)

moto orizzontale (uniforme a_x=0, v_x=cost.)

(I-x) $v_x = v_{x0}$

(II-x) $x = x_0 + v_{x0}t$

Velocità vettoriale iniziale:

$$\vec{v}_0 = \vec{v}_{x0} + \vec{v}_{y0}$$

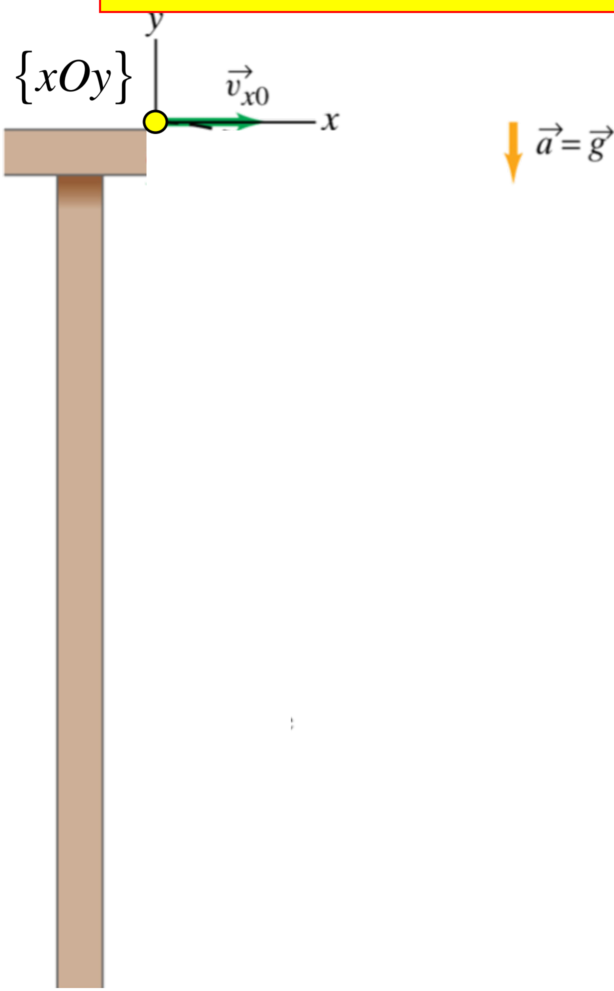
moto verticale (unif.accel. $a_y = -g$)

(I-y) $v_y = v_{y0} - gt$

(II-y) $y = y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$

(III-y) $v_y^{\,2} = v_{y0}^{\,2} - 2g(y - y_0)$

Moto di un proiettile in due dimensioni: Esempio 1

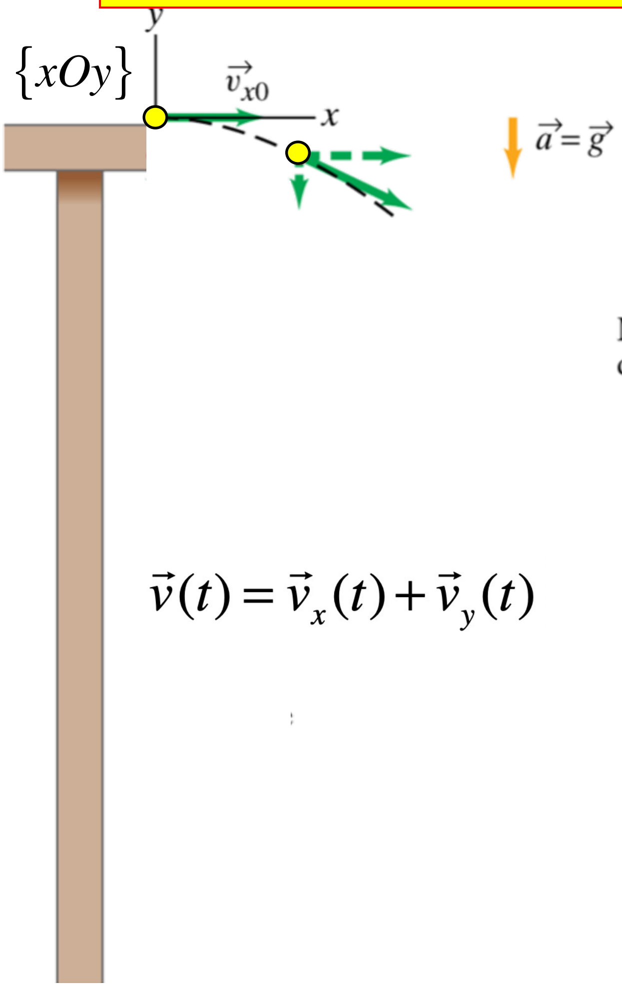


Consideriamo una pallina (un proiettile) che rotola e cade oltre il bordo di un tavolo con componenti della **velocità iniziale** v_{x0}=cost. e v_{y0}=0. $\rightarrow \vec{v}_0 = \vec{v}_{x0}$

Moto
di un proiettile

Per comodità assumeremo che il moto inizi al tempo t=0 nell'origine del nostro sistema di riferimento **bidimensionale** {xOy} (x_0=0, y_0=0).

Moto di un proiettile in due dimensioni: Esempio 1



Consideriamo una pallina (un proiettile) che rotola e cade oltre il bordo di un tavolo con componenti della **velocità iniziale** v_{x0}=cost. e v_{y0}=0. $\rightarrow \vec{v}_0 = \vec{v}_{x0}$

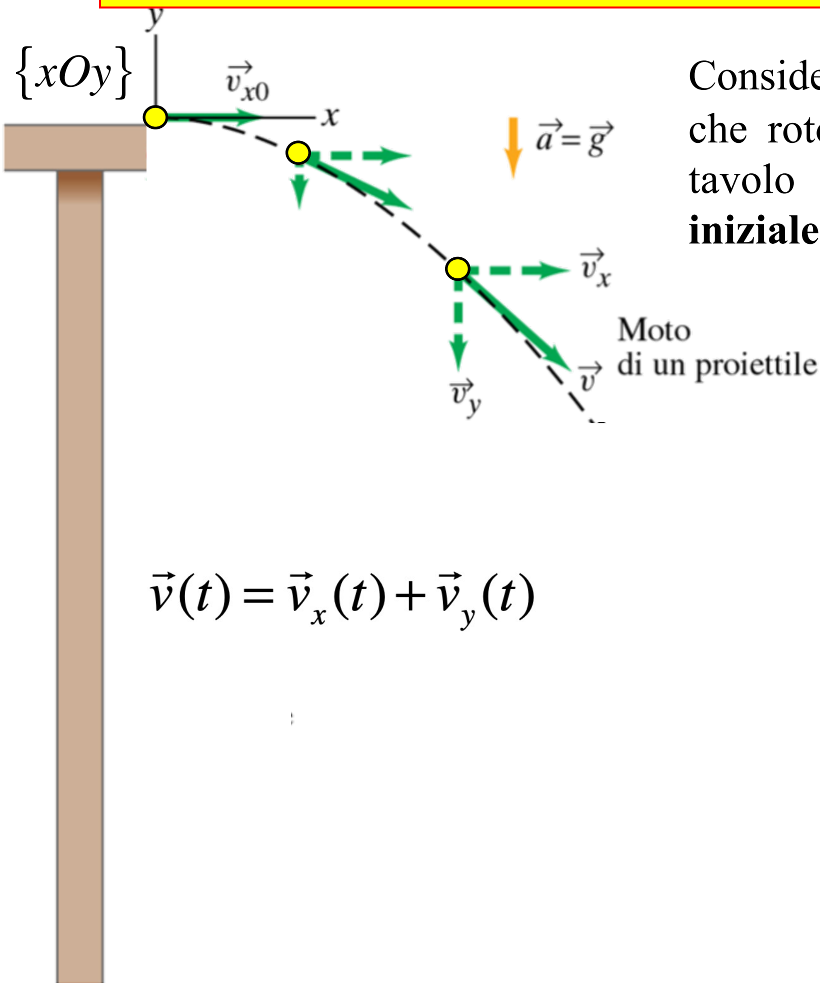
Moto
di un proiettile

Per comodità assumeremo che il moto inizi al tempo t=0 nell'origine del nostro sistema di riferimento **bidimensionale** {xOy} (x_0=0, y_0=0).

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_x(t) + \vec{v}_y(t)$$

In ogni punto della traiettoria il vettore della **velocità istantanea** è ad essa tangente ed è diretto nel verso del moto della pallina in quell'istante.

Moto di un proiettile in due dimensioni: Esempio 1



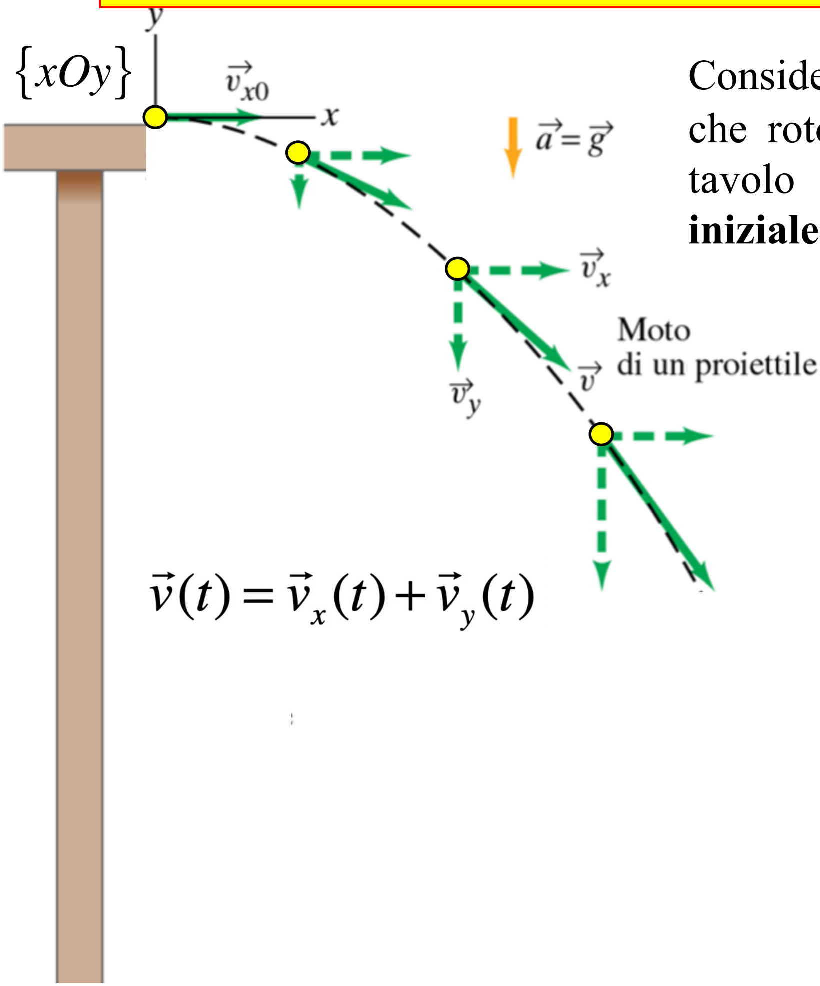
Consideriamo una pallina (un proiettile) che rotola e cade oltre il bordo di un tavolo con componenti della **velocità iniziale** v_{x0}=cost. e v_{y0}=0. $\rightarrow \vec{v}_0 = \vec{v}_{x0}$

Per comodità assumeremo che il moto inizi al tempo t=0 nell'origine del nostro sistema di riferimento **bidimensionale** {xOy} (x_0=0, y_0=0).

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_x(t) + \vec{v}_y(t)$$

In ogni punto della traiettoria il vettore della **velocità istantanea** è ad essa tangente ed è diretto nel verso del moto della pallina in quell'istante.

Moto di un proiettile in due dimensioni: Esempio 1



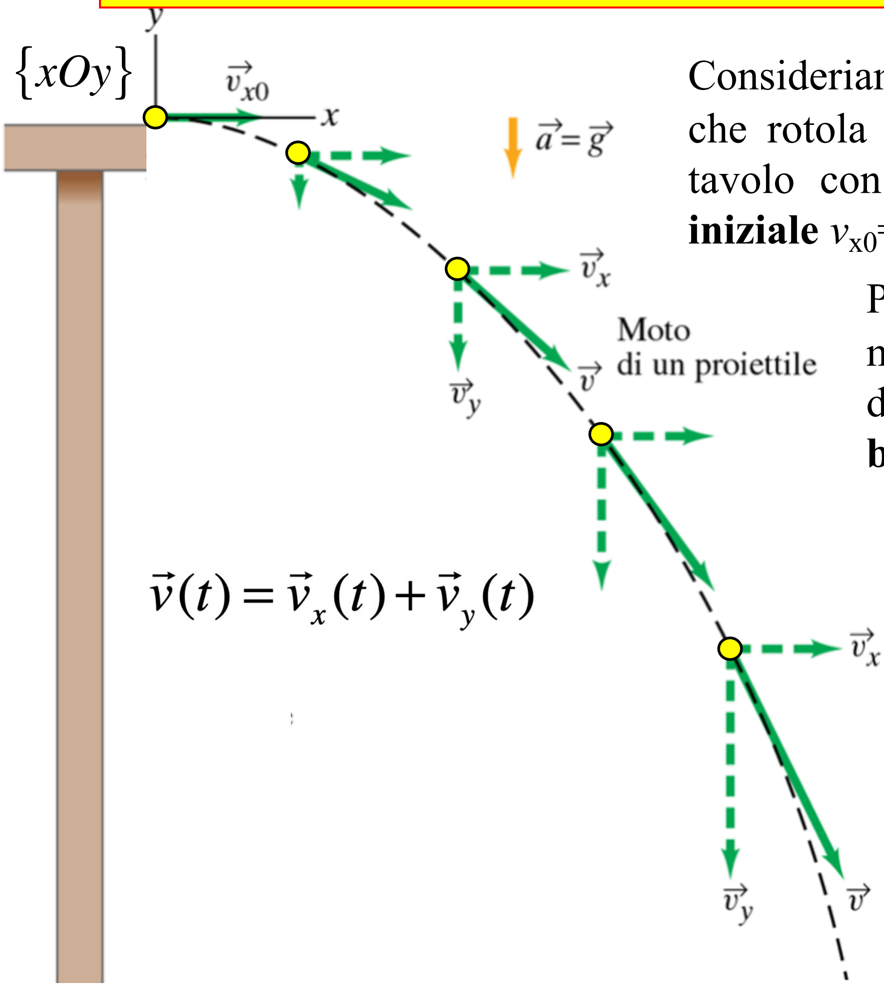
$$\vec{v}(t) = \vec{v}_x(t) + \vec{v}_y(t)$$

Consideriamo una pallina (un proiettile) che rotola e cade oltre il bordo di un tavolo con componenti della **velocità iniziale** v_{x0}=cost. e v_{y0}=0. $\rightarrow \vec{v}_0 = \vec{v}_{x0}$

Per comodità assumeremo che il moto inizi al tempo t=0 nell'origine del nostro sistema di riferimento **bidimensionale** {xOy} (x_0=0, y_0=0).

In ogni punto della traiettoria il vettore della **velocità istantanea** è ad essa tangente ed è diretto nel verso del moto della pallina in quell'istante.

Moto di un proiettile in due dimensioni: Esempio 1



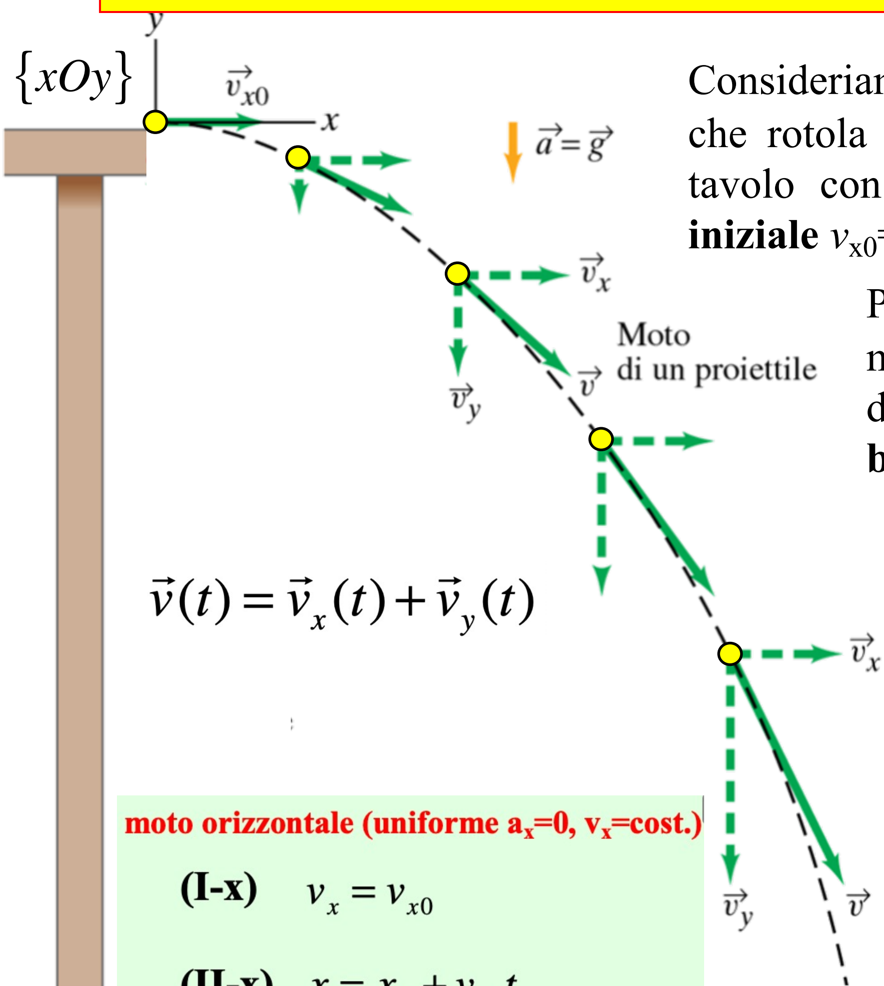
$$\vec{v}(t) = \vec{v}_x(t) + \vec{v}_y(t)$$

Consideriamo una pallina (un proiettile) che rotola e cade oltre il bordo di un tavolo con componenti della **velocità iniziale** v_{x0}=cost. e v_{y0}=0. $\rightarrow \vec{v}_0 = \vec{v}_{x0}$

Per comodità assumeremo che il moto inizi al tempo t=0 nell'origine del nostro sistema di riferimento **bidimensionale** {xOy} (x_0=0, y_0=0).

In ogni punto della traiettoria il vettore della **velocità istantanea** è ad essa tangente ed è diretto nel verso del moto della pallina in quell'istante.

Moto di un proiettile in due dimensioni: Esempio 1



Consideriamo una pallina (un proiettile) che rotola e cade oltre il bordo di un tavolo con componenti della **velocità iniziale** v_{x0}=cost. e v_{y0}=0. $\rightarrow \vec{v}_0 = \vec{v}_{x0}$

Per comodità assumeremo che il moto inizi al tempo t=0 nell'origine del nostro sistema di riferimento **bidimensionale** {xOy} (x_0=0, y_0=0).

In ogni punto della traiettoria il vettore della **velocità istantanea** è ad essa tangente ed è diretto nel verso del moto della pallina in quell'istante.

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_x(t) + \vec{v}_y(t)$$

In accordo con **Galileo**, le equazioni cinematiche del moto per i corpi in caduta libera si applicano **separatamente** alle componenti *x* (moto uniforme) e *y* (moto uniformemente accelerato) del vettore velocità istantanea:

moto orizzontale (uniforme a_x=0, v_x=cost.)

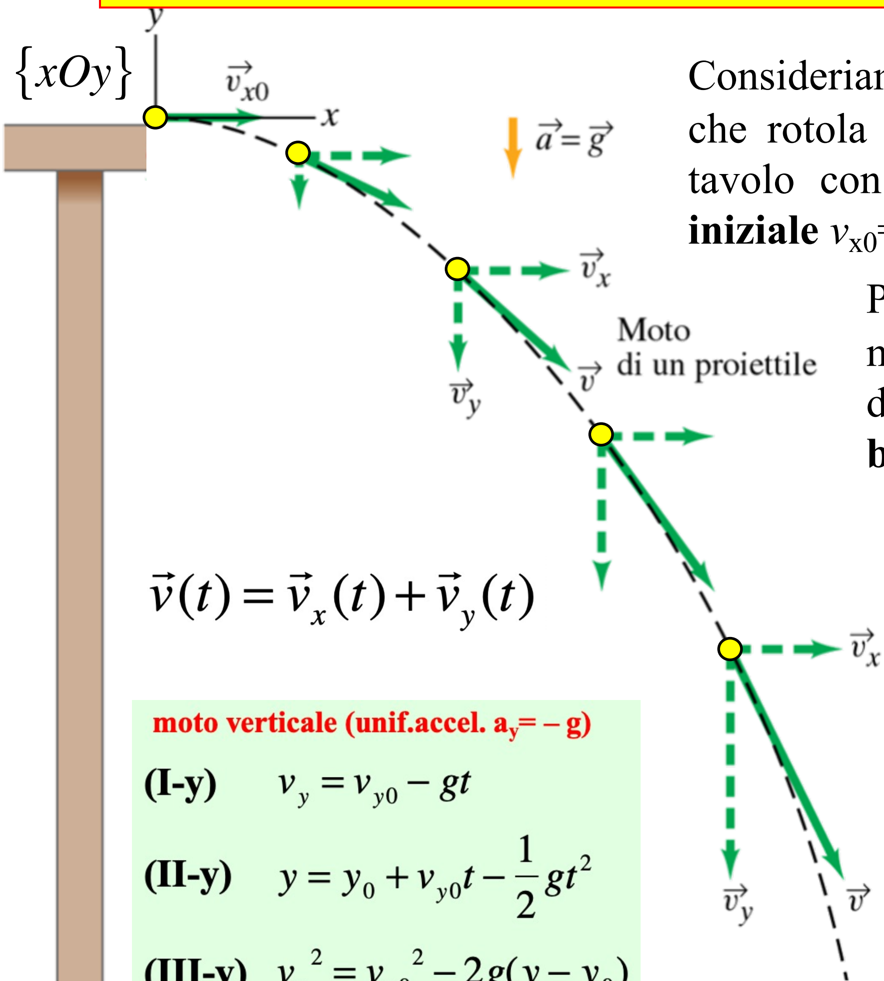
(I-x) $v_x = v_{x0}$

(II-x) $x = x_0 + v_{x0}t$

Equazioni del moto per le due componenti indipendenti

$$\begin{cases} v_x(t) = v_{x0} = \cos t \quad ; \quad x(t) = v_{x0}t \\ \\ \end{cases}$$

Moto di un proiettile in due dimensioni: Esempio 1



Consideriamo una pallina (un proiettile) che rotola e cade oltre il bordo di un tavolo con componenti della **velocità iniziale** v_{x0}=cost. e v_{y0}=0. $\rightarrow \vec{v}_0 = \vec{v}_{x0}$

Per comodità assumeremo che il moto inizi al tempo t=0 nell'origine del nostro sistema di riferimento **bidimensionale** {xOy} (x_0=0, y_0=0).

In ogni punto della traiettoria il vettore della **velocità istantanea** è ad essa tangente ed è diretto nel verso del moto della pallina in quell'istante.

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_x(t) + \vec{v}_y(t)$$

moto verticale (unif.accel. $a_y = -g$)

(I-y) $\quad v_y = v_{y0} - gt$

(II-y) $\quad y = y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$

(III-y) $\quad v_y^{\,2} = v_{y0}^{\,2} - 2g(y - y_0)$

In accordo con **Galileo**, le equazioni cinematiche del moto per i corpi in caduta libera si applicano **separatamente** alle componenti *x* (moto uniforme) e *y* (moto uniformemente accelerato) del vettore velocità istantanea:

Equazioni del moto per le due componenti indipendenti

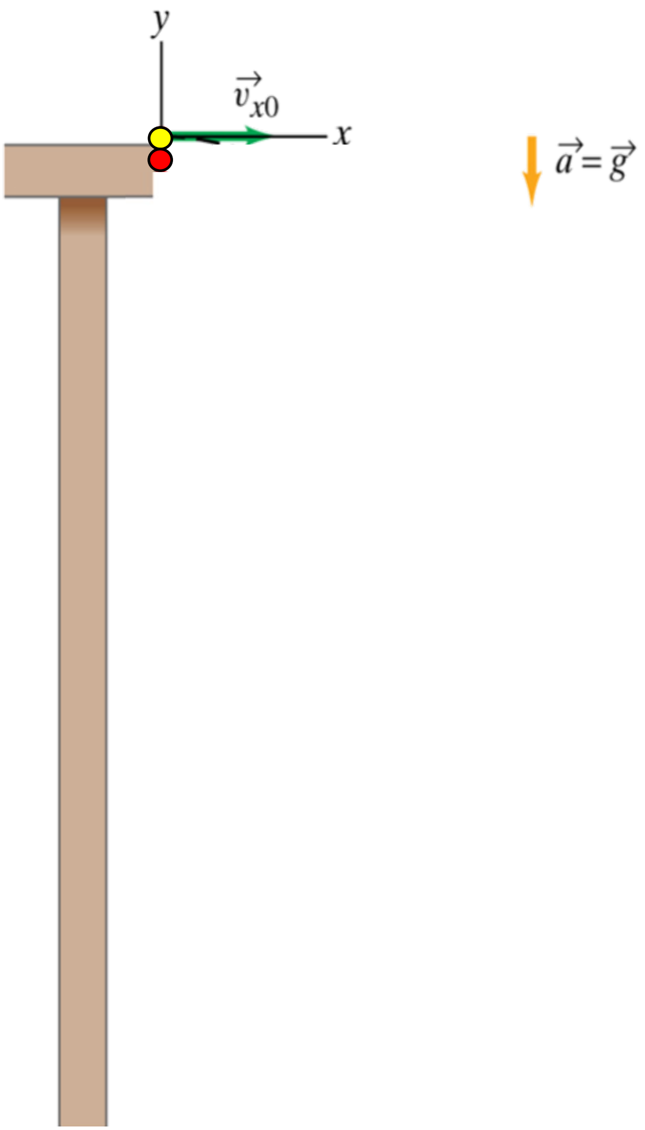
$$\begin{cases} v_x(t) = v_{x0} = \cos t \quad ; \quad x(t) = v_{x0}t \\ v_y(t) = -gt \quad ; \quad y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

Combinando i moti lungo i due assi si ottiene una traiettoria parabolica (in questo caso un arco di parabola)

Moto di un proiettile in due dimensioni: Esempio 1

Quesito

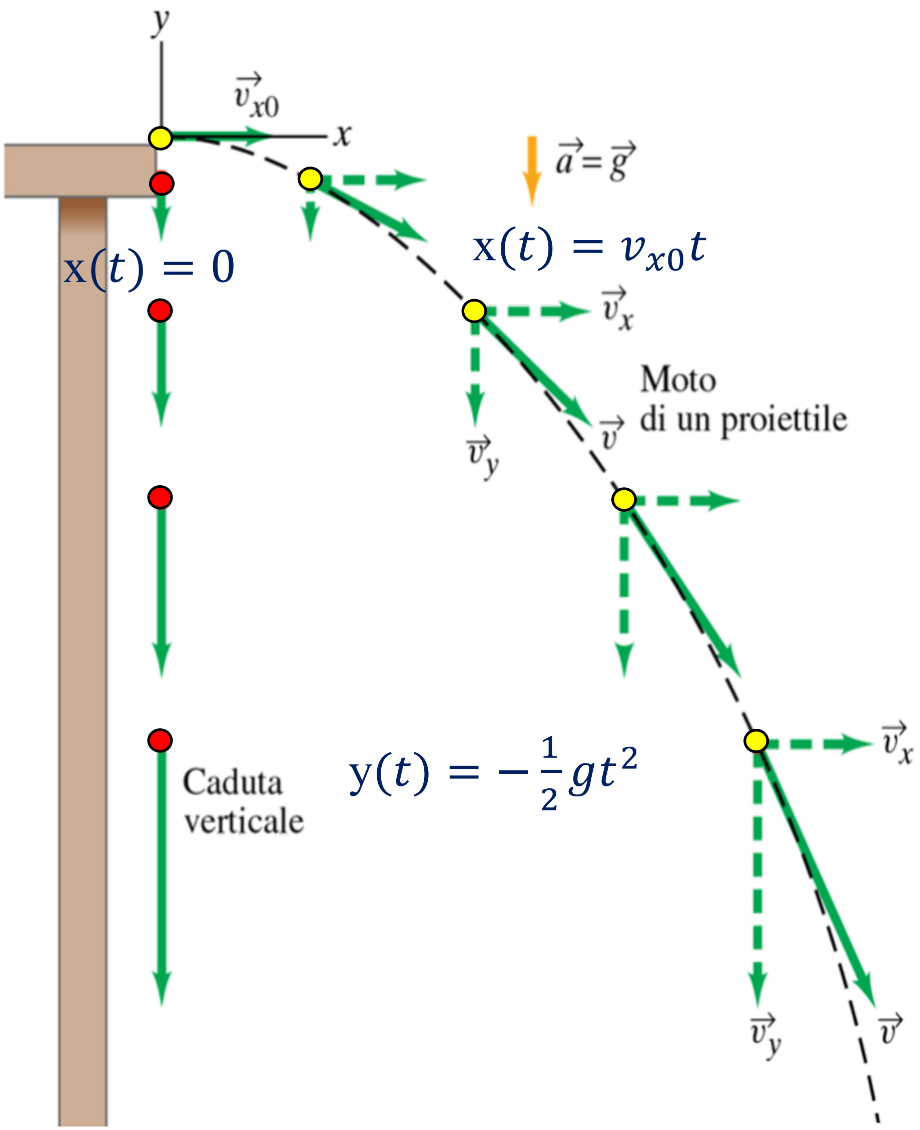
Se contemporaneamente alla pallina gialla dell'esempio precedente **un'altra pallina rossa** viene lasciata cadere dal bordo del tavolo da ferma (v_{x0}=0 e v_{y0}=0), **quale delle due palline raggiungerà prima il suolo**?



Moto di un proiettile in due dimensioni: Esempio 1

Quesito
Se contemporaneamente alla pallina gialla dell'esempio precedente **un'altra pallina rossa** viene lasciata cadere dal bordo del tavolo da ferma (v_{x0}=0 e v_{y0}=0), **quale delle due palline raggiungerà prima il suolo**?

Risposta
Le due palline raggiungono il suolo **contemporaneamente**, perchè il loro moto (unif.accelerato) lungo la direzione verticale è il **medesimo** (essendo la componente verticale della velocità v_{y0}=0 in entrambi i casi). Il moto **differisce** invece lungo la componente orizzontale (moto uniforme), in quanto la velocità v_{x0} iniziale è differente nei due casi – diversa da zero per la pallina gialla, uguale a zero per la rossa .



pallina gialla

$$\begin{cases} v_x(t) = v_{x0} \\ v_y(t) = -gt \end{cases}$$

pallina rossa

$$\begin{cases} v_x(t) = 0 \\ v_y(t) = -gt \end{cases}$$

Moto di un proiettile in due dimensioni: Esempio 1

Quesito
Se contemporaneamente alla pallina gialla dell'esempio precedente **un'altra pallina rossa** viene lasciata cadere dal bordo del tavolo da ferma (v_{x0}=0 e v_{y0}=0), **quale delle due palline raggiungerà prima il suolo**?

Risposta
Le due palline raggiungono il suolo **contemporaneamente**, perchè il loro moto (unif.accelerato) lungo la direzione verticale è il **medesimo** (essendo la componente verticale della velocità v_{y0}=0 in entrambi i casi). Il moto **differisce** invece lungo la componente orizzontale (moto uniforme), in quanto la velocità v_{x0} iniziale è differente nei due casi – diversa da zero per la pallina gialla, uguale a zero per la rossa .

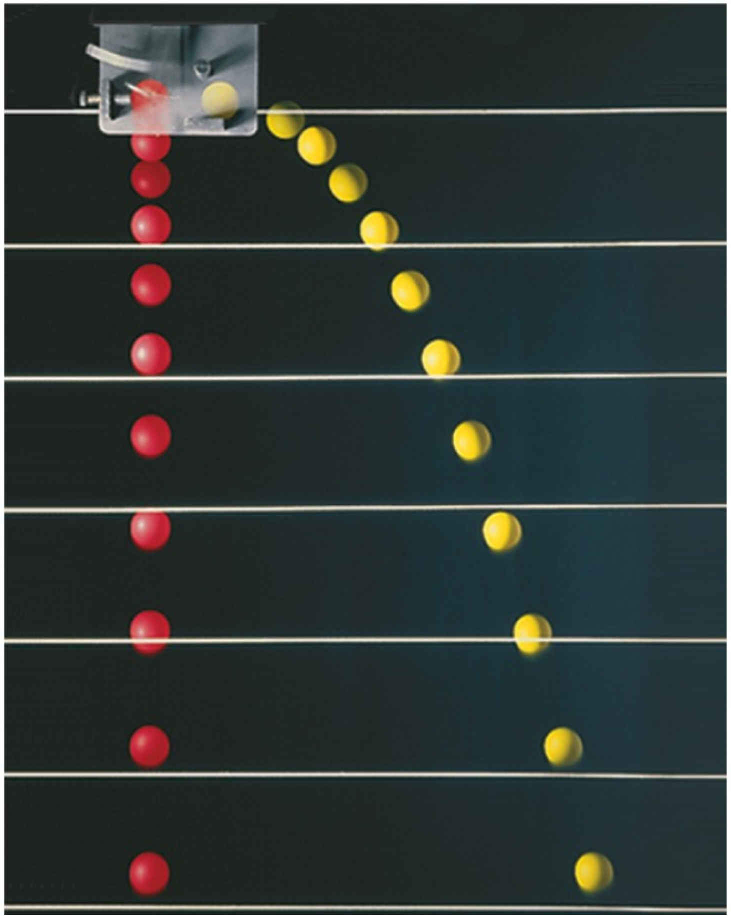
pallina gialla

$$\begin{cases} v_x(t) = v_{x0} \\ v_y(t) = -gt \end{cases}$$

pallina rossa

$$\begin{cases} v_x(t) = 0 \\ v_y(t) = -gt \end{cases}$$

Conferma sperimentale!



https://www.youtube.com/watch?v=9lTOZQ5DvBM

Il moto dei proiettili