LA MECCANICA CLASSICA

Cinematica

Studia il movimento dei corpi
(cioè ***come*** essi si muovono)

Dinamica

Studia le cause del movimento dei corpi
(cioè ***perchè*** essi si muovono)

Statica

Si occupa delle condizioni di equilibrio dei corpi
(è un caso particolare della Dinamica)

LA CINEMATICA

Dalla Filosofia Naturale alla Scienza

Galileo Galilei (1564-1642)

Alla fine del 1500, quando **Galileo** per primo cominciava ad eseguire esperimenti sistematici utilizzando il linguaggio matematico per formulare le leggi che scopriva, quella che oggi chiamiamo Scienza si chiamava "**Filosofia Naturale**" e lo stesso Galileo quando parlava di matematica si riferiva in realtà, più che altro, alla **geometria**.

« *La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi a gli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non s'impara a intender la lingua, e conoscer i caratteri, ne' quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto* » *Galileo, Il Saggiatore*, cap.6

Galileo aveva ereditato questa visione dai filosofi dell'antica **Grecia** (IV e III secolo a.C.). Si dice infatti che sopra l'entrata dell'Accademia Platonica di Atene fosse scritto: "*Nessuno varchi questa soglia se non conosce la geometria*".

In realtà nel IX secolo d.C., in **Persia**, alcuni filosofi islamici (primo fra tutti Muhammad al-Khwārizmī) avevano introdotto una nuova disciplina per la risoluzione di problemi matematici, basata sul lavoro di studiosi indiani ed ellenici: **l'algebra** (da *al-jabr*, completamento). A partire da essa erano poi state introdotte le **identità**, le **equazioni** e infine le **funzioni** del tipo $y = f(x)$

Algebra: Identità ed Equazioni…

IDENTITA' ed EQUAZIONI sono entrambe UGUAGLIANZE, ma qual è la differenza?

EQUAZIONE

$$x + y = 3x$$

Ad es. $x = 1$ e $y = 2$

ma **non** $x = 2$ e $y = 1$

IDENTITA'

$$2(x + y) = 2x + 2y$$

Ad es. $x = 1$ e $y = 2$

ma **anche** $x = 2$ e $y = 1$, etc…

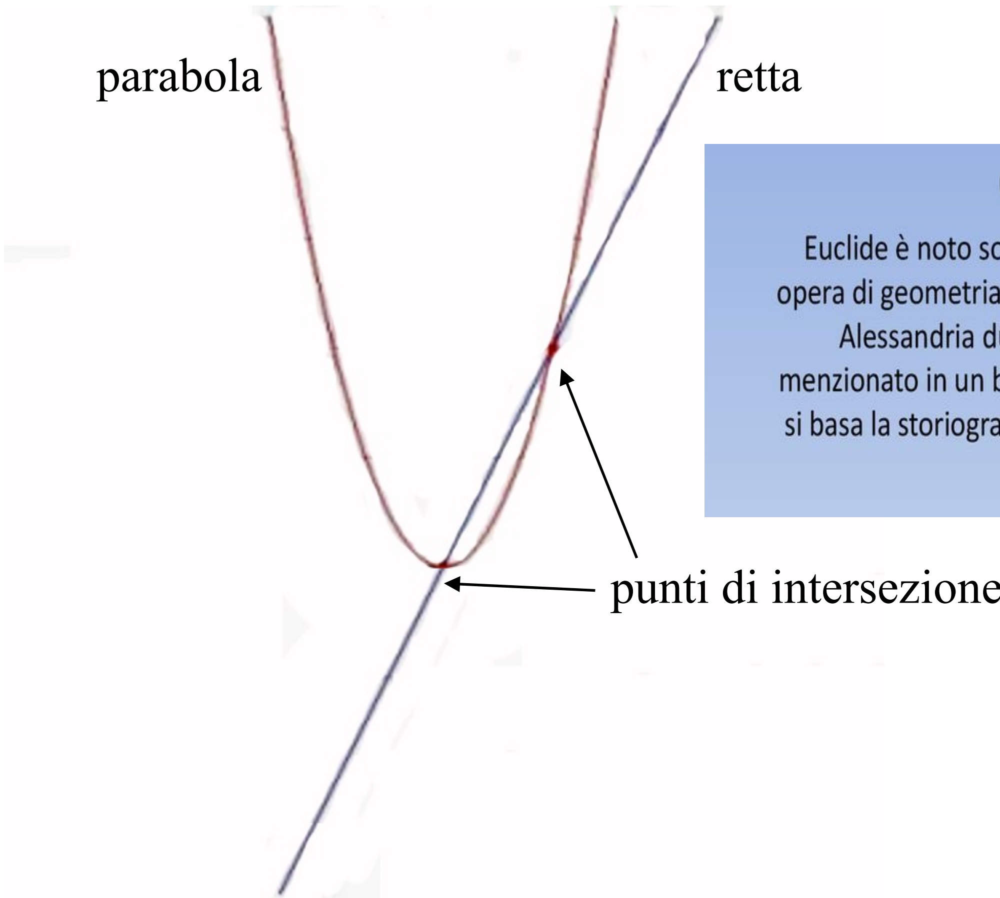
Un'**uguaglianza** fra **due espressioni** di cui **almeno una letterale**, verificata ….

… per **qualsiasi valore** attribuito alla lettera o alle lettere che vi figurano, si chiama **identità**.

…. **solo per particolari valori** attribuiti alla lettera o alle lettere che vi figurano, si chiama **equazione**.

detti «soluzioni dell'equazione»

Geometria: Figure Geometriche e loro Intersezioni



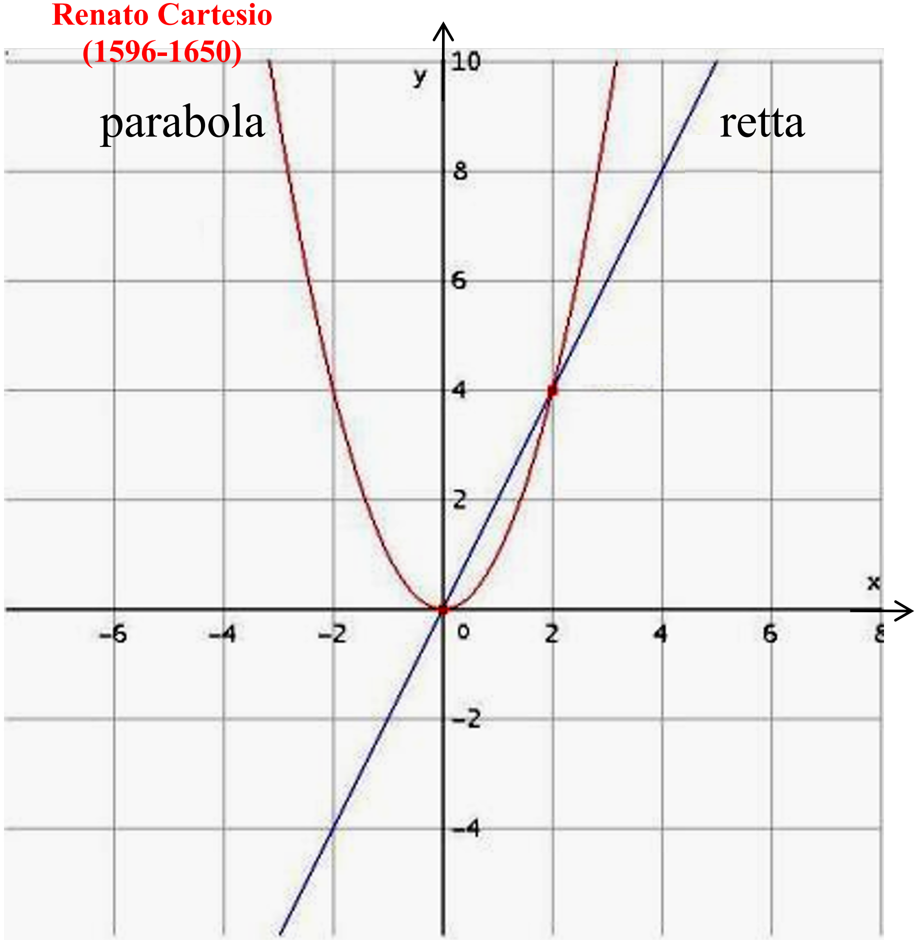
Geometria Euclidea

Euclide è noto soprattutto come autore degli *Elementi*, la più importante opera di geometria dell'antichità; tuttavia di lui si sa pochissimo. Fu attivo ad Alessandria durante il regno di Tolomeo I (323–283 a.C.). Euclide è menzionato in un brano di Pappo, ma la testimonianza più importante su cui si basa la storiografia che lo riguarda viene da Proclo, che lo colloca tra i più giovani discepoli di Platone

Euclide (IV secolo – III secolo a.C)

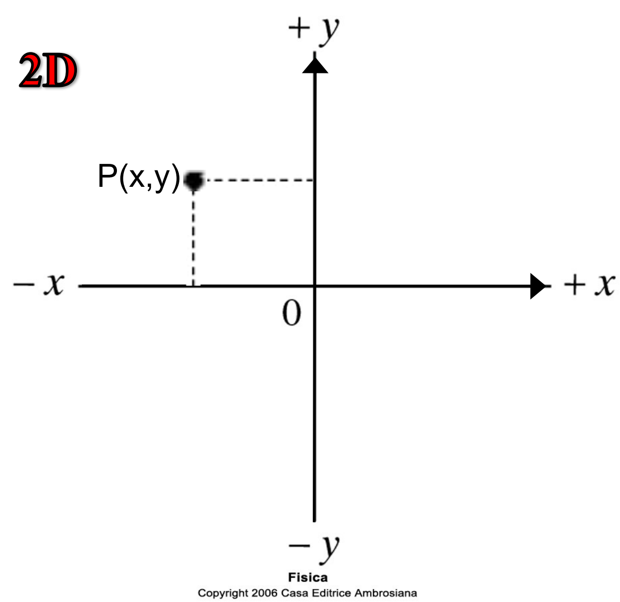
Renato Cartesio
(1596-1650)

Ai tempi di Galileo quindi esistevano due diversi metodi per la risoluzione dei problemi matematici, la **geometria** e l'**algebra**. Fu **Cartesio**, di una generazione più giovane di Galileo, ad unificare queste due discipline introducendo nel 1637 le basi della "**geometria analitica**", che – attraverso i cosiddetti "**diagrammi cartesiani**" – permetteva di rappresentare visivamente le equazioni algebriche sotto forma di figure geometriche o **curve algebriche:**



Diagrammi cartesiani in una, due e tre dimensioni

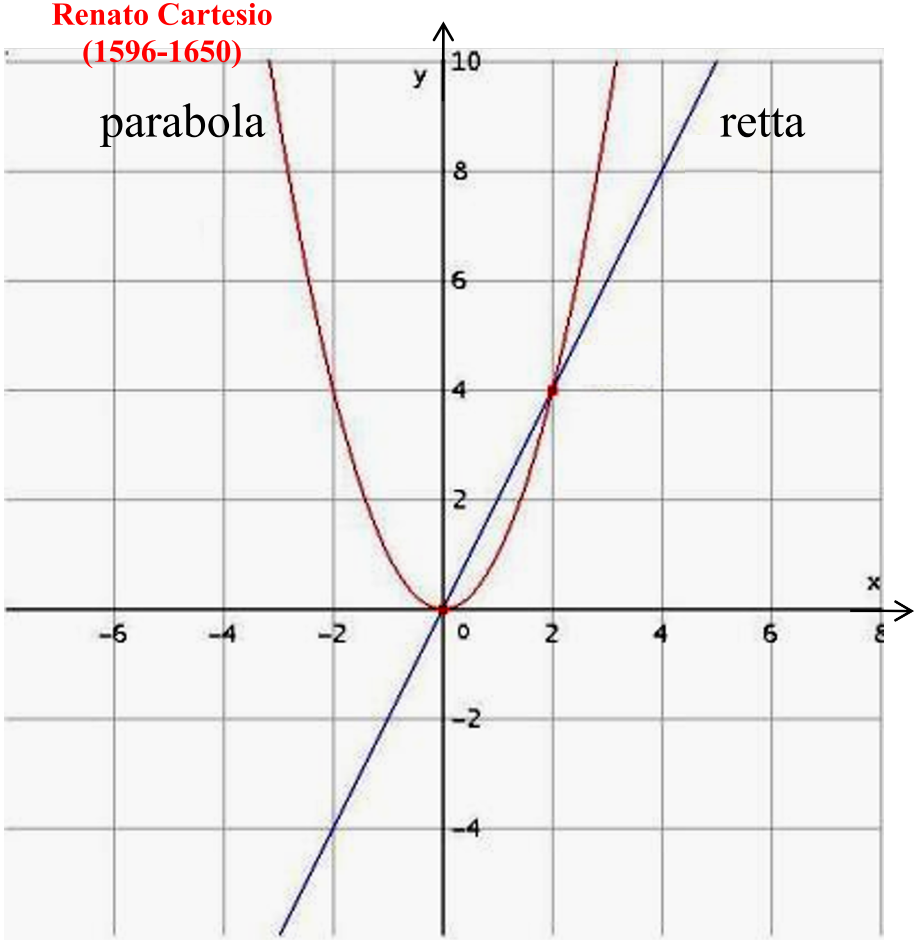
2D



1D

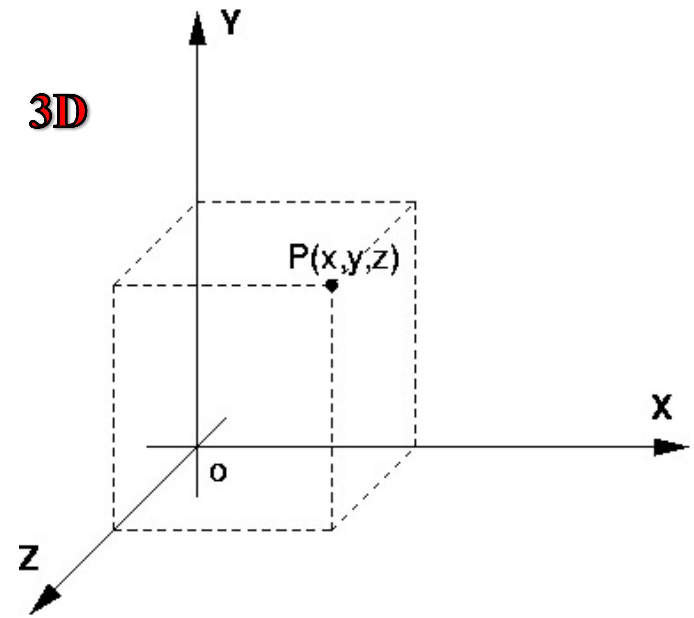
Renato Cartesio
(1596-1650)

Ai tempi di Galileo quindi esistevano due diversi metodi per la risoluzione dei problemi matematici, la **geometria** e l'**algebra**. Fu **Cartesio**, di una generazione più giovane di Galileo, ad unificare queste due discipline introducendo nel 1637 le basi della "**geometria analitica**", che – attraverso i cosiddetti "**diagrammi cartesiani**" – permetteva di rappresentare visivamente le equazioni algebriche sotto forma di figure geometriche o **curve algebriche:**



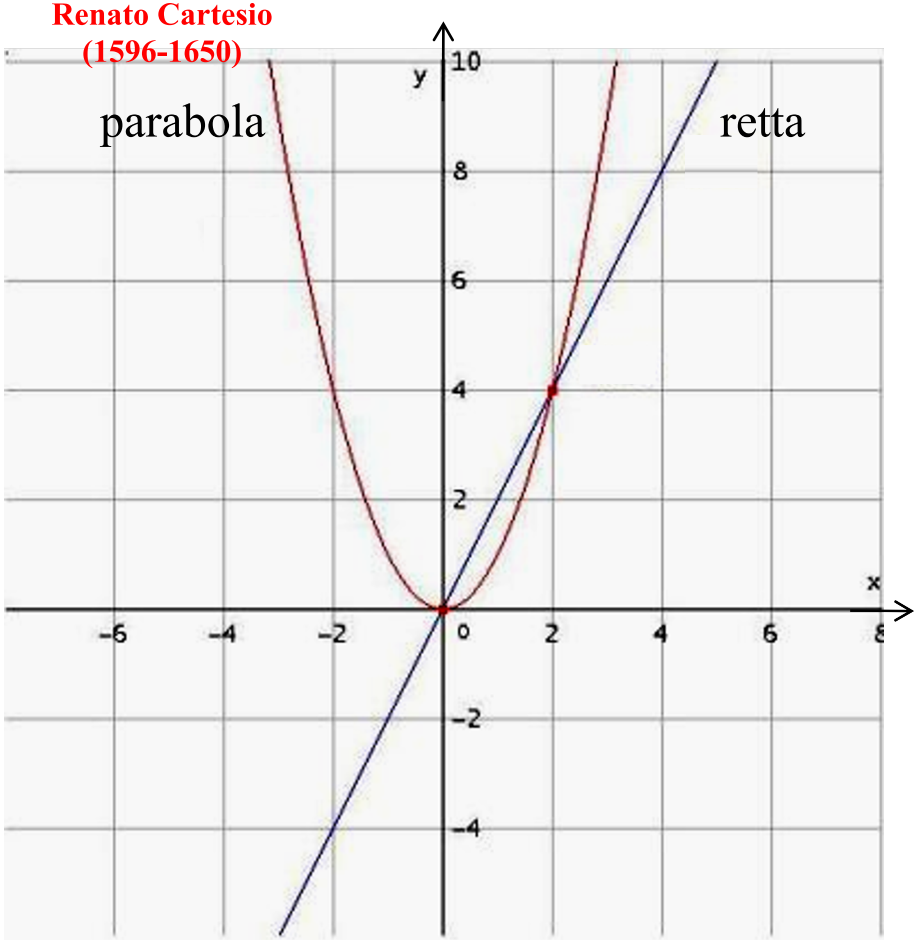
Diagrammi cartesiani in una, due e tre dimensioni

3D



Renato Cartesio
(1596-1650)

Ai tempi di Galileo quindi esistevano due diversi metodi per la risoluzione dei problemi matematici, la **geometria** e l'**algebra**. Fu **Cartesio**, di una generazione più giovane di Galileo, ad unificare queste due discipline introducendo nel 1637 le basi della "**geometria analitica**", che – attraverso i cosiddetti "**diagrammi cartesiani**" – permetteva di rappresentare visivamente le equazioni algebriche sotto forma di figure geometriche o **curve algebriche:**



Equazione di primo grado:

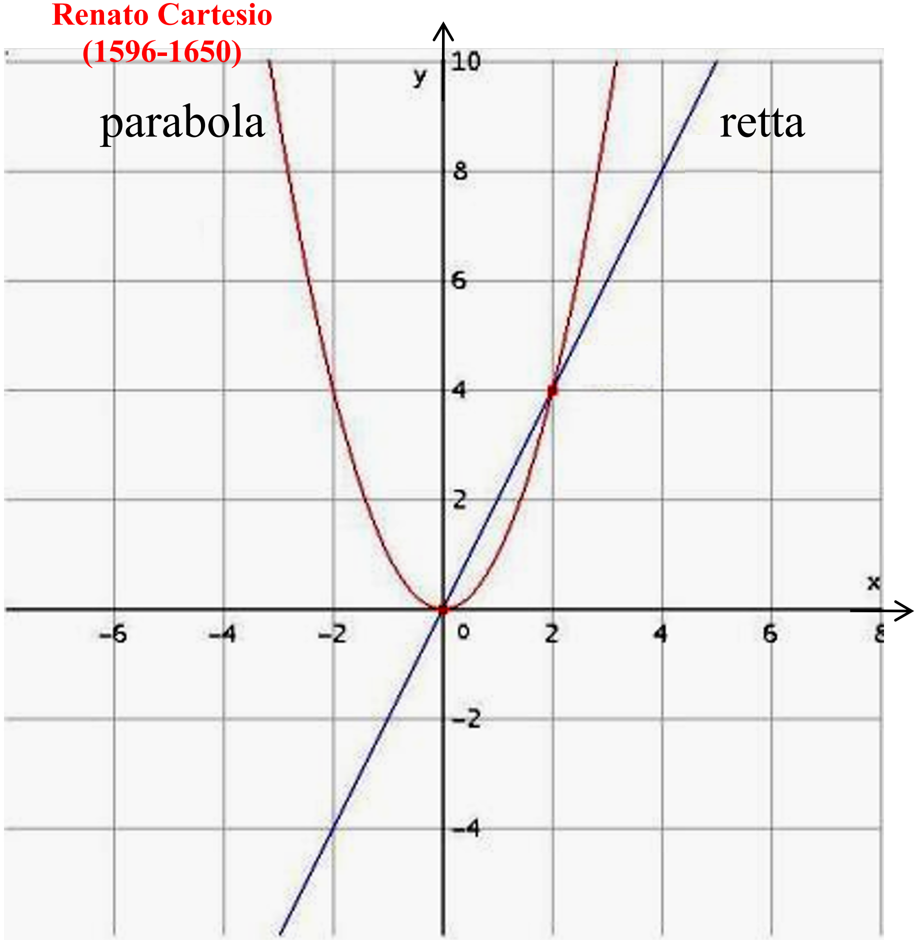
$$2x - y = 0 \qquad \text{retta}$$

x	y
-2	-4
0	0
2	4
4	8
⋮	⋮

Reminder: il grado di un'equazione è **il massimo esponente con cui compare l'incognita** (o, come in questo caso, le incognite, trattandosi di un'equazione di primo grado in **due** incognite). Se il grado è 1, l'equazione si dice lineare.

Ai tempi di Galileo quindi esistevano due diversi metodi per la risoluzione dei problemi matematici, la **geometria** e l'**algebra**. Fu **Cartesio**, di una generazione più giovane di Galileo, ad unificare queste due discipline introducendo nel 1637 le basi della "**geometria analitica**", che – attraverso i cosiddetti "**diagrammi cartesiani**" – permetteva di rappresentare visivamente le equazioni algebriche sotto forma di figure geometriche o **curve algebriche:**

Renato Cartesio (1596-1650)



Equazione di primo grado:

$$2x - y = 0 \qquad \text{retta}$$

Equazione di secondo grado:

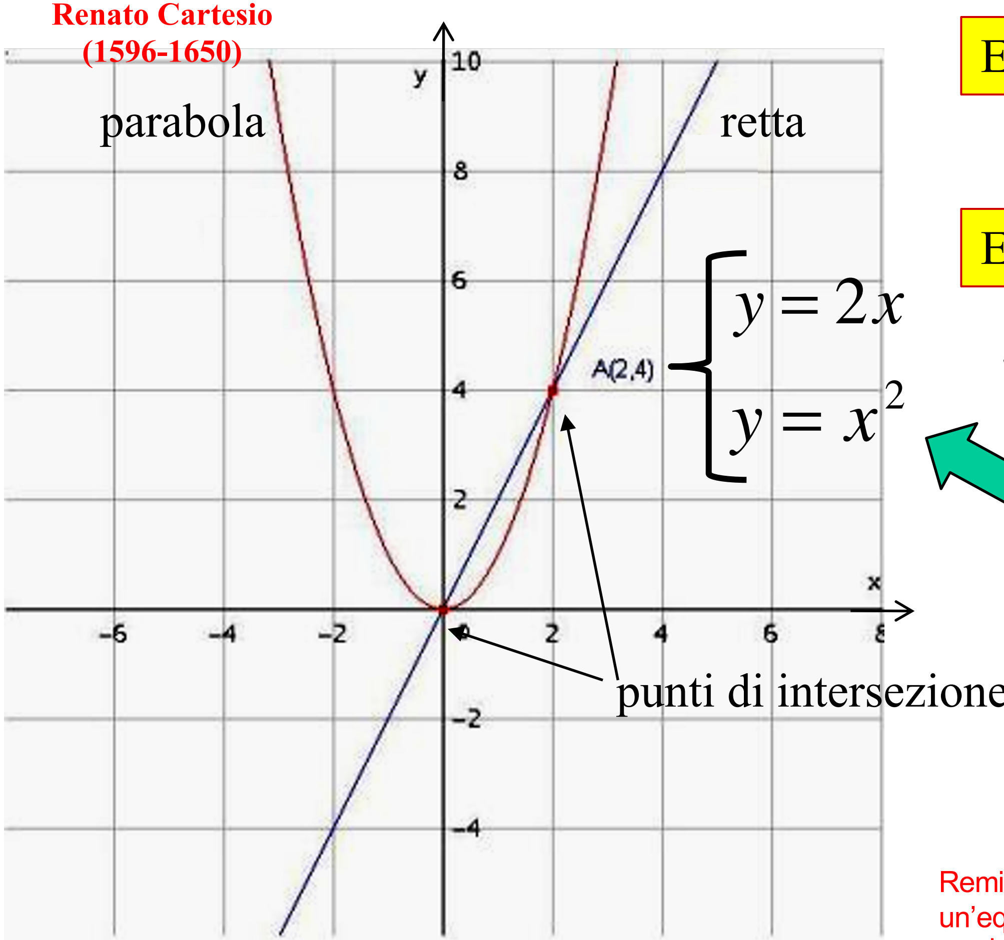
$$x^2 - y = 0 \qquad \text{parabola}$$

In questo caso abbiamo un'equazione di **secondo grado** in due incognite perché il **massimo esponente con cui compaiono le incognite è 2.**

x	y
-2	4
0	0
2	4
4	16
⋮	⋮

Ai tempi di Galileo quindi esistevano due diversi metodi per la risoluzione dei problemi matematici, la **geometria** e l'**algebra**. Fu **Cartesio**, di una generazione più giovane di Galileo, ad unificare queste due discipline introducendo nel 1637 le basi della "**geometria analitica**", che – attraverso i cosiddetti "**diagrammi cartesiani**" – permetteva di rappresentare visivamente le equazioni algebriche sotto forma di figure geometriche o **curve algebriche:**

Renato Cartesio (1596-1650)



$$\begin{cases} y = 2x \\ y = x^2 \end{cases}$$

Equazione di primo grado:

$$2x - y = 0 \qquad \text{retta}$$

Equazione di secondo grado:

$$x^2 - y = 0 \qquad \text{parabola}$$

Le coordinate (x,y) dei punti di intersezione tra la retta e la parabola si ottengono risolvendo il SISTEMA di due equazioni in due incognite costituito appunto dalle due equazioni di primo e secondo grado che rappresentano, rispettivamente, la retta e la parabola:

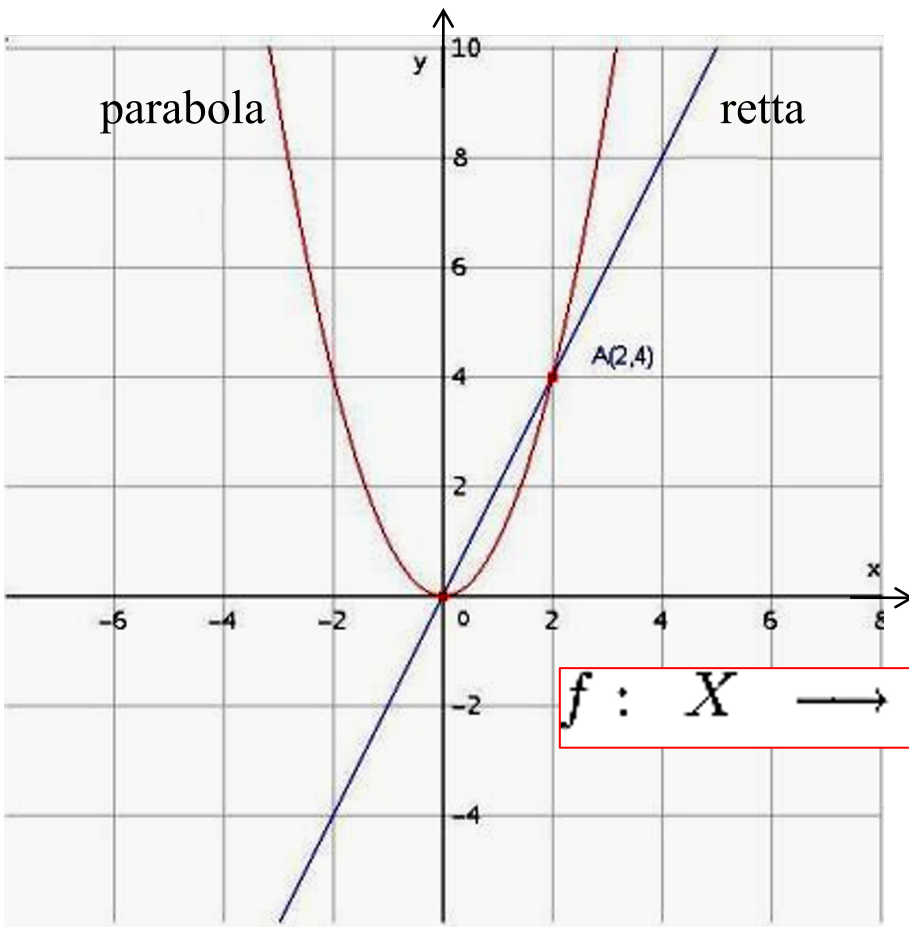
$$\rightarrow 2x = x^2 \rightarrow x = 2, x = 0$$

$$\rightarrow y = 4, y = 0$$

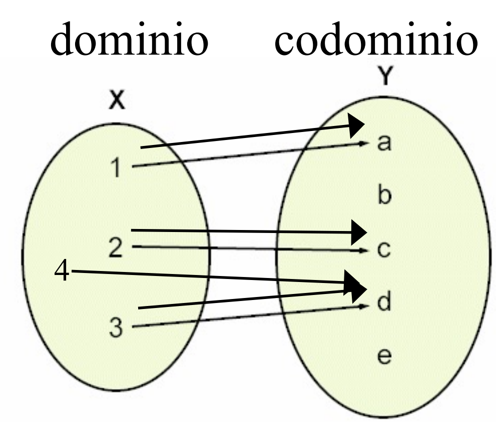
Reminder: questa è un'equazione di secondo grado in una incognita («spuria», ossia senza termine noto); se non ve le ricordate, ripassatevele!

Diagrammi cartesiani e Funzioni Matematiche

In matematica, una **funzione** (G.Leibniz, 1694) è una relazione tra due insiemi, chiamati **dominio** e **codominio** della funzione, che associa a **ogni** elemento del dominio **uno ed un solo** elemento del codominio.



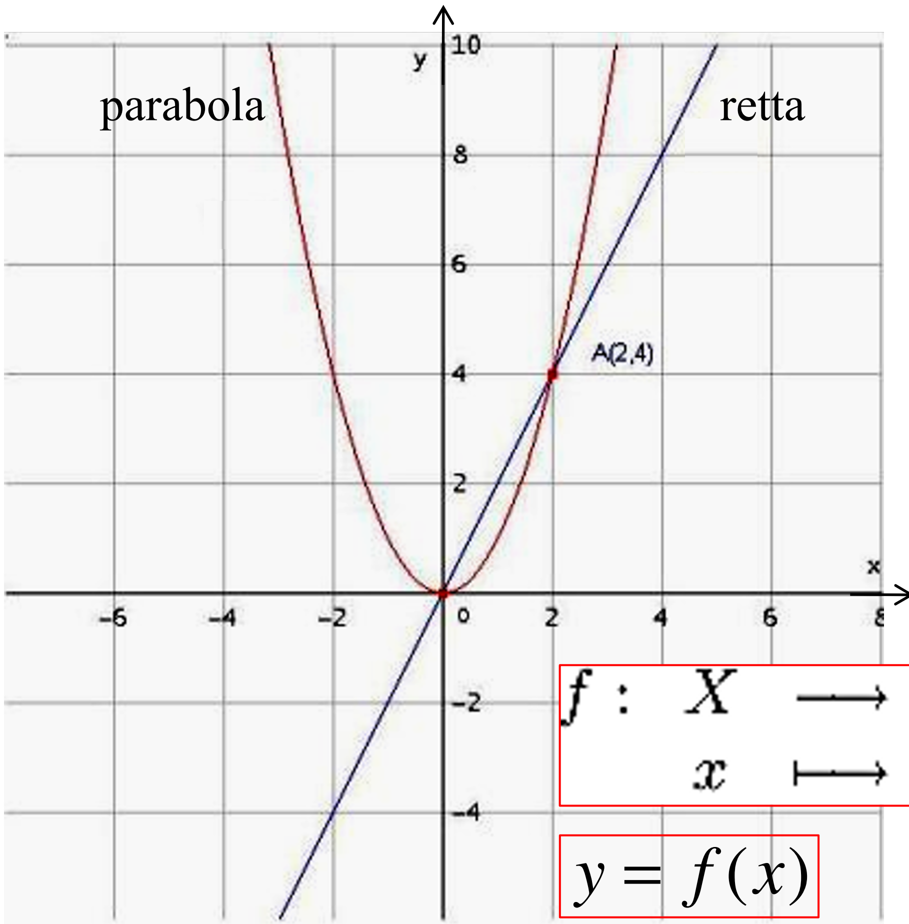
$$f : X \longrightarrow Y$$



Diagrammi cartesiani e Funzioni Matematiche

In matematica, una **funzione** (G.Leibniz, 1694) è una relazione tra due insiemi, chiamati **dominio** e **codominio** della funzione, che associa a **ogni** elemento del dominio **uno ed un solo** elemento del codominio.

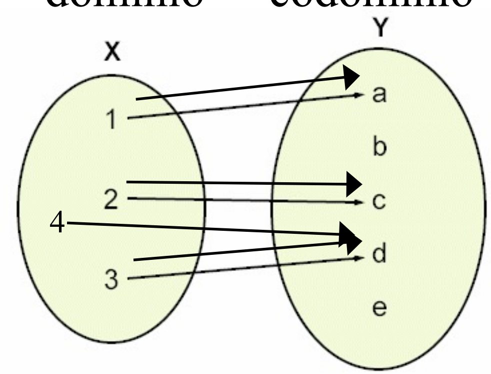
In un **diagramma cartesiano in 2D**, il dominio coincide con l'asse *x* e il codominio con l'asse *y*. La funzione, indicata con $\boldsymbol{y = f(x)}$, potrà essere quindi rappresentata con un **grafico**, ossia con una curva che unisce tutti i punti individuati dalle **infinite coppie di valori *x* e *y*** che soddisfano la (ossia sono soluzioni della) **equazione in due incognite** definita dalla funzione stessa.



$$\boxed{\begin{array}{cccc} f: & X & \longrightarrow & Y \\ & x & \longmapsto & f(x) \end{array}}$$

$$\boxed{y = f(x)}$$

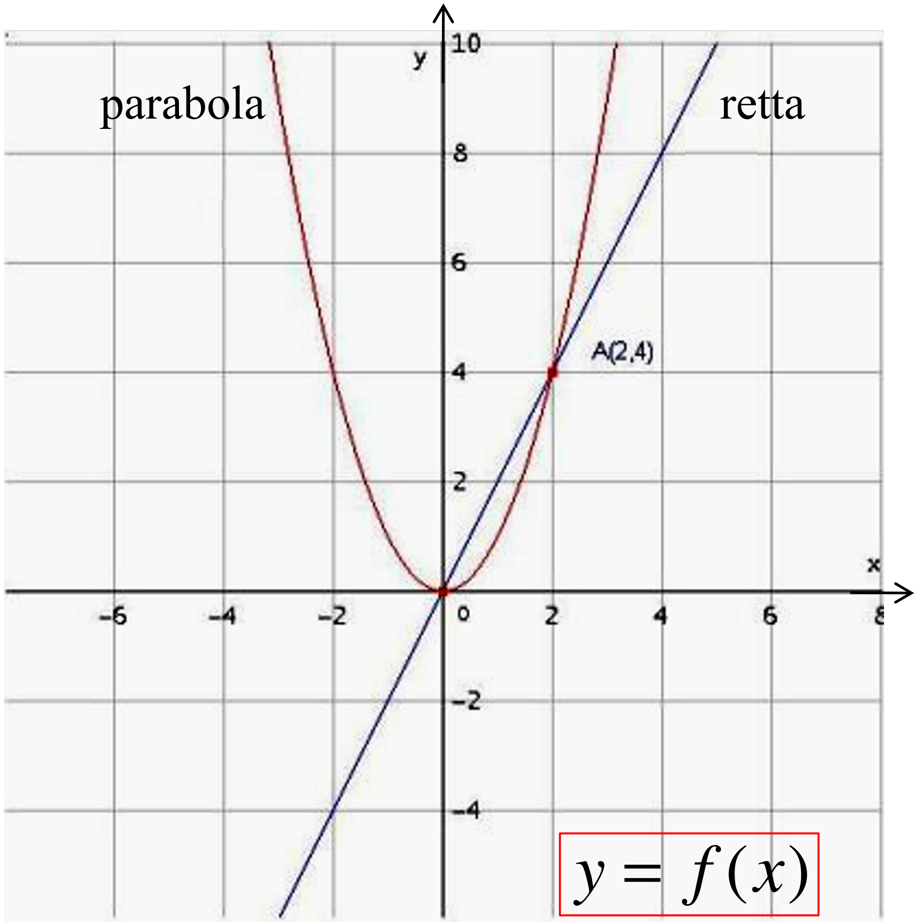
dominio codominio



NOTA BENE: Ovviamente le due variabili della funzione non devono chiamarsi per forza *x* e *y*. Ad esempio, in cinematica, spesso sull'asse *x* troveremo il tempo *t* e sull'asse *y* una delle dimensioni spaziali (ma anche la velocità o l'accelerazione)

Diagrammi cartesiani e Funzioni Matematiche

In matematica, una **funzione** (G.Leibniz, 1694) è una relazione tra due insiemi, chiamati **dominio** e **codominio** della funzione, che associa a **ogni** elemento del dominio **uno ed un solo** elemento del codominio.



$$y = f(x)$$

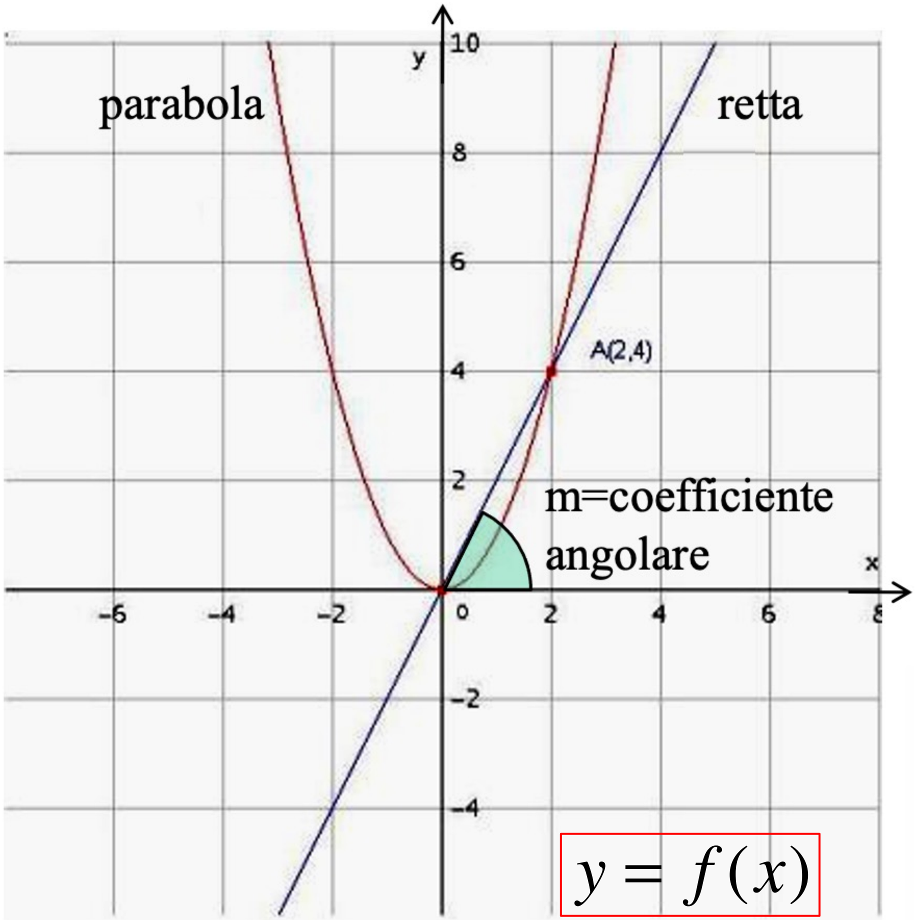
In un **diagramma cartesiano in 2D**, il dominio coincide con l'asse *x* e il codominio con l'asse *y*. La funzione, indicata con $\boldsymbol{y = f(x)}$, potrà essere quindi rappresentata con un **grafico**, ossia con una curva che unisce tutti i punti individuati dalle **infinite coppie di valori *x* e *y*** che soddisfano la (ossia sono soluzioni della) **equazione in due incognite** definita dalla funzione stessa.

Es. Funzioni algebriche:

Le due equazioni algebriche in due incognite che, come abbiamo visto, definiscono la retta (primo grado) e la parabola con asse parallelo all'asse *y* (secondo grado), possono essere espresse sotto forma di funzioni algebriche perché la variabile *y* è di grado uno.

Diagrammi cartesiani e Funzioni Matematiche

In matematica, una **funzione** (G.Leibniz, 1694) è una relazione tra due insiemi, chiamati **dominio** e **codominio** della funzione, che associa a **ogni** elemento del dominio **uno ed un solo** elemento del codominio.



In un **diagramma cartesiano in 2D**, il dominio coincide con l'asse *x* e il codominio con l'asse *y*. La funzione, indicata con $y = f(x)$, potrà essere quindi rappresentata con un **grafico**, ossia con una curva che unisce tutti i punti individuati dalle **infinite coppie di valori *x* e *y*** che soddisfano la (ossia sono soluzioni della) **equazione in due incognite** definita dalla funzione stessa.

Es. Funzioni algebriche:

Retta di coefficiente angolare *m*:

$$y = mx + q$$

ordinata all'origine

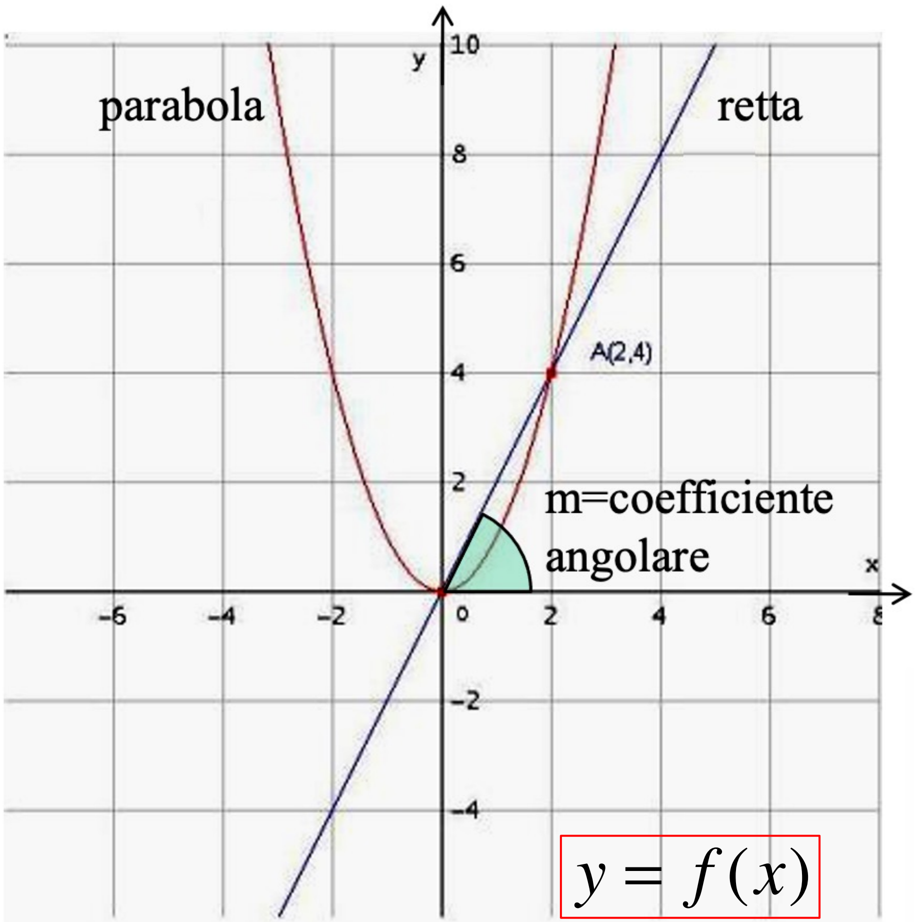
Caso particolare (m=2, q=0):
Retta passante per l'origine

$$2x - y = 0 \rightarrow \quad y = 2x$$

x	y
-2	-4
0	0
2	4
4	8
⋮	⋮

Diagrammi cartesiani e Funzioni Matematiche

In matematica, una **funzione** (G.Leibniz, 1694) è una relazione tra due insiemi, chiamati **dominio** e **codominio** della funzione, che associa a **ogni** elemento del dominio **uno ed un solo** elemento del codominio.



In un **diagramma cartesiano in 2D**, il dominio coincide con l'asse *x* e il codominio con l'asse *y*. La funzione, indicata con ***y* = *f* (*x*)**, potrà essere quindi rappresentata con un **grafico**, ossia con una curva che unisce tutti i punti individuati dalle **infinite coppie di valori *x* e *y*** che soddisfano la (ossia sono soluzioni della) **equazione in due incognite** definita dalla funzione stessa.

Es. Funzioni algebriche:

Parabola con asse parallelo all'asse *y*:

$$y = ax^2 + bx + c$$

Caso particolare (a=1, b=c=0):
Parabola passante per l'origine

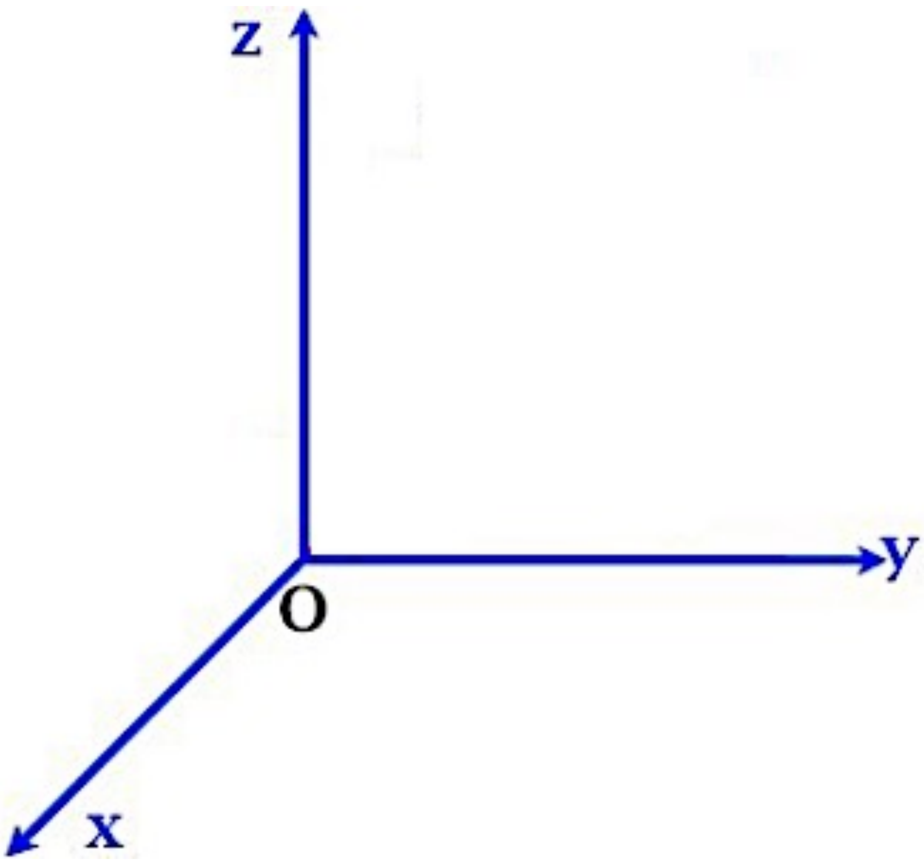
$$x^2 - y = 0 \rightarrow y = x^2$$

x	y
-2	4
0	0
2	4
4	16
⋮	⋮

I 3 Concetti Fondamentali della Cinematica

1) Il Sistema di Riferimento

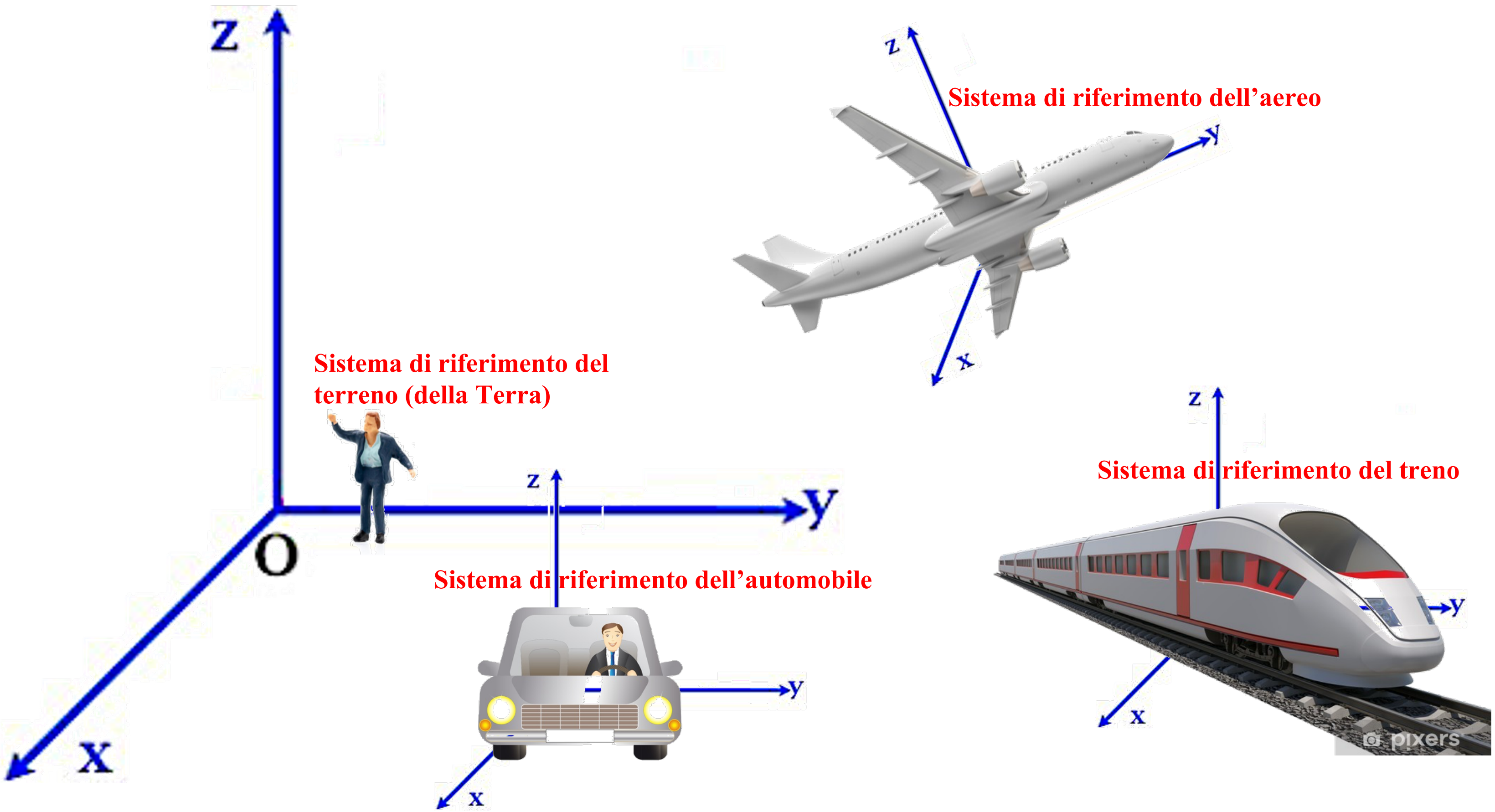
E' l'insieme di tutti gli oggetti rispetto ai quali il movimento avviene con le stesse caratteristiche ed è rappresentato di solito da un <u>diagramma cartesiano</u>



I 3 Concetti Fondamentali della Cinematica

1) Il Sistema di Riferimento

E' l'insieme di tutti gli oggetti rispetto ai quali il movimento avviene con le stesse caratteristiche ed è rappresentato di solito da un <u>diagramma cartesiano</u>

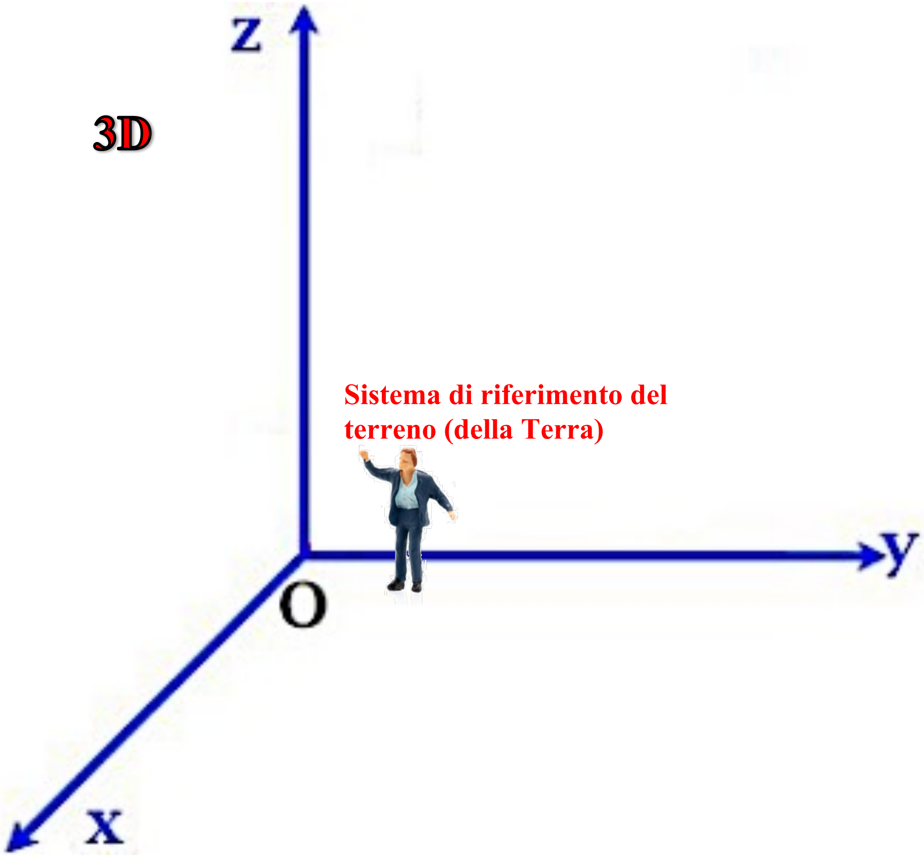


I 3 Concetti Fondamentali della Cinematica

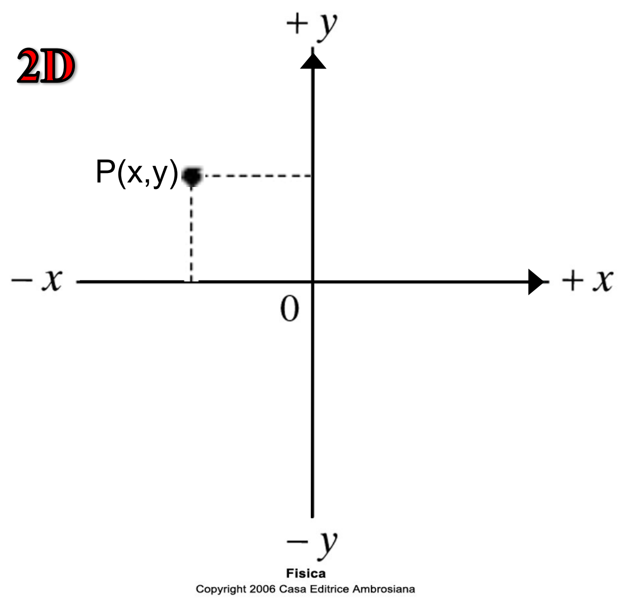
1) Il Sistema di Riferimento

E' l'insieme di tutti gli oggetti rispetto ai quali il movimento avviene con le stesse caratteristiche ed è rappresentato di solito da un <u>diagramma cartesiano</u>

3D



2D

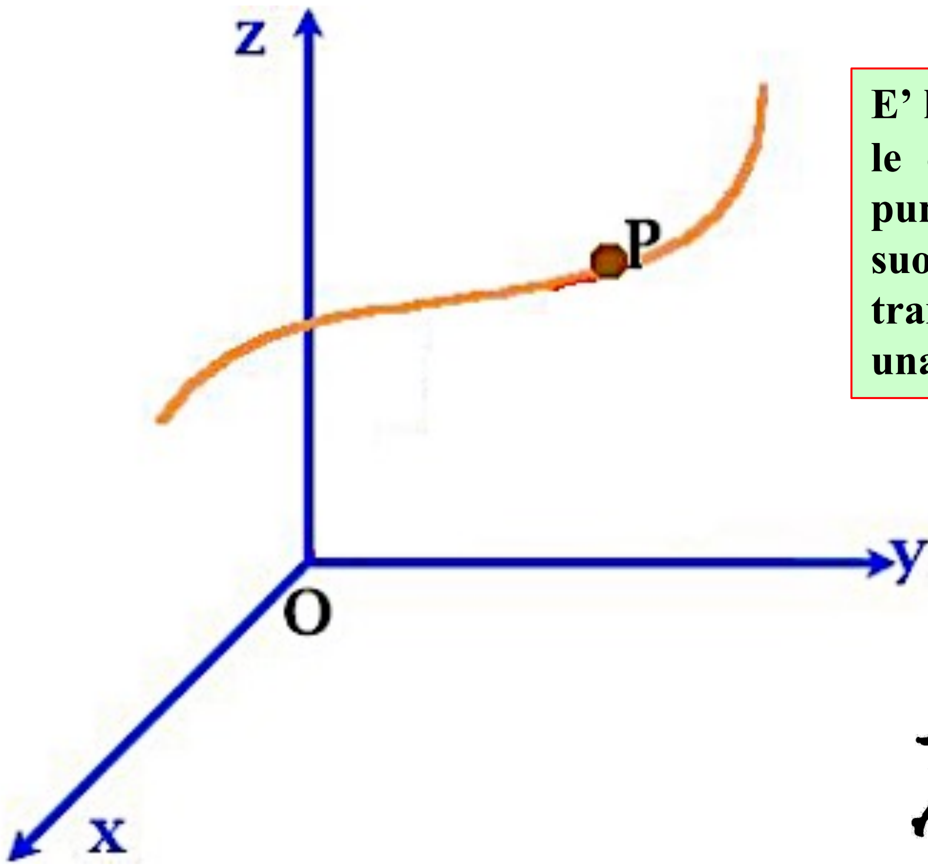


1D

I 3 Concetti Fondamentali della Cinematica

1) Il Sistema di Riferimento

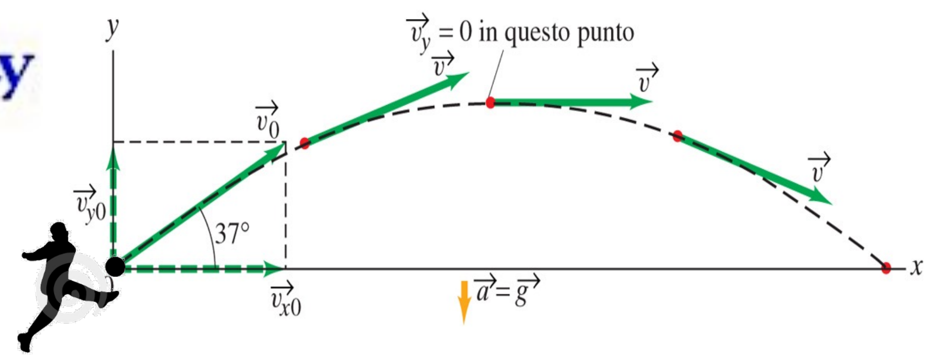
E' l'insieme di tutti gli oggetti rispetto ai quali il movimento avviene con le stesse caratteristiche ed è rappresentato di solito da un <u>diagramma cartesiano</u>



2) La Traiettoria

E' la linea che unisce tutte le posizioni attraverso le quali è passato un oggetto (ad esempio un punto materiale P) in movimento. All'interno del suo sistema di riferimento (1D, 2D o 3D), la traiettoria può essere spesso rappresentata con una curva continua.

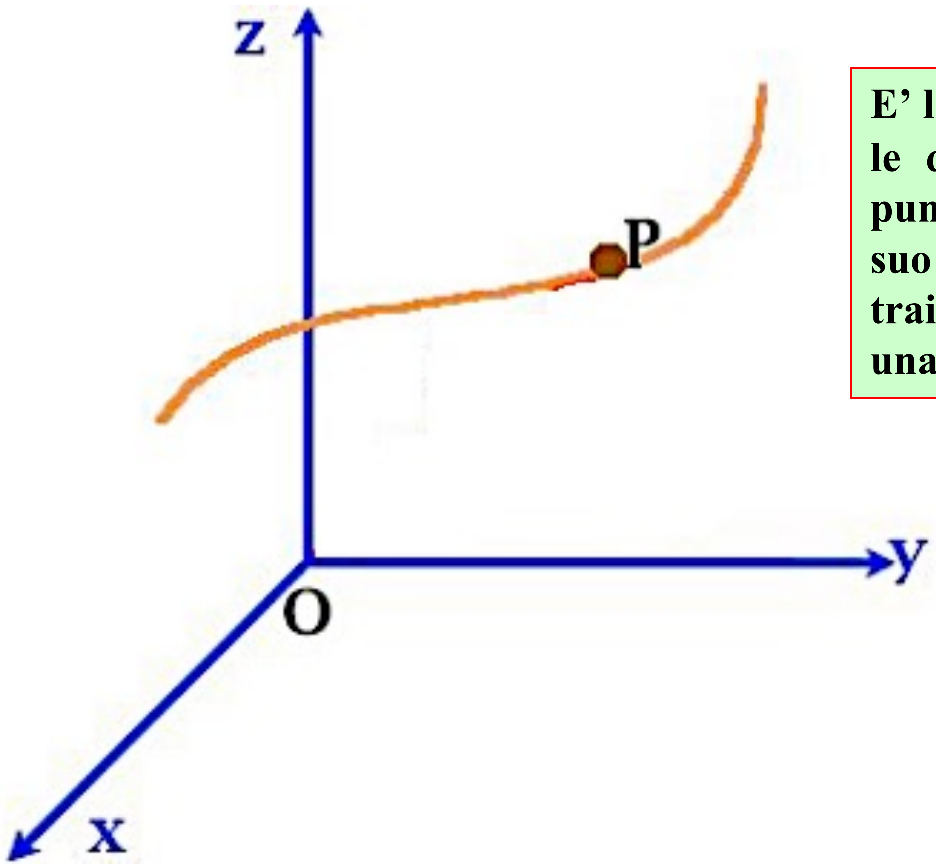
Es. Traiettoria parabolica di un pallone in 2D



I 3 Concetti Fondamentali della Cinematica

1) Il Sistema di Riferimento

E' l'insieme di tutti gli oggetti rispetto ai quali il movimento avviene con le stesse caratteristiche ed è rappresentato di solito da un <u>diagramma cartesiano</u>



2) La Traiettoria

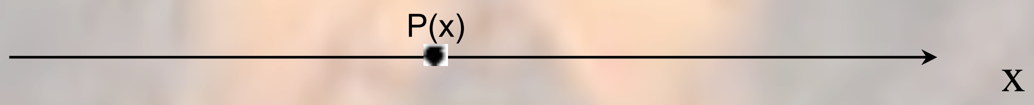
E' la linea che unisce tutte le posizioni attraverso le quali è passato un oggetto (ad esempio un punto materiale P) in movimento. All'interno del suo sistema di riferimento (1D, 2D o 3D), la traiettoria può essere spesso rappresentata con una curva continua.

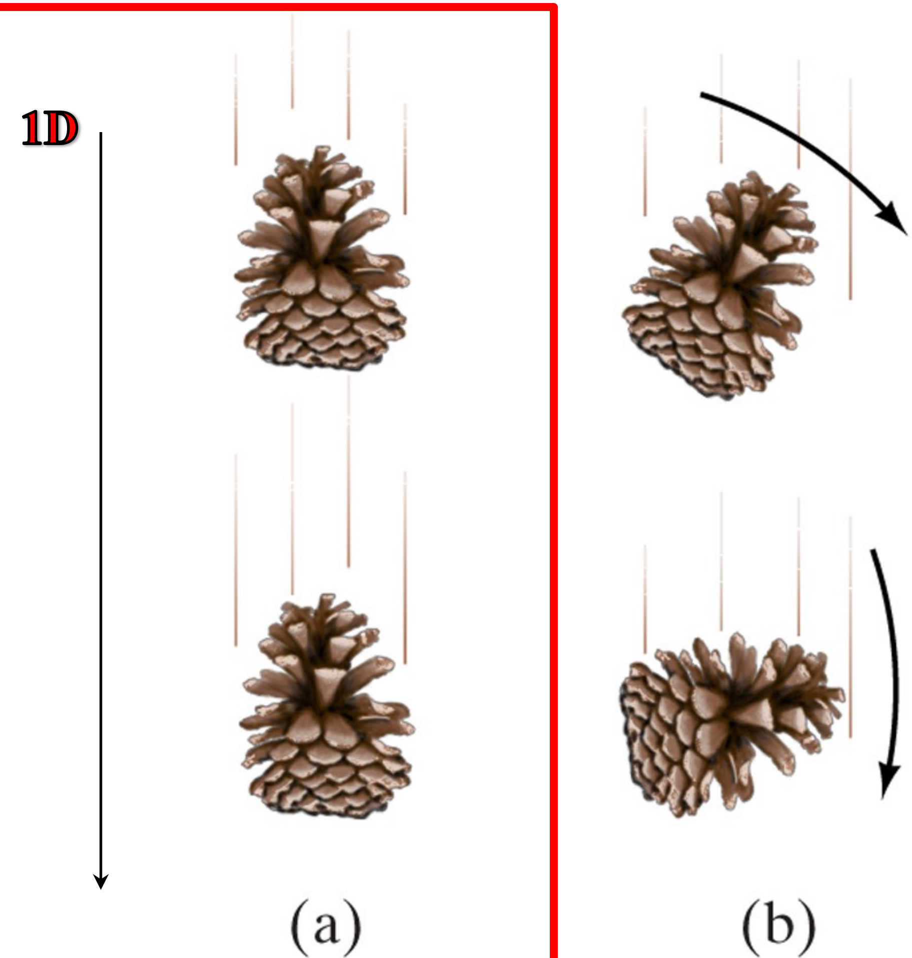
3) Il Punto Materiale

E' un oggetto così piccolo rispetto alle dimensioni della traiettoria da esso percorsa che può essere considerato un punto geometrico (però dotato di massa). Talvolta ci riferiremo ad esso utilizzando altri termini quali "corpo" o "particella".

Cinematica in una dimensione

1D

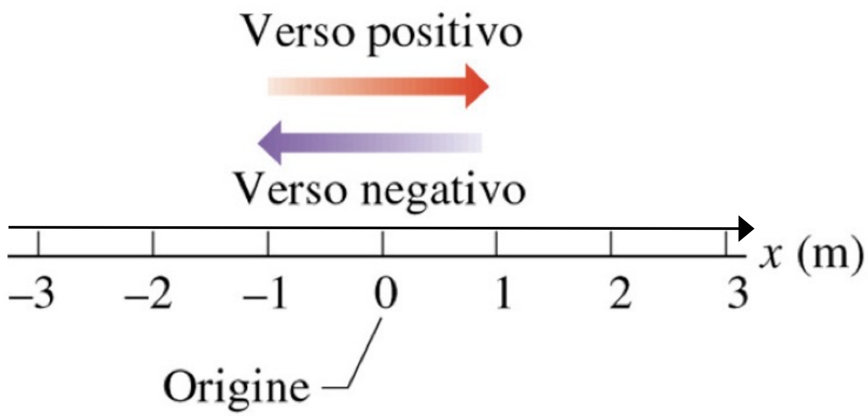




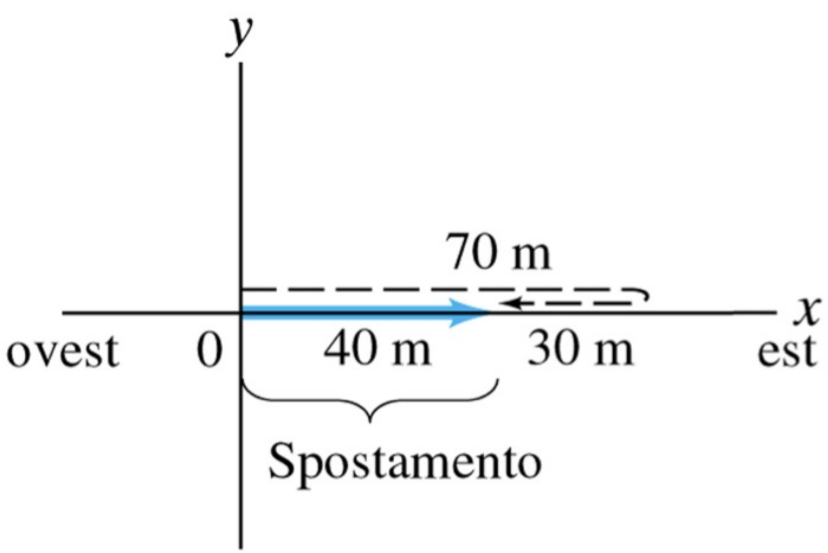
Moto di traslazione

Moto di rototraslazione

Moto e spostamento in un sistema di riferimento unidimensionale (asse x, unità di misura: metro m)



Lo **spostamento** è definito come il cambiamento di posizione di un oggetto (o di un punto materiale), rappresenta cioè di quanto l'oggetto, ad un certo istante del moto, è lontano dal suo punto di partenza (**da non confondere con la distanza totale percorsa, anche se spesso si identifica con essa**).



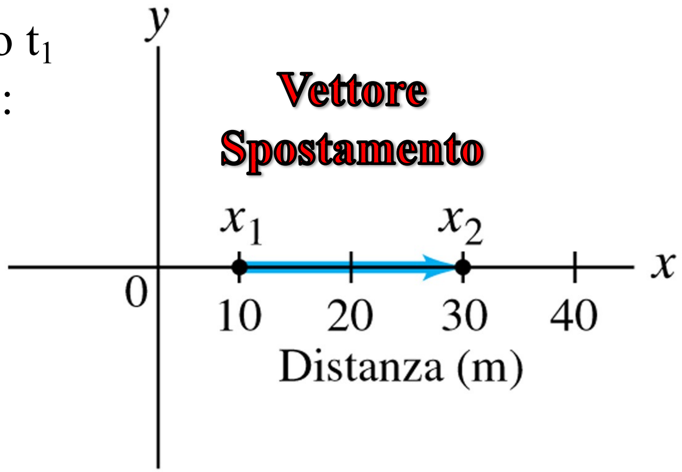
Lo Spostamento è un Vettore!

Lo spostamento è una **grandezza vettoriale** e come tale, a differenza delle *grandezze scalari* definite solo da un valore numerico, è caratterizzato da 3 elementi: **direzione**, **verso** e **modulo** (o intensità). In 1D la direzione è fissa e coincide, chiaramente, con la direzione dell'asse x.

Consideriamo un oggetto in moto tra due istanti di tempo t_1 e t_2, nei quali assume rispettivamente le posizioni x_1 e x_2 :

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

Spostamento (qui uguale alla distanza percorsa)

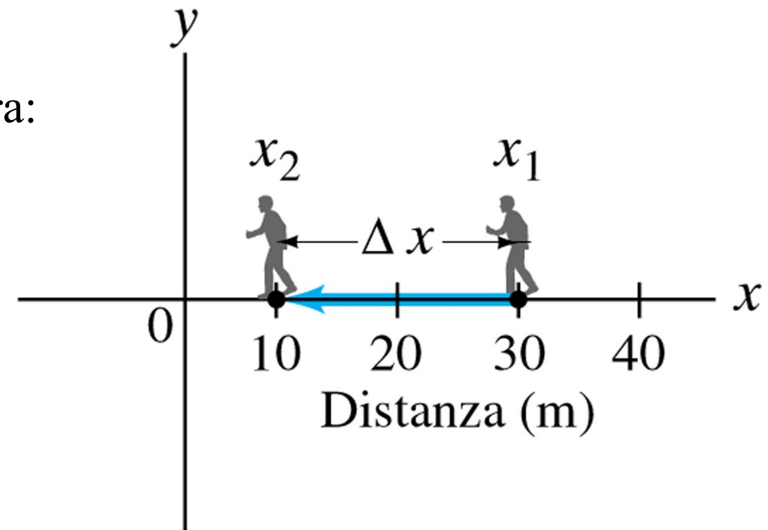


$$Se \quad x_1 = 10.0 \quad m \qquad x_2 = 30.0 \quad m \quad :$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 30.0m - 10.0m = 20.0m$$

Lo spostamento è positivo

Consideriamo una persona in movimento verso sinistra:



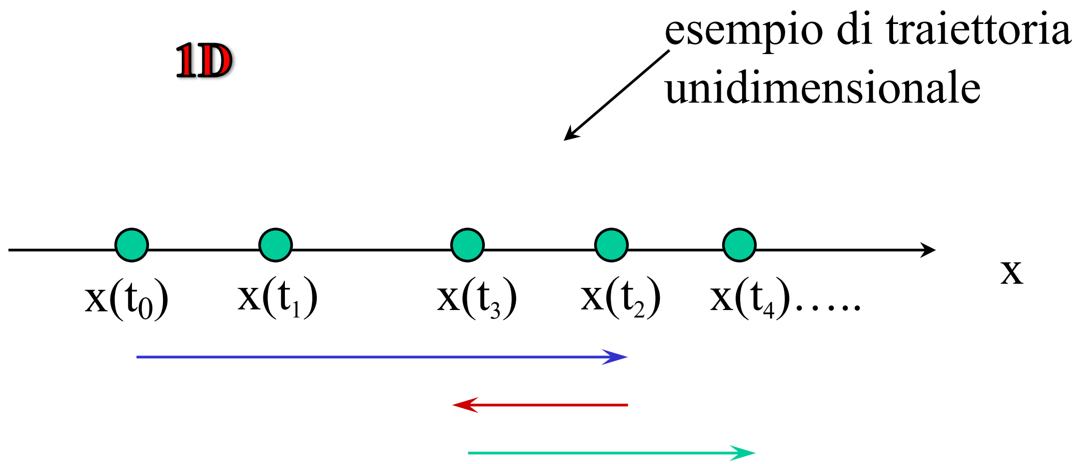
$$Se \quad x_1 = 30.0 \quad m \qquad x_2 = 10.0 \quad m \quad :$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 10.0m - 30.0m = -20.0m$$

Lo spostamento è negativo

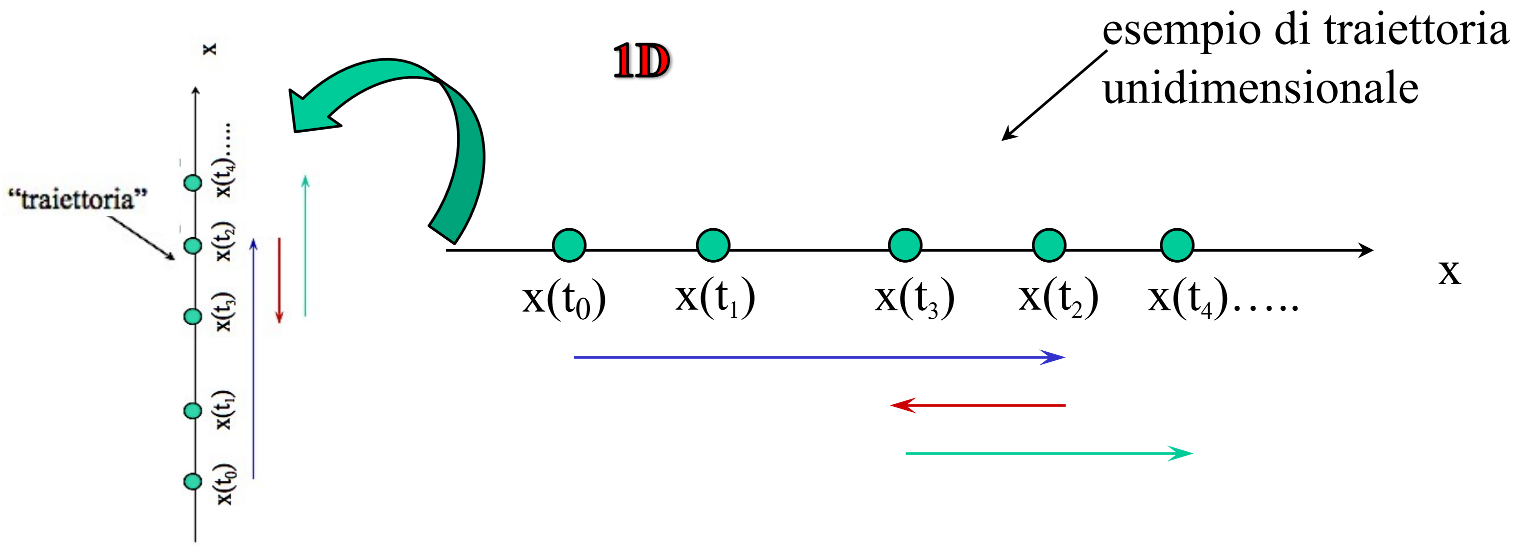
Traiettorie in una dimensione

E’ difficile visualizzare la **traiettoria** di un punto materiale in un sistema di riferimento unidimensionale in funzione del tempo:



Traiettorie in una dimensione

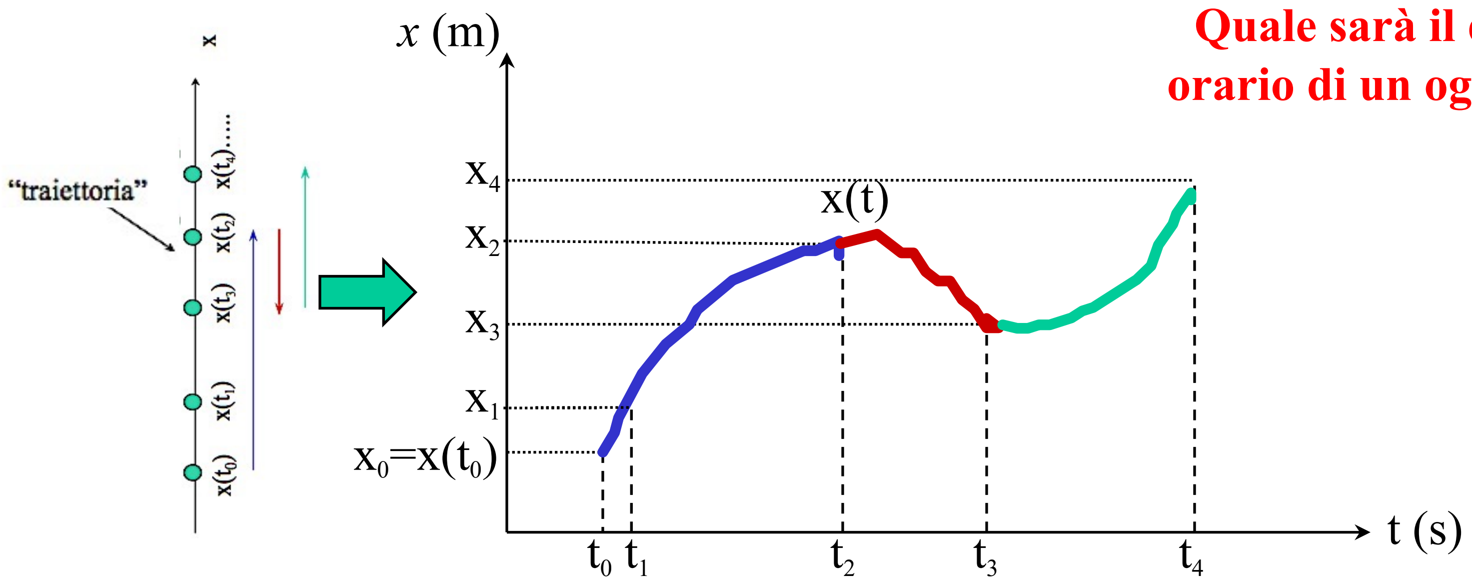
E' difficile visualizzare la **traiettoria** di un punto materiale in un sistema di riferimento unidimensionale in funzione del tempo:



Si ricorre dunque al cosiddetto "**diagramma orario**"…

Il Diagramma Orario: $x = f\,(\mathrm{t})$

Il Diagramma orario permette di rappresentare la posizione di un oggetto o di un punto materiale in moto unidimensionale al passare del tempo (espresso in secondi) sotto forma di una **curva** (da non confondere con la traiettoria dell'oggetto nello spazio reale) descritta dalla **funzione** $x(\mathrm{t})$, ossia $x = f\,(\mathrm{t})$.



Quale sarà il diagramma orario di un oggetto fermo?

Il Diagramma Orario: $x = f\,(\mathrm{t})$

Il Diagramma orario permette di rappresentare la posizione di un oggetto o di un punto materiale in moto unidimensionale al passare del tempo (espresso in secondi) sotto forma di una **curva** (da non confondere con la traiettoria dell'oggetto nello spazio reale) descritta dalla **funzione** $x(\mathrm{t})$, ossia $x = f\,(\mathrm{t})$.

Quale sarà il diagramma orario di un oggetto fermo?

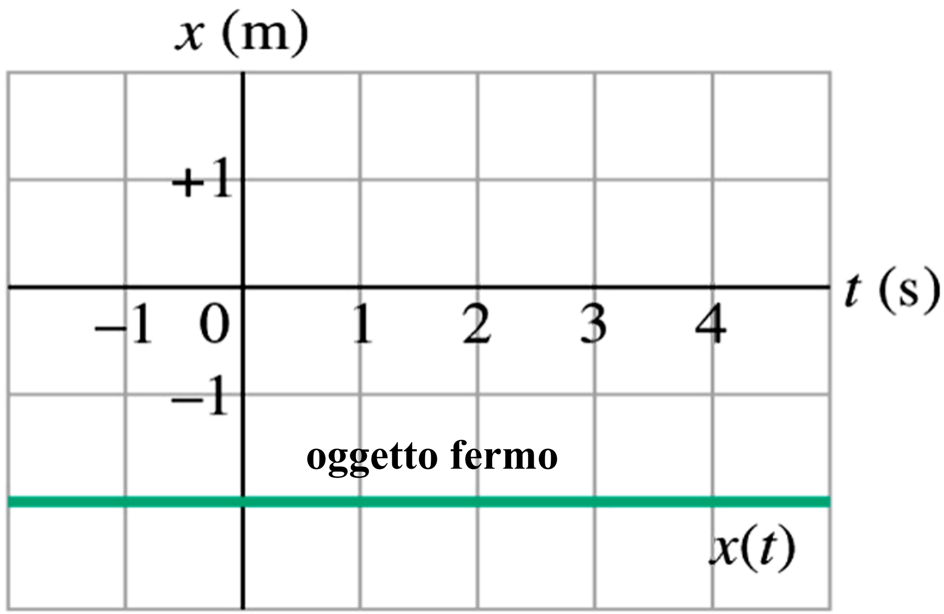
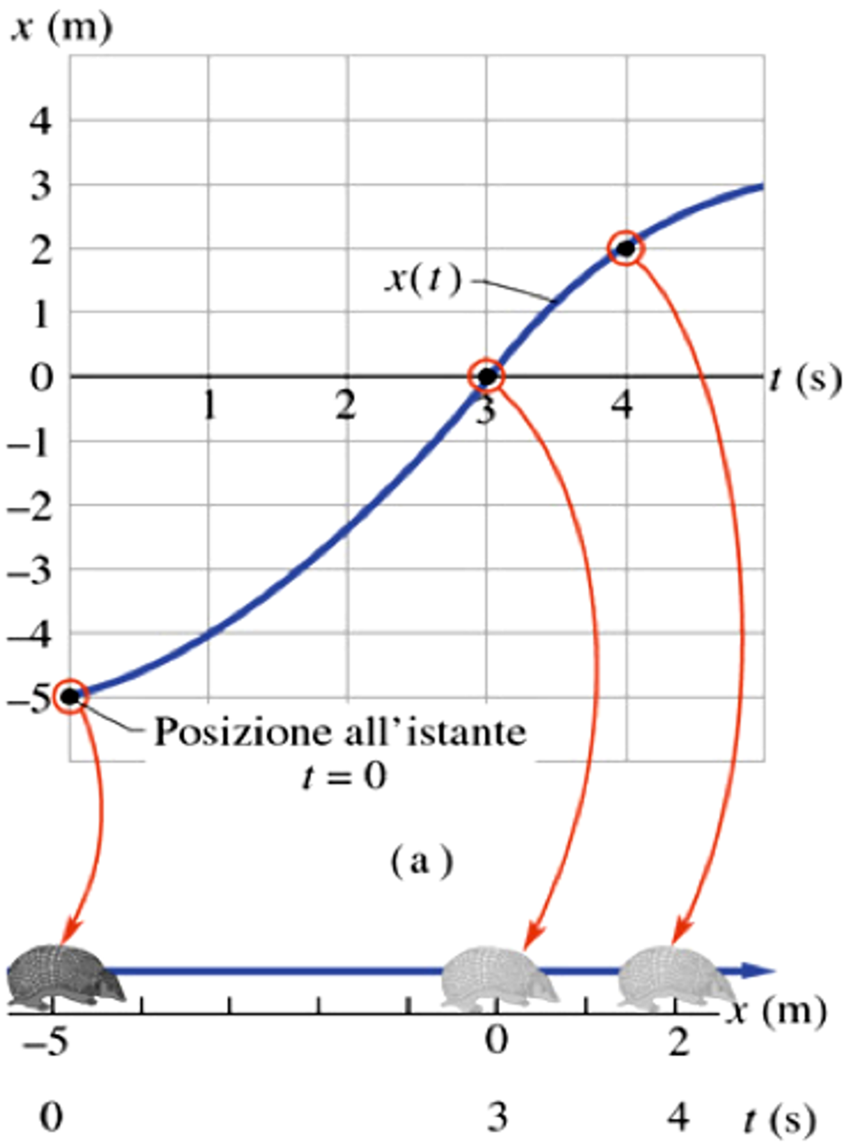


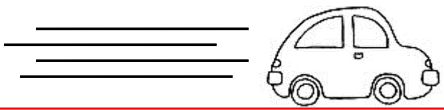
Diagramma orario
della posizione di un armadillo al passare del tempo



Qual'è la velocità dell'armadillo?

Traiettoria reale unidimensionale

La Velocità Scalare Media



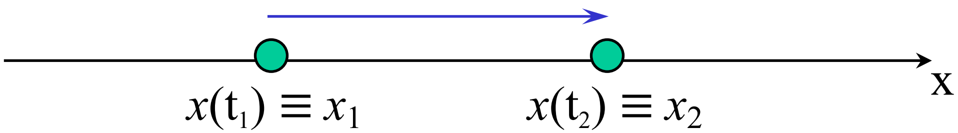
La velocità scalare *v* di un oggetto si definisce come la distanza percorsa dall'oggetto durante il suo cammino divisa per il tempo impiegato a percorrere tale distanza

Velocità scalare media

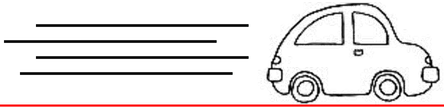
$$\bar{v} = \frac{distanza\ percorsa}{tempo\ trascorso}$$

unità di misura: metri al secondo (m/s)

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$



Il Moto Uniforme (v = costante)

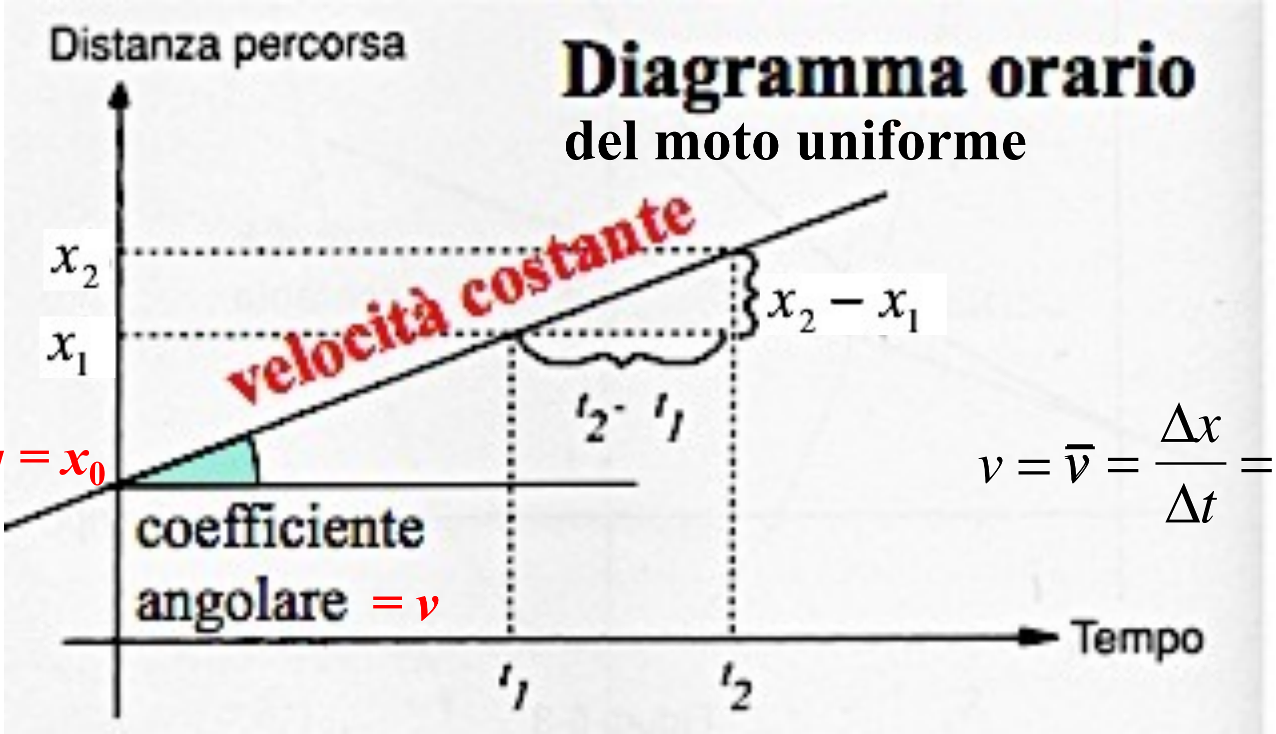


Un corpo si muove di **moto uniforme** se la sua velocità scalare v è **costante**. Questo vuol dire che il corpo percorre **spazi uguali in tempi uguali** e la sua velocità, ad ogni istante, è uguale alla sua velocità media: $v = \overline{v}$

Equazione del moto uniforme $\rightarrow x(t) = x_o + vt$

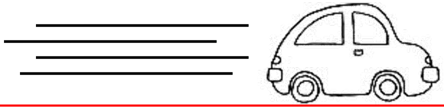
Equazione di una retta, del tipo: y = q + mx

$q = x_0$



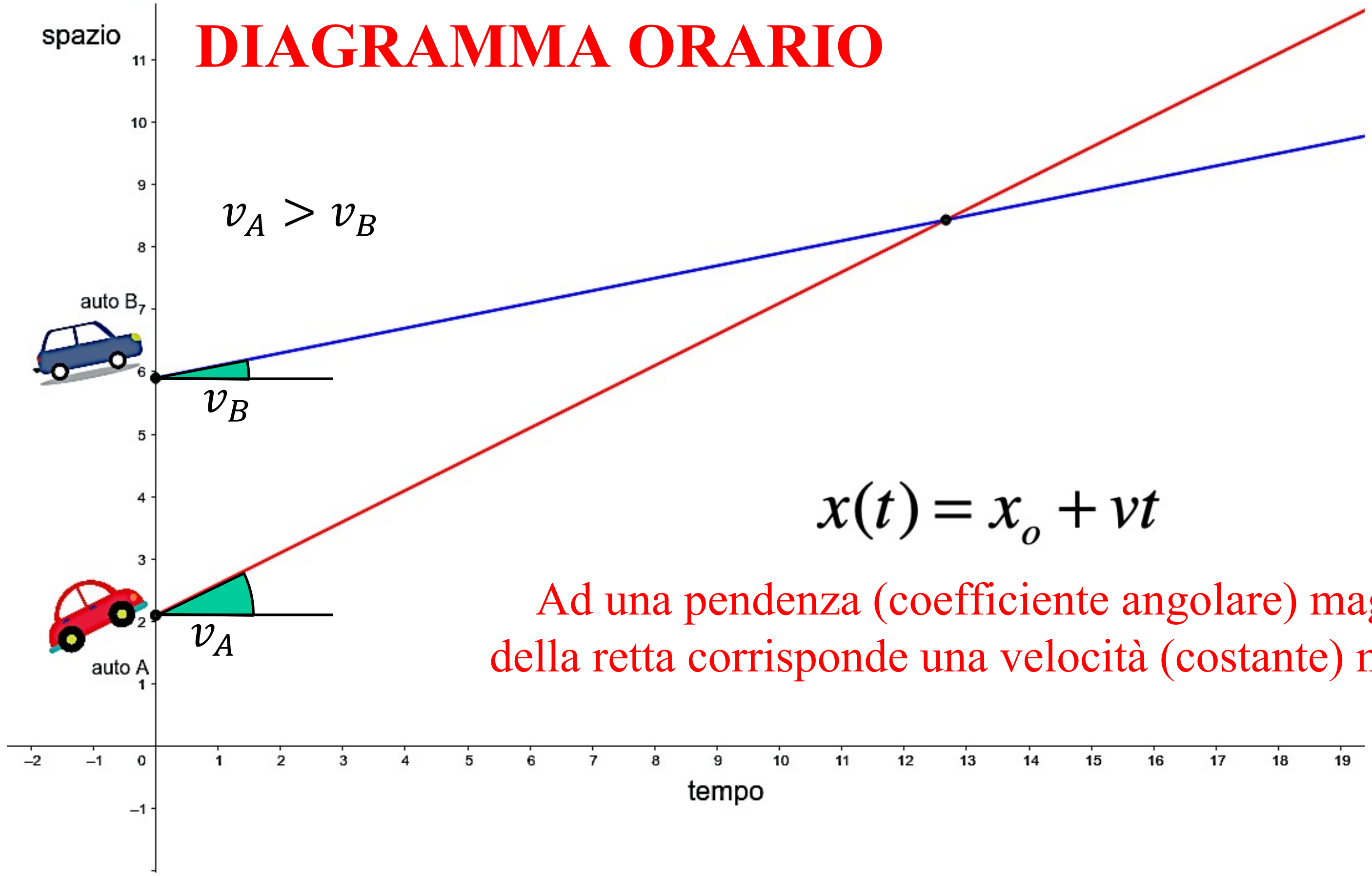
$$v = \overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

Il Moto Uniforme (v = costante)



Un corpo si muove di **moto uniforme** se la sua velocità scalare v è **costante**. Questo vuol dire che il corpo percorre **spazi uguali in tempi uguali** e la sua velocità, ad ogni istante, è uguale alla sua velocità media: $v = \overline{v}$

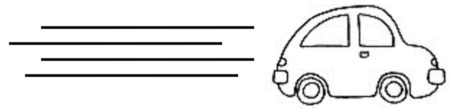
DIAGRAMMA ORARIO

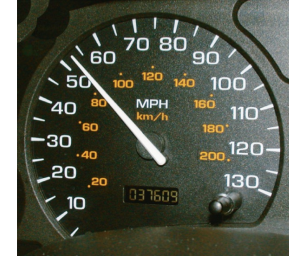


$$x(t) = x_o + vt$$

Ad una pendenza (coefficiente angolare) maggiore della retta corrisponde una velocità (costante) maggiore

Moto a Velocità Variabile

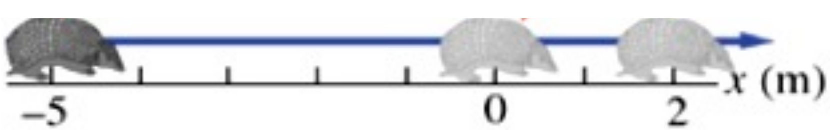


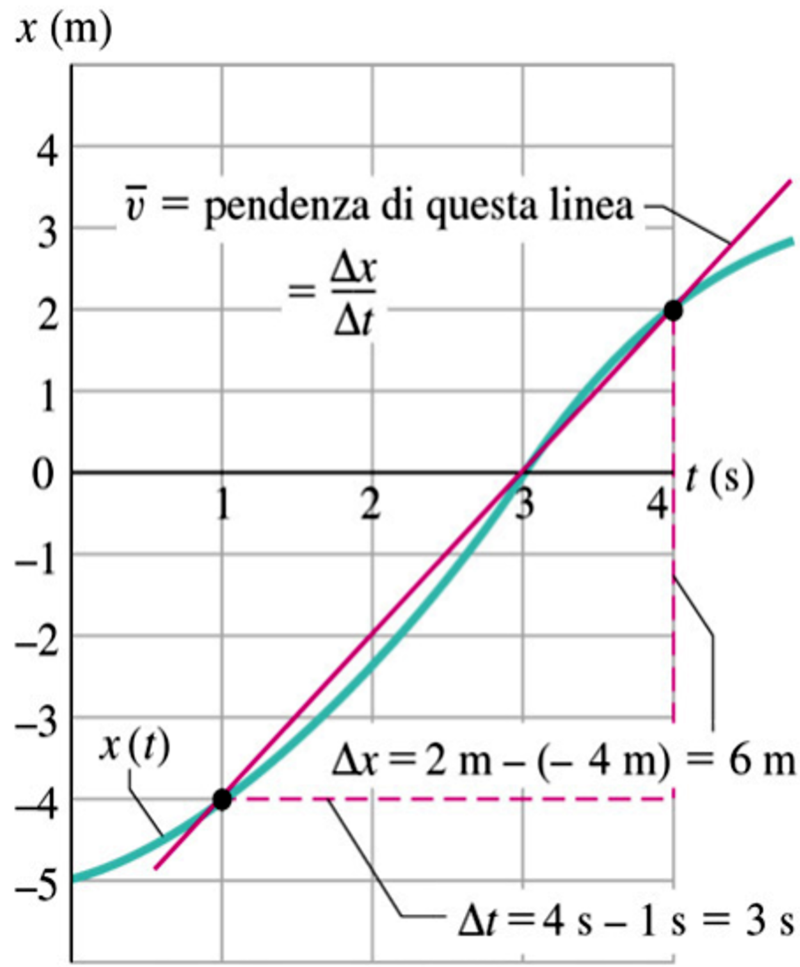


In generale, anche se la velocità cambia nel tempo, la velocità scalare media è uguale alla **pendenza** (coefficiente angolare) **della retta che unisce i due punti** tra i quali si verifica il moto.

Nel caso dell'armadillo visto prima avremo:

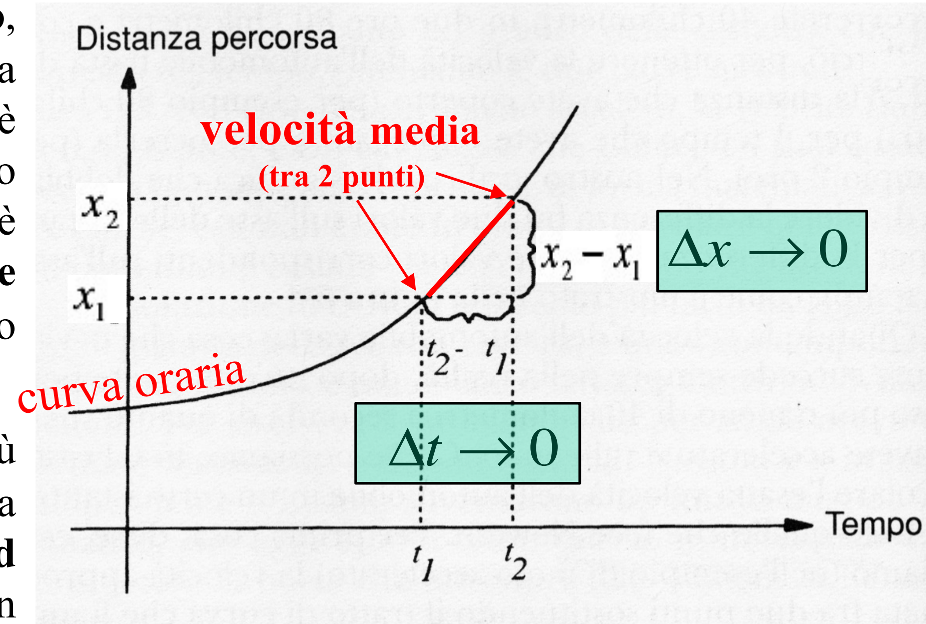
$$\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6m}{3s} = 2\, m/s$$





La velocità istantanea e il calcolo infinitesimale

Grazie al nuovo metodo introdotto da Cartesio, già nel XVII secolo si era in grado di calcolare la velocità media di un corpo. Ma nè Galileo, nè Cartesio, nè i loro contemporanei, erano in grado di calcolare la **velocità istantanea** di un corpo nè tantomeno di descrivere il **moto di un corpo che procede a velocità variabile**, crescente o decrescente.



La soluzione al problema fu trovata un secolo più tardi da **Isaac Newton**, il vero gigante della fisica classica, e dal grande filosofo e logico **Gottfried Leibniz**, i quali nel XVIII secolo inventarono un nuovo metodo matematico noto come **calcolo infinitesimale.**

Newton

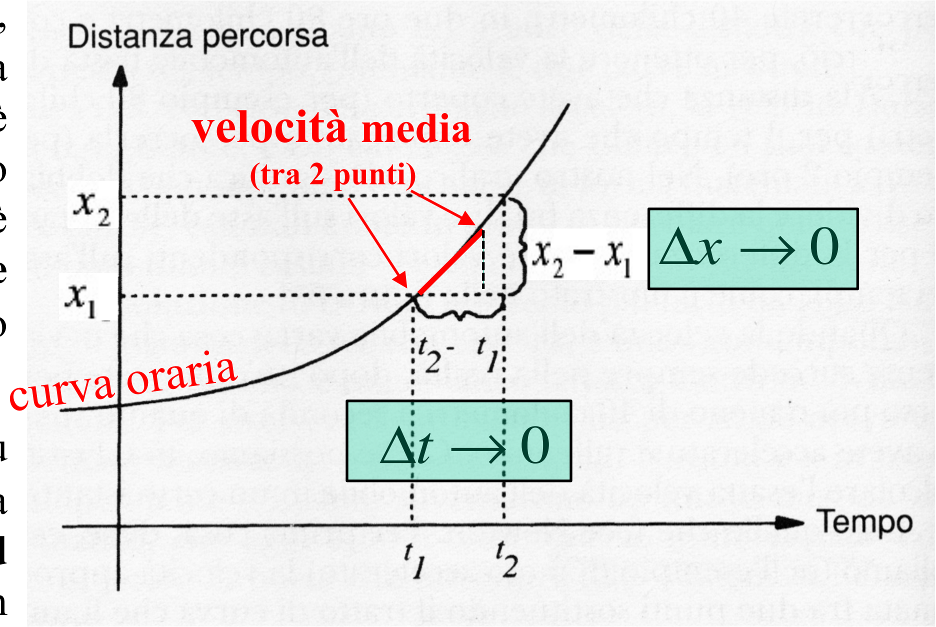
Leibniz

Con questo metodo la **velocità istantanea** resta definita attraverso un 'passaggio al limite' come la *velocità media durante un intervallo di tempo infinitamente piccolo* (cioè, al limite, per Δt tendente a zero):

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \to \qquad v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

La velocità istantanea e il calcolo infinitesimale

Grazie al nuovo metodo introdotto da Cartesio, già nel XVII secolo si era in grado di calcolare la velocità media di un corpo. Ma nè Galileo, nè Cartesio, nè i loro contemporanei, erano in grado di calcolare la **velocità istantanea** di un corpo nè tantomeno di descrivere il **moto di un corpo che procede a velocità variabile**, crescente o decrescente.



La soluzione al problema fu trovata un secolo più tardi da **Isaac Newton**, il vero gigante della fisica classica, e dal grande filosofo e logico **Gottfried Leibniz**, i quali nel XVIII secolo inventarono un nuovo metodo matematico noto come **calcolo infinitesimale.**

Newton

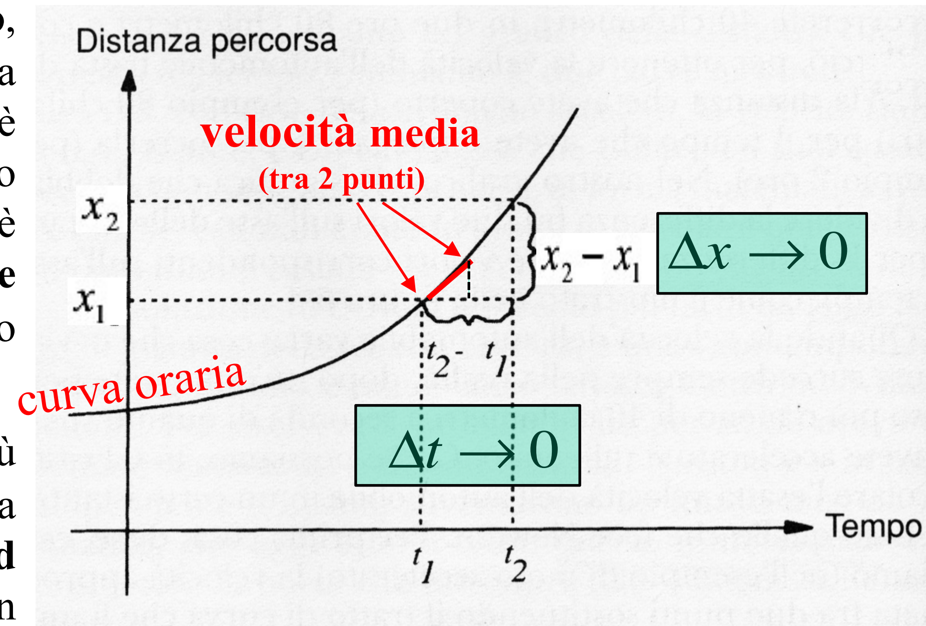
Leibniz

Con questo metodo la **velocità istantanea** resta definita attraverso un ‘passaggio al limite’ come la *velocità media durante un intervallo di tempo infinitamente piccolo* (cioè, al limite, per Δt tendente a zero):

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \to \qquad v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

La velocità istantanea e il calcolo infinitesimale

Grazie al nuovo metodo introdotto da Cartesio, già nel XVII secolo si era in grado di calcolare la velocità media di un corpo. Ma nè Galileo, nè Cartesio, nè i loro contemporanei, erano in grado di calcolare la **velocità istantanea** di un corpo nè tantomeno di descrivere il **moto di un corpo che procede a velocità variabile**, crescente o decrescente.



La soluzione al problema fu trovata un secolo più tardi da **Isaac Newton**, il vero gigante della fisica classica, e dal grande filosofo e logico **Gottfried Leibniz**, i quali nel XVIII secolo inventarono un nuovo metodo matematico noto come **calcolo infinitesimale.**

Newton

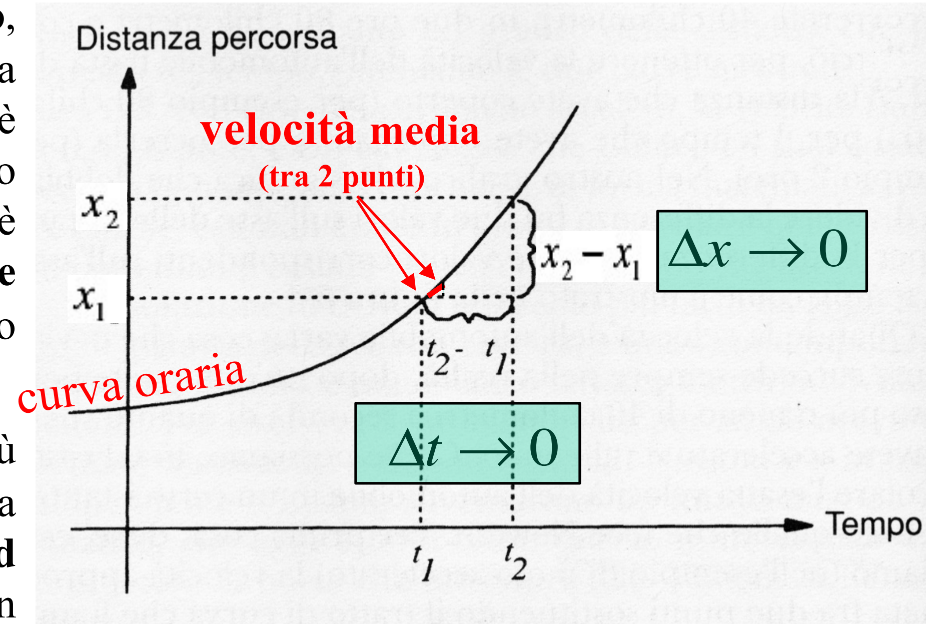
Leibniz

Con questo metodo la **velocità istantanea** resta definita attraverso un 'passaggio al limite' come la *velocità media durante un intervallo di tempo infinitamente piccolo* (cioè, al limite, per Δt tendente a zero):

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow \qquad v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

La velocità istantanea e il calcolo infinitesimale

Grazie al nuovo metodo introdotto da Cartesio, già nel XVII secolo si era in grado di calcolare la velocità media di un corpo. Ma nè Galileo, nè Cartesio, nè i loro contemporanei, erano in grado di calcolare la **velocità istantanea** di un corpo nè tantomeno di descrivere il **moto di un corpo che procede a velocità variabile**, crescente o decrescente.



La soluzione al problema fu trovata un secolo più tardi da **Isaac Newton**, il vero gigante della fisica classica, e dal grande filosofo e logico **Gottfried Leibniz**, i quali nel XVIII secolo inventarono un nuovo metodo matematico noto come **calcolo infinitesimale.**

Newton

Leibniz

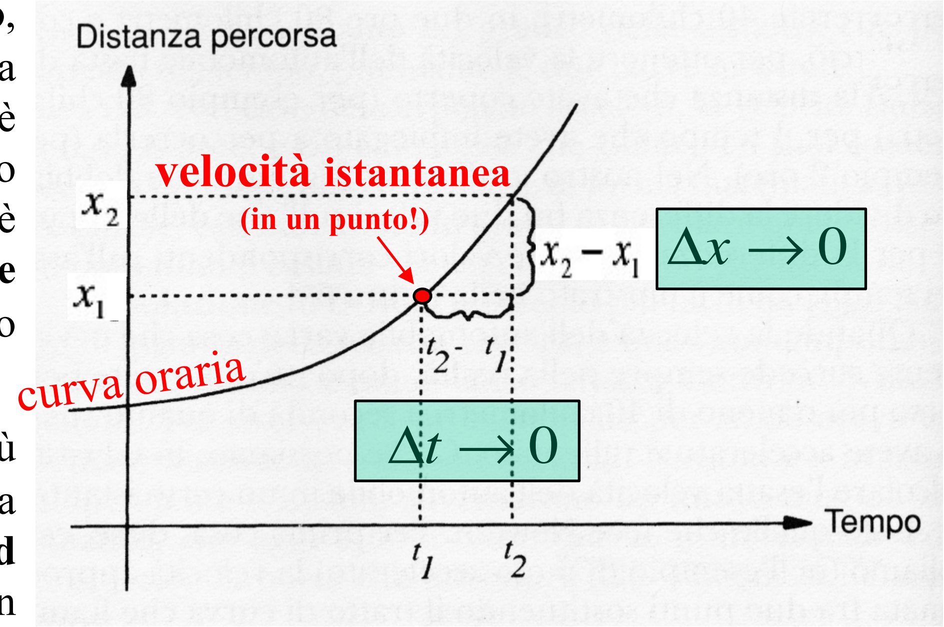
Con questo metodo la **velocità istantanea** resta definita attraverso un 'passaggio al limite' come la *velocità media durante un intervallo di tempo infinitamente piccolo* (cioè, al limite, per Δt tendente a zero):

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \to \qquad v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

La velocità istantanea e il calcolo infinitesimale

Grazie al nuovo metodo introdotto da Cartesio, già nel XVII secolo si era in grado di calcolare la velocità media di un corpo. Ma nè Galileo, nè Cartesio, nè i loro contemporanei, erano in grado di calcolare la **velocità istantanea** di un corpo nè tantomeno di descrivere il **moto di un corpo che procede a velocità variabile**, crescente o decrescente.

La soluzione al problema fu trovata un secolo più tardi da **Isaac Newton**, il vero gigante della fisica classica, e dal grande filosofo e logico **Gottfried Leibniz**, i quali nel XVIII secolo inventarono un nuovo metodo matematico noto come **calcolo infinitesimale.**



Newton

Leibniz

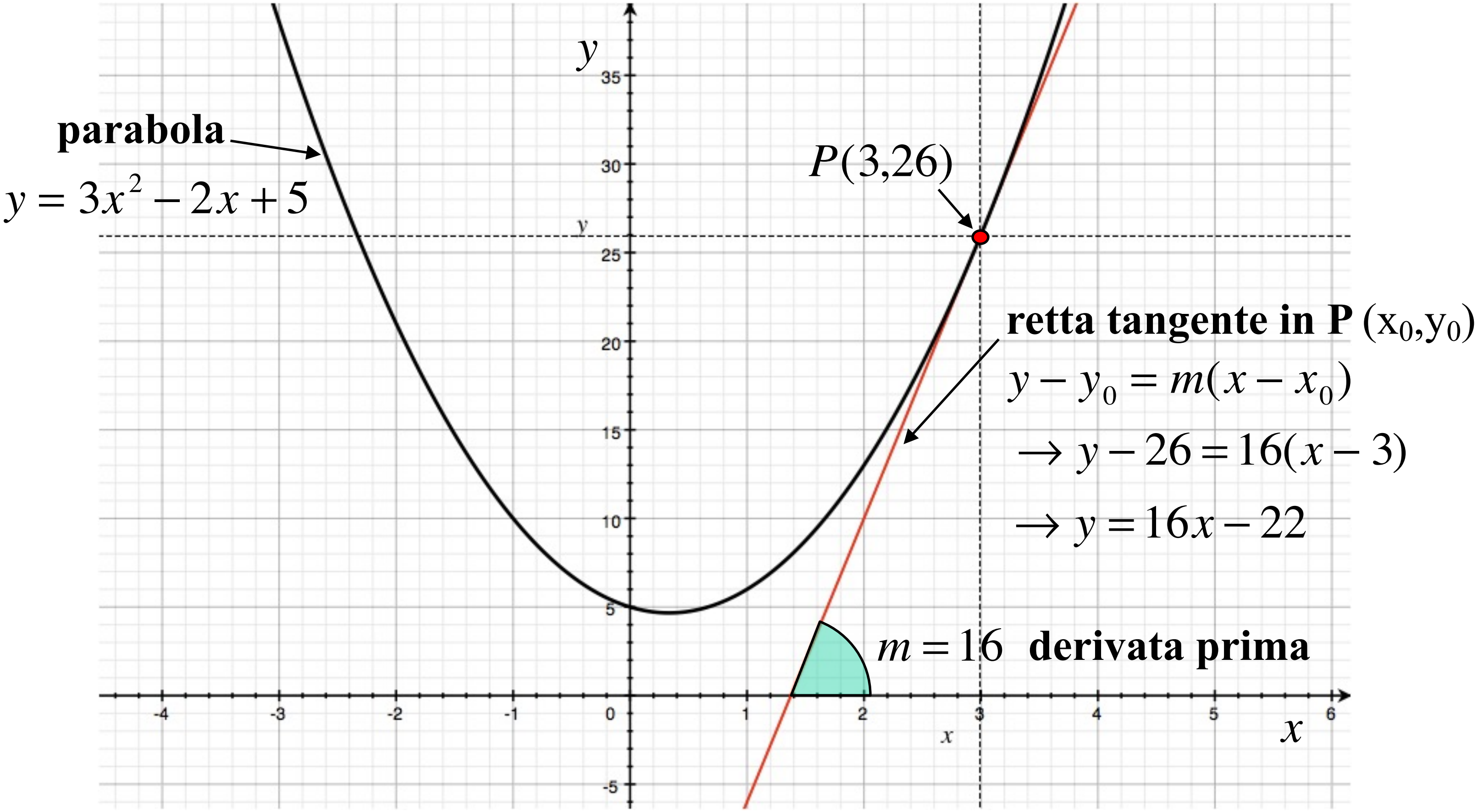
Con questo metodo la **velocità istantanea** resta definita attraverso un 'passaggio al limite' come la *velocità media durante un intervallo di tempo infinitamente piccolo* (cioè, al limite, per Δt tendente a zero):

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow \qquad v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Calcolo della derivata prima di una $y = f(x)$ in un punto

Il procedimento utilizzato da Newton per ricavare la velocità istantanea equivale a quello che matematicamente viene definito "**calcolo della derivata prima di una funzione in un punto**".

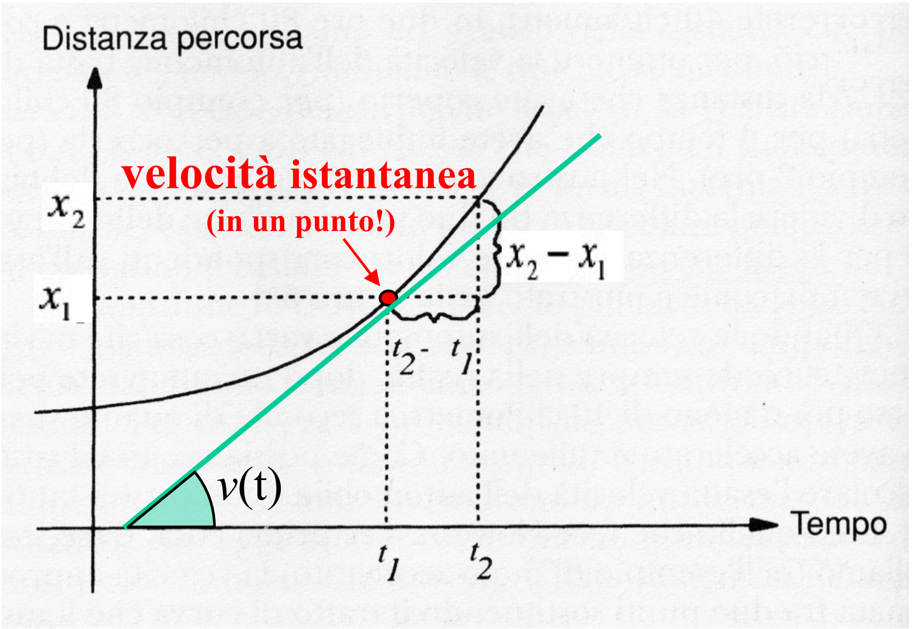
Calcolare la **derivata prima di una funzione** (ad esempio la parabola in figura) **in un suo punto** P (x_0,y_0) equivale a trovare il valore del **coefficiente angolare (cioè la pendenza) della retta tangente** alla funzione in quel punto, per mezzo del quale si può anche scrivere l'equazione della retta medesima:



La velocità istantanea è la derivata prima dello spostamento!

La velocità istantanea non è nient'altro che la **derivata prima** dello spazio rispetto al tempo calcolata in un certo istante di tempo e coincide con il **coefficiente angolare della retta tangente** alla curva oraria $x = f(t)$ in quell'istante di tempo:

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

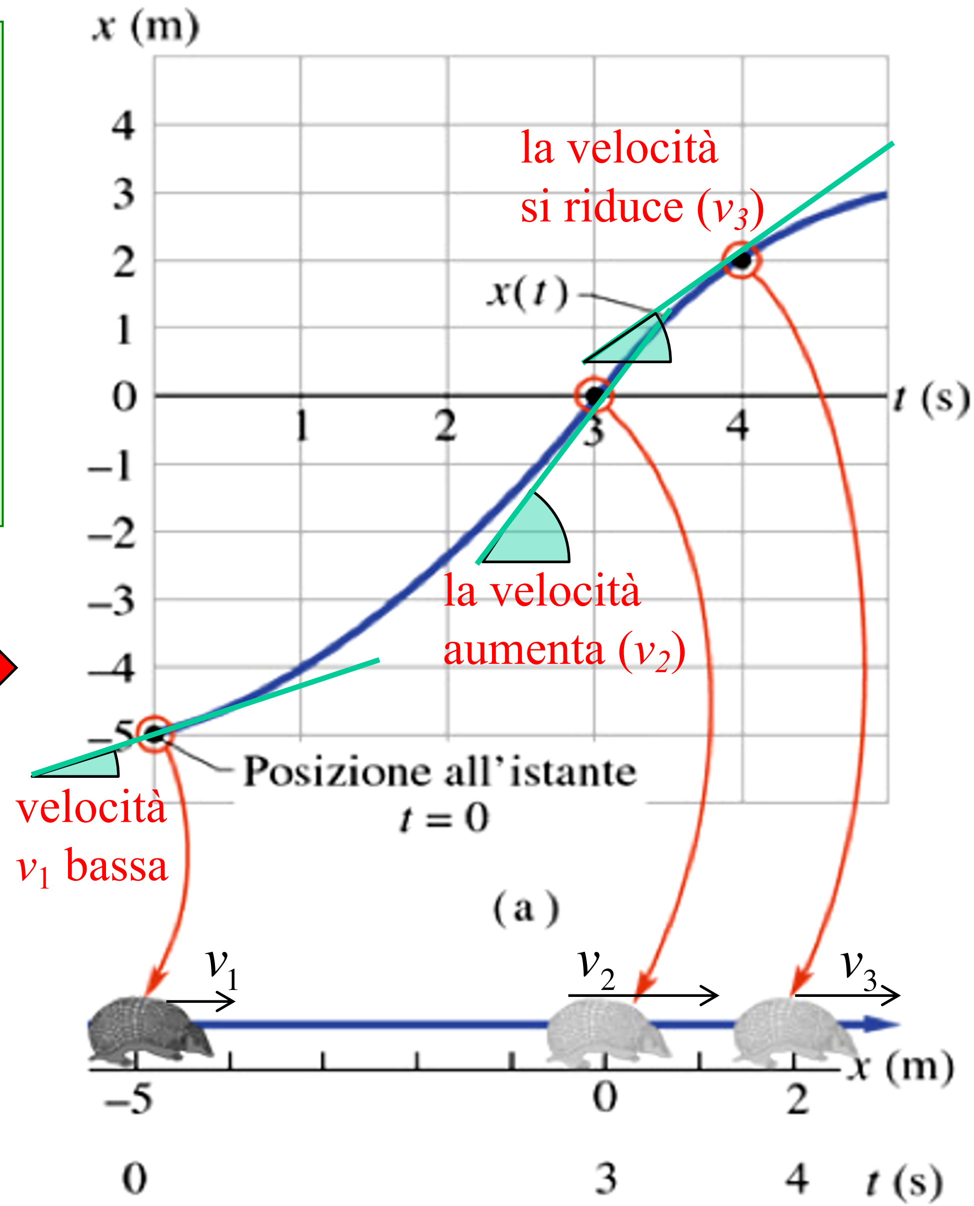


La velocità istantanea è la derivata prima dello spostamento!

La velocità istantanea non è nient'altro che la **derivata prima** dello spazio rispetto al tempo calcolata in un certo istante di tempo e coincide con il **coefficiente angolare della retta tangente** alla curva oraria $x = f(t)$ in quell'istante di tempo:

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

E' possibile fare una valutazione qualitativa **approssimata** della velocità istantanea in un punto della curva oraria valutando «ad occhio» il valore del **coefficiente angolare** della retta tangente in quel punto...



La velocità istantanea è la derivata prima dello spostamento!

La velocità istantanea non è nient'altro che la **derivata prima** dello spazio rispetto al tempo calcolata in un certo istante di tempo e coincide con il **coefficiente angolare della retta tangente** alla curva oraria $x = f(t)$ in quell'istante di tempo:

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Anche la **velocità**, come lo spostamento, è una **grandezza vettoriale.** Nel caso unidimensionale il suo modulo coincide con la velocità scalare. Una **velocità negativa** (cioè un **coefficiente angolare negativo** della retta tangente nel diagramma orario) indica semplicemente un verso di percorrenza nel senso delle x decrescenti (l'armadillo torna indietro...)

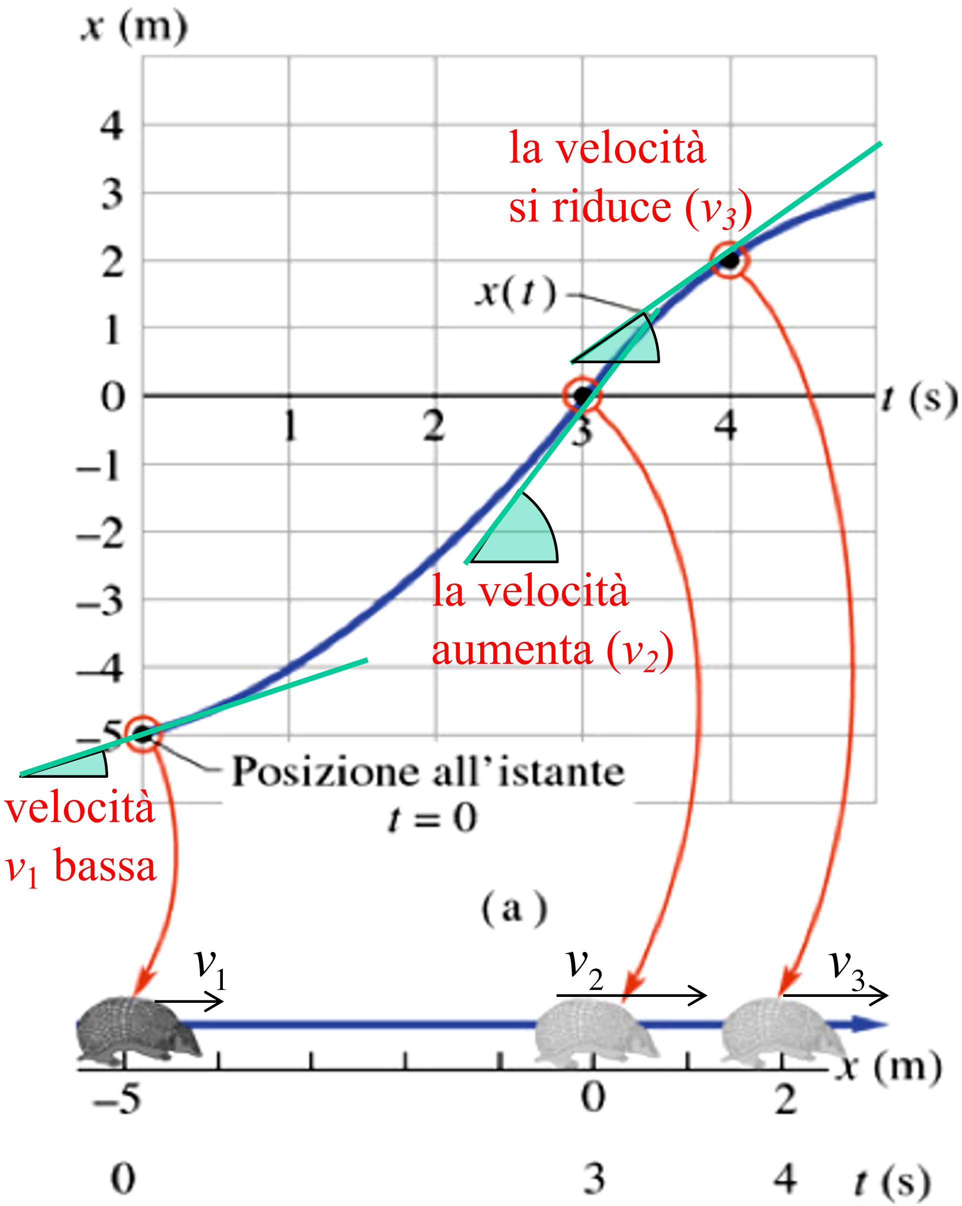


Diagramma della Velocità: $v = f\,(t)$