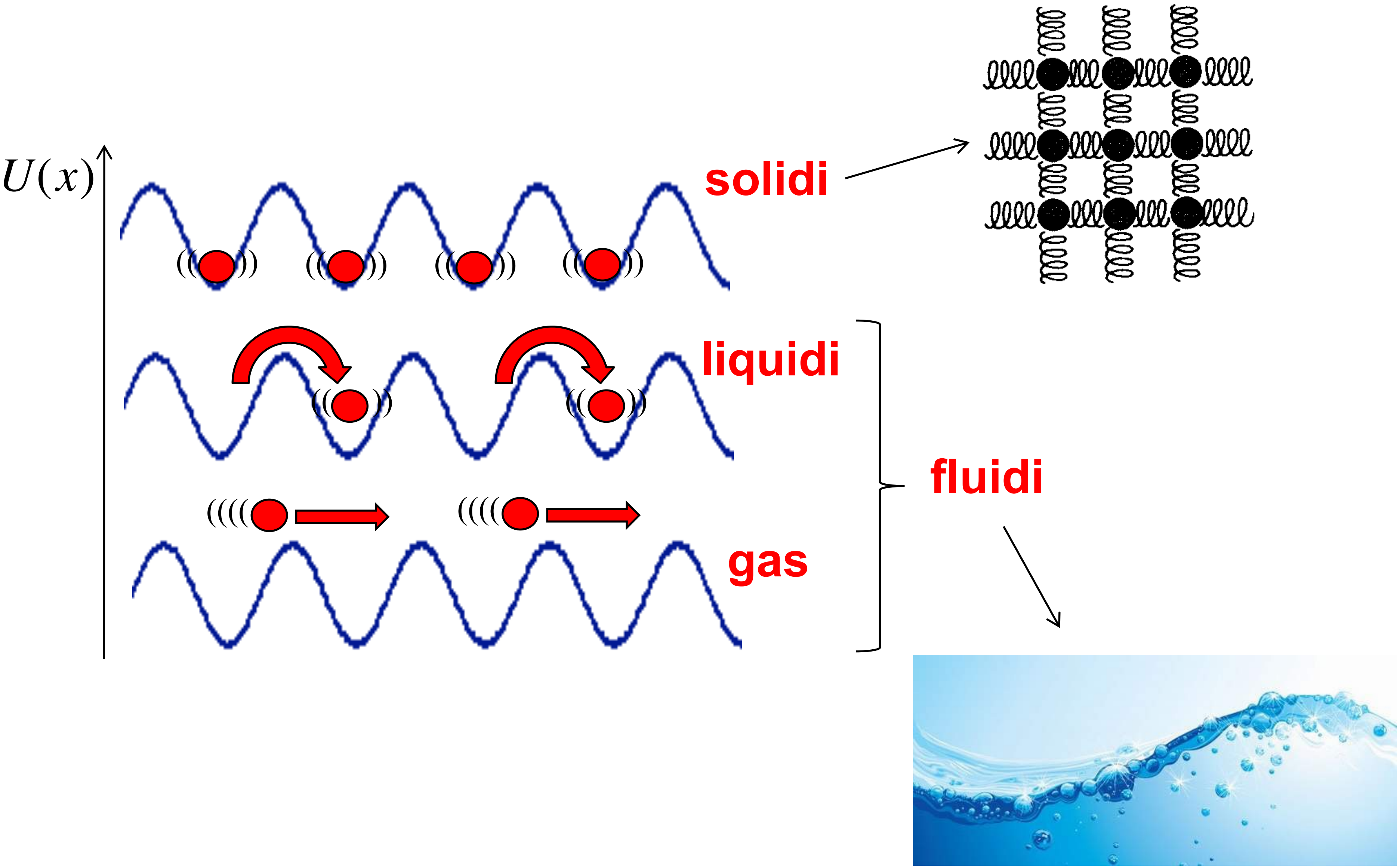

Meccanica dei Fluidi
Statica dei Fluidi
(idrostatica)
Dinamica dei Fluidi
(idrodinamica)

Stati della Materia: Solidi e Fluidi (Liquidi e Gas)



Densità e Pressione

Una quantità molto importante per lo studio dei fluidi è la **densità**, o *massa volumica*. Si tratta di una grandezza fisica derivata, definita come la **massa per unità di volume** di una data sostanza di massa m e volume V:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Nel Sistema Internazionale (**MKS**) la sua unità di misura sarà il kg/m^3, mentre nel sistema **CGS** sarà g/cm^3. Dalla definizione di densità segue anche che: $\boldsymbol{m = \rho V}$

Un altro concetto fondamentale è quello di **pressione**. Data una forza di intensità F applicata perpendicolarmente ad una superficie A, la pressione è definita come il rapporto:

$$P = \frac{F}{A}$$

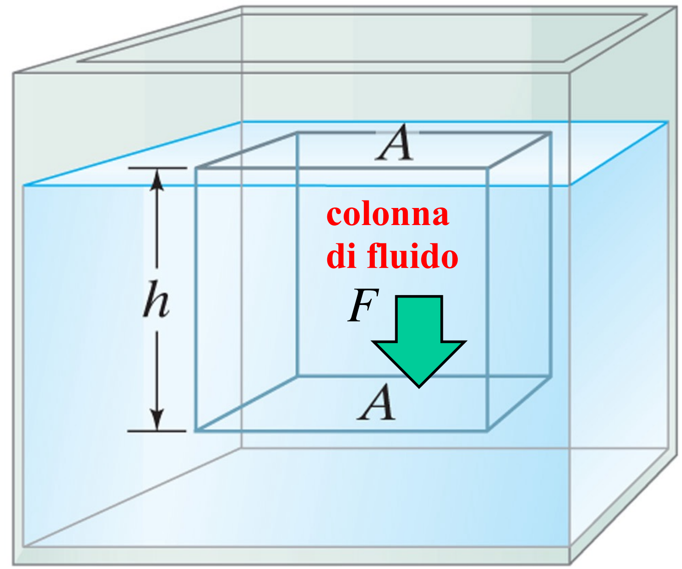
e cioè come **forza per unità di superficie**. Anche se la forza è un vettore, la pressione è quindi uno scalare. La sua **unità di misura** nel SI è il N/m^2, detta anche **Pascal** (Pa) in onore del fisico francese *Blaise Pascal*. Nel sistema CGS, invece, si avrà dyne/cm^2. Dalla definizione di pressione si deduce anche che è possibile esprimere la forza F attraverso il prodotto $\boldsymbol{F = PA}$.

Blaise Pascal (1623-1662)

La Legge di Stevino

Simon Stevin
(1548-1620)

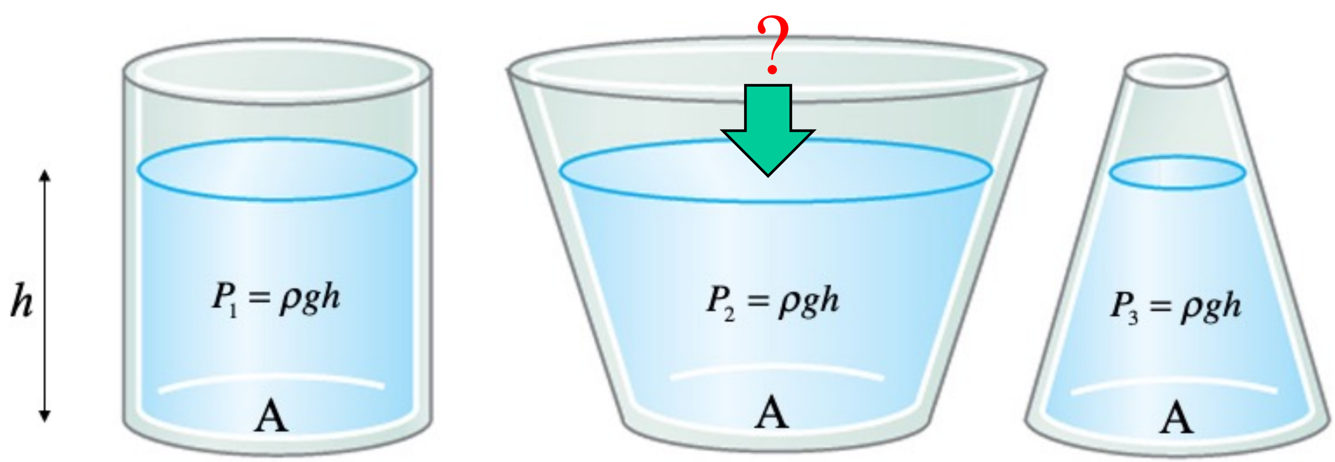
Ci dice **come varia la pressione idrostatica** in un liquido di densità uniforme **al variare della profondità**.



La **pressione** P che agisce su una certa *superficie* A posta ad una profondità *h* al di sotto del livello del liquido è data da:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{\rho A h g}{A} \rightarrow P = \rho g h$$

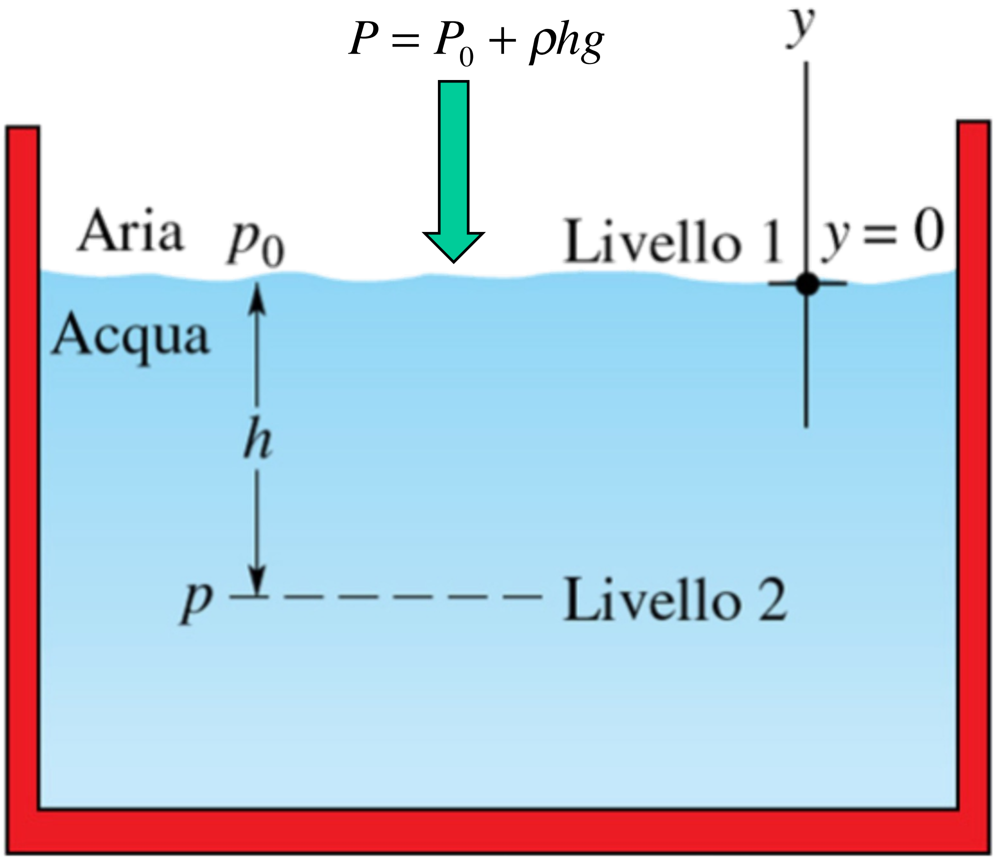
cioè è direttamente proporzionale alla densità del liquido e **dipende solo dalla profondità** ma **non dall'area A** della superficie considerata (da cui il famoso Paradosso Idrostatico…)



La Pressione Atmosferica

Infatti **anche l'aria è un fluido**, dunque esercita anch'essa una pressione. Per avere la pressione complessiva che agisce su un punto sotto la superficie dell'acqua (Livello 2 in fig.) occorre quindi sommare alla pressione ρgh (che è detta **sovrapressione** o **pressione relativa**) la *pressione atmosferica*, cioè la pressione P_0 esercitata dall'aria sulla superficie dell'acqua (Livello 1):

$$P = P_0 + \rho h g$$



La Pressione Atmosferica

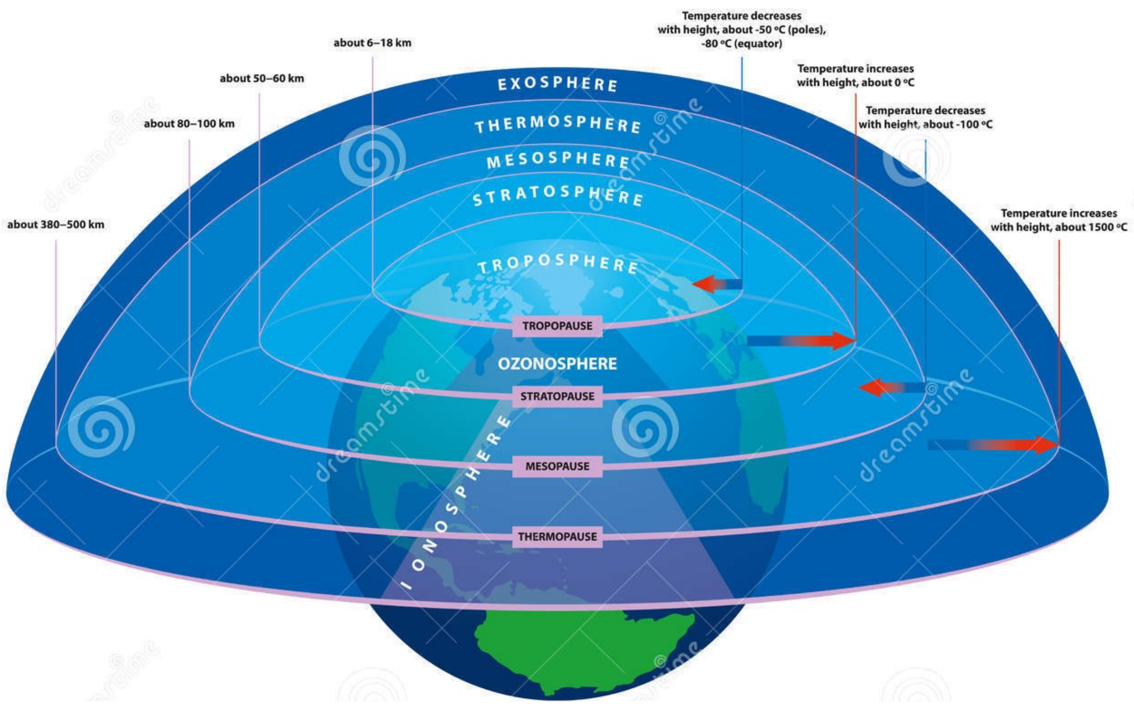
La **pressione atmosferica** è abbastanza complicata da calcolare, non solo perchè la densità dell'aria cambia molto con l'altitudine, ma anche perchè non esiste una superficie limite per l'atmosfera attorno alla terra. Inoltre tale pressione varia lievemente da luogo a luogo anche in base alle condizioni metereologiche.

Comunque sia, **al livello del mare** la pressione atmosferica è, in media, pari a $1.013 * 10^5$ N/m^2 = 101.3 kPa. Questo valore definisce un'altra unità di misura della pressione usata comunemente, **l'atmosfera** (atm), pari appunto a: **1 atm** = $1.013 * 10^5$ N/m^2 = 101.3 kPa

Una ulteriore unità di misura della pressione, spesso utilizzata in metereologia e nelle previsioni del tempo, è il **bar**, definito come: **1 bar** = $1.00 * 10^5$ N/m^2

Dunque la pressione atmosferica standard corrisponde a poco più di 1 bar.

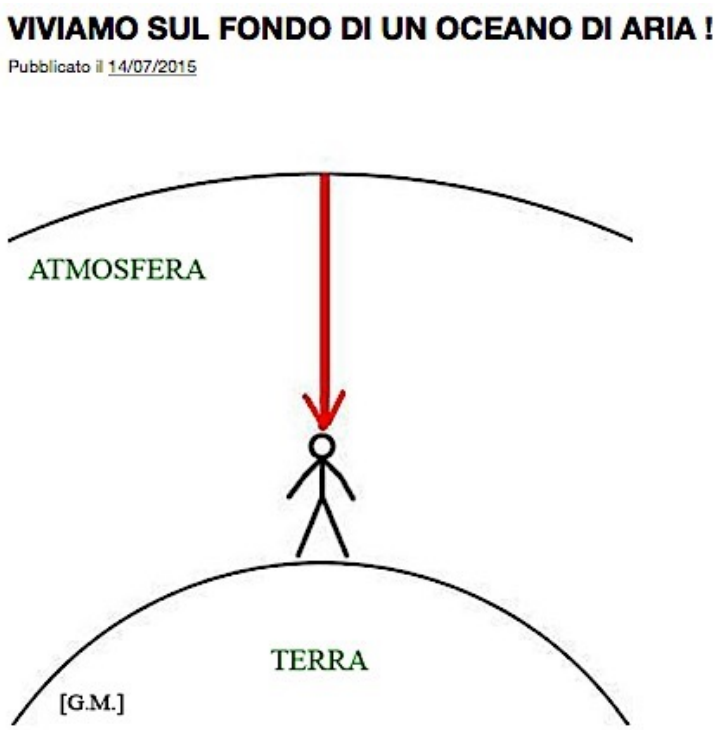
Altitudine in metri	Percentuale di 1 atm
1.000	88,6
2.000	78,5
4.000	60,8
6.000	46,5
8.000	35,0
10.000	26,0
15.000	11,5
20.000	6,9
30.000	1,2
48.500	0,1
69.400	0,01



La Pressione Atmosferica

Riflettiamo meglio sul **valore numerico** della pressione atmosferica che abbiamo appena ricavato. Intuitivamente si ha l'impressione che, tutto sommato, sia abbastanza basso: in fin dei conti, un litro (ovvero un decimetro cubo) d'aria pesa solo 1,30 grammi e del resto noi non avvertiamo sul nostro corpo nessuna pressione da parte dell'aria.

Facendo un po' di conti, però, è facile rendersi conto che in realtà la spinta che la massa d'aria che circonda la Terra esercita sulla sua superficie e su tutto ciò con cui è a contatto (uomini, animali, cose, etc.) è **enorme**!



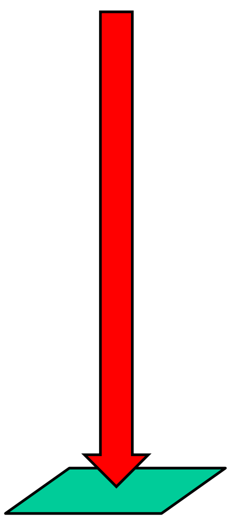
https://giuseppemerlino.wordpress.com/2015/07/14/viviamo-sul-fondo-di-un-oceano-di-aria/

La Pressione Atmosferica

Abbiamo detto infatti che al livello del mare la pressione atmosferica è di circa **1 bar** = 10^5 N/m^2 , che equivale (provate voi stessi a verificarlo trasformando le unità di misura) al peso di una massa di circa **1kg su 1 cm^2** di superficie. Questo vuol dire che su un metro quadro, cioè 10000 cm^2, graveranno 10000 Kg e poichè la superficie media di un essere umano è di circa 1,5 m^2, avremo che, a causa della pressione atmosferica, **complessivamente sul nostro corpo graverà l'equivalente del peso di una massa di circa 15000 kg, cioè 15 tonnellate**!

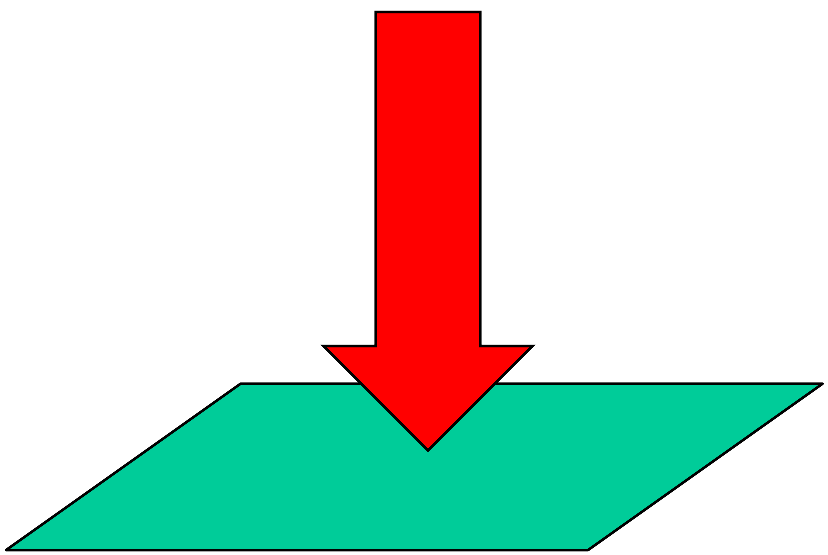
Ma allora… come mai non ci accorgiamo di nulla?

1kg



1 cm^2

10000 kg = 10 Ton



1 m^2

15000 kg = 15 Ton

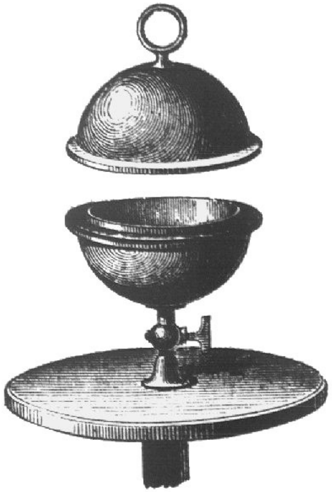
La Pressione Atmosferica

Abbiamo detto infatti che al livello del mare la pressione atmosferica è di circa **1 bar** = 10^5 N/m^2 , che equivale (provate voi stessi a verificarlo trasformando le unità di misura) al peso di una massa di circa **1kg su 1 cm^2** di superficie. Questo vuol dire che su un metro quadro, cioè 10000 cm^2, graveranno 10000 Kg e poichè la superficie media di un essere umano è di circa 1,5 m^2, avremo che, a causa della pressione atmosferica, **complessivamente sul nostro corpo graverà l'equivalente del peso di una massa di circa 15000 kg, cioè 15 tonnellate**!

Ma allora… come mai non ci accorgiamo di nulla?

La Pressione Atmosferica

Nel 1654 lo scienziato tedesco **Otto Von Guericke** condusse la celebre dimostrazione degli **emisferi di Magdeburgo** sugli effetti della pressione atmosferica: fece combaciare due emisferi di bronzo, dotati di bordi ben aderenti e a perfetta tenuta, dopodichè aspirò con una pompa tutta l'aria dall'interno della sfera così ottenuta, realizzando in questo modo il vuoto.



Ebbene, la **pressione atmosferica esterna** li compresse l'uno contro l'altro con una tale forza che ci vollero **otto coppie di cavalli** per separarli! Con una minima infiltrazione di aria la pressione interna sarebbe invece divenuta uguale a quella esterna e sarebbe occorso uno sforzo minimo per separare i due emisferi.

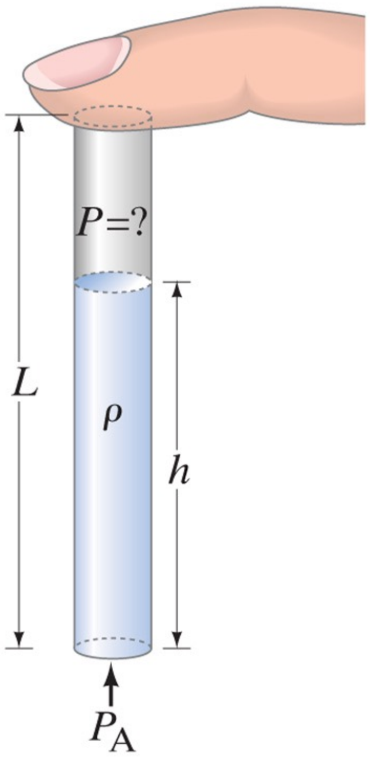
La Pressione Atmosferica

Un semplice esperimento da fare a casa…(magari sul lavandino!)

Prendiamo: • un **bicchiere d'acqua** e • un **cartoncino** abbastanza rigido.	
Ora mettiamo il cartoncino sul bicchiere e facciamolo aderire bene con una mano: non deve restare nessuno spazio aperto tra il cartoncino e il bicchiere.	
Ora capovolgiamo, velocemente, il bicchiere. Poi togliamo la mano che tiene il cartoncino.	
Notiamo che il cartoncino rimane attaccato al bicchiere e l'acqua non fuoriesce.	

La Pressione Atmosferica

Esempio concettuale
Inserite una **cannuccia** di lunghezza L in un bicchiere pieno d'acqua e mettete un dito su un'estremità della cannuccia in modo da non farvi entrare o uscire aria, quindi estraete la cannuccia dal liquido: vedrete che la cannuccia trattiene gran parte del liquido. Perchè?

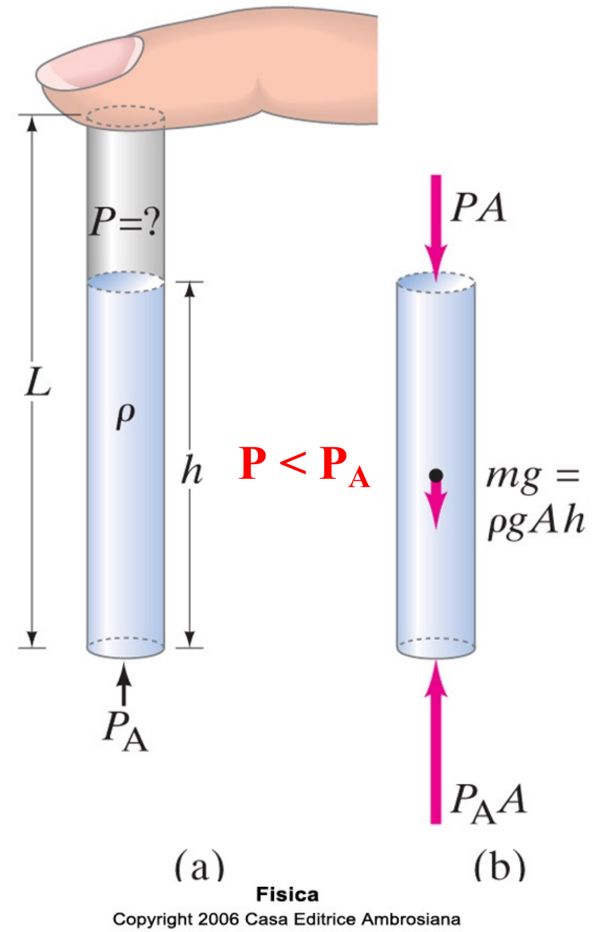


(a)

La Pressione Atmosferica

Esempio concettuale
Inserite una **cannuccia** di lunghezza L in un bicchiere pieno d’acqua e mettete un dito su un’estremità della cannuccia in modo da non farvi entrare o uscire aria, quindi estraete la cannuccia dal liquido: vedrete che la cannuccia trattiene gran parte del liquido. Perchè?

Considerando le **forze agenti** sulla colonna di liquido, si vede che la pressione atmosferica P_A spinge verso l’alto il liquido entrando dal fondo della cannuccia, mentre la gravità e la pressione P dell’aria interna alla cannuccia lo spingono verso il basso. Se il liquido resta in equilibrio è evidentemente perchè **la pressione interna P è minore di quella atmosferica P_A**, dunque la forza esercitata dalla pressione atmosferica **$F_A = P_A A$ sarà maggiore della forza $F = PA$!**
Questo accade perchè, quando inizialmente estraete la cannuccia dal liquido, un po’ d’acqua lascia il fondo della cannuccia, facendo così aumentare il volume della poca aria intrappolata (il vostro dito **non** riesce a realizzare una chiusura ermetica) e riducendo quindi la sua densità e la sua pressione.

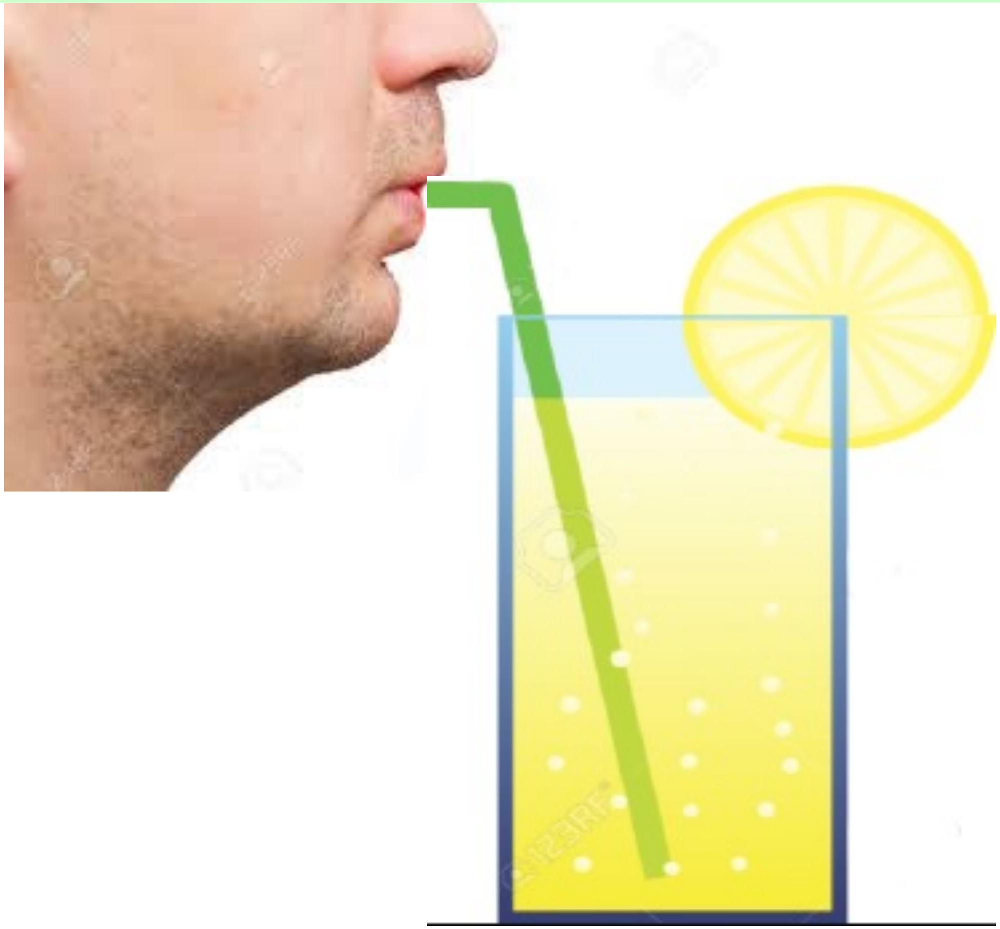


La Pressione Atmosferica

Quesito

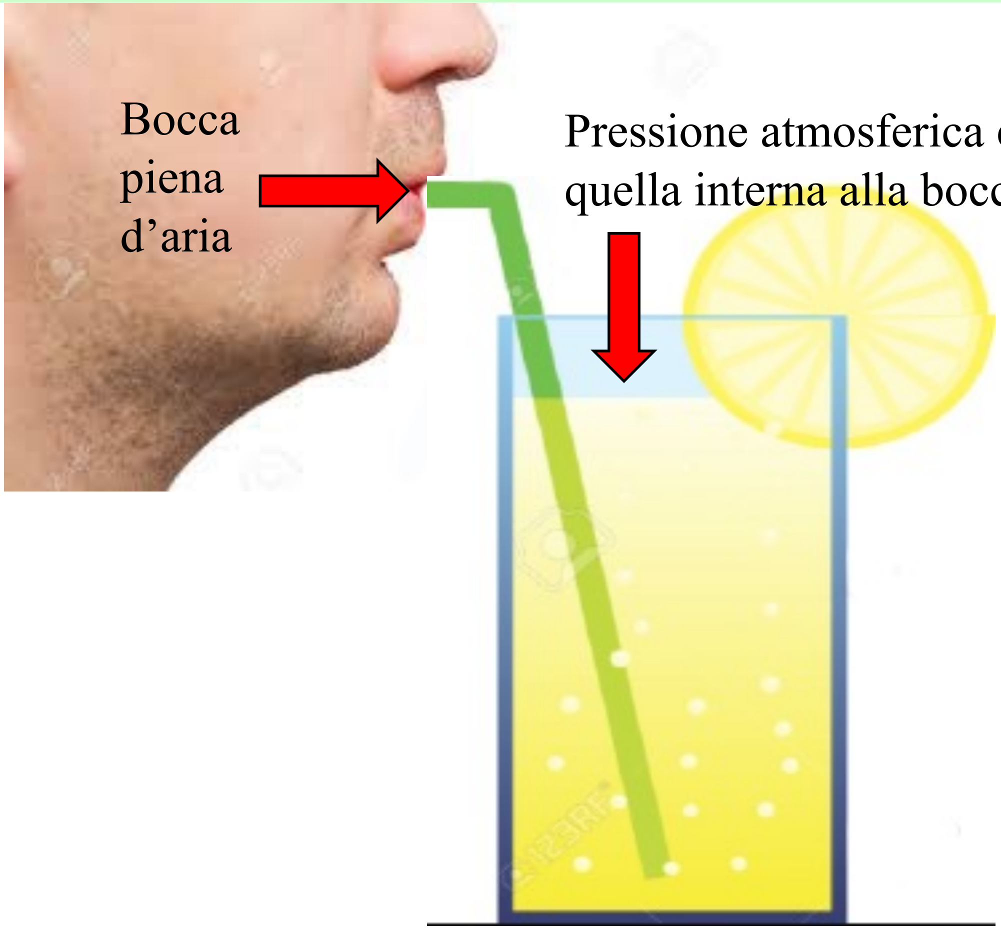
Qual'è il meccanismo che permette di bere una bibita con la **cannuccia**?

Possibili risposte: (a) forza aspirante esercitata sul liquido; (b) forza del vuoto creato nella cannuccia; (c) pressione più alta sul liquido esterno alla cannuccia; (d) altre cause.



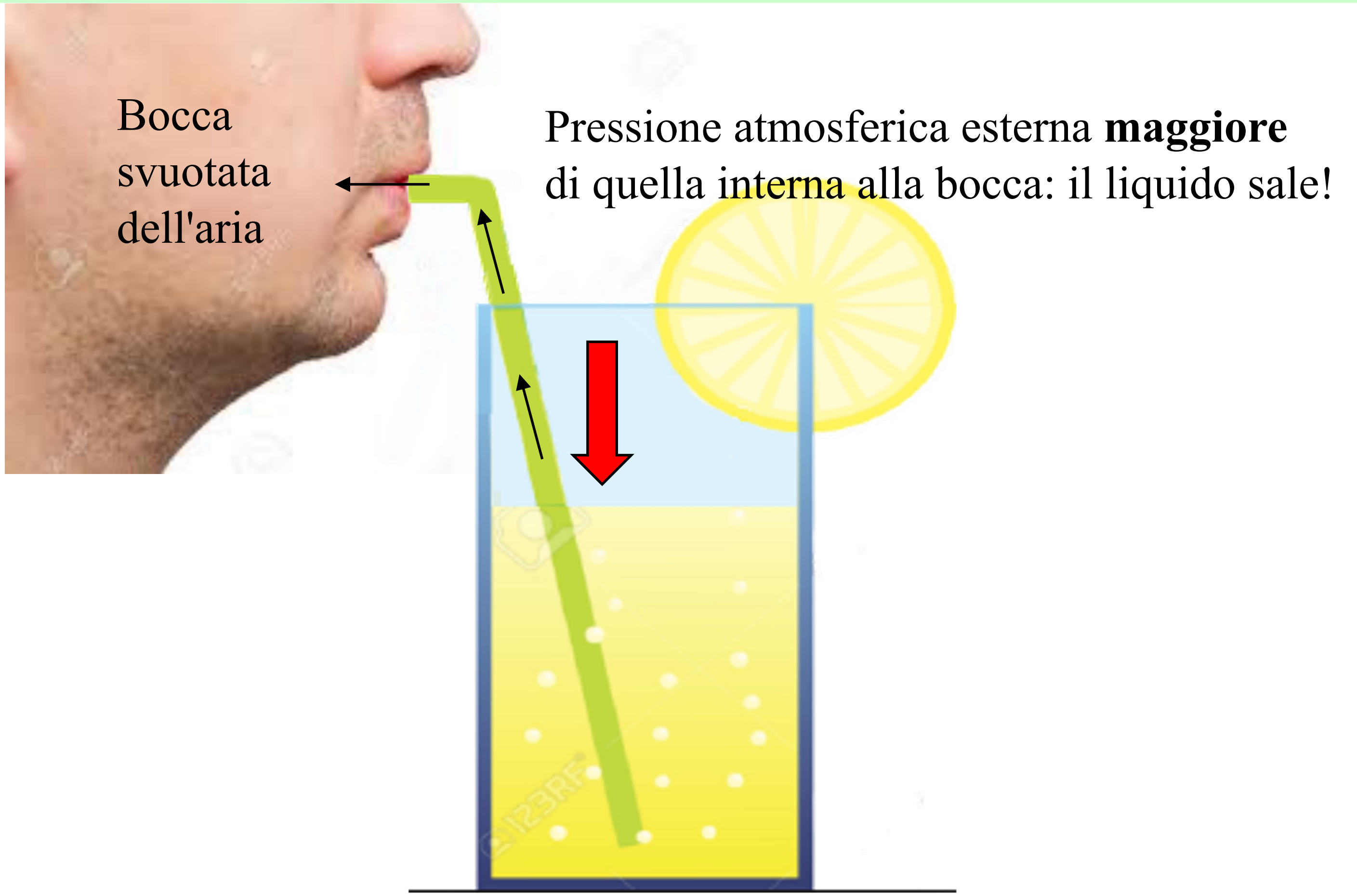
La Pressione Atmosferica

Quesito
Qual'è il meccanismo che permette di bere una bibita con la **cannuccia**?
Possibili risposte: (a) forza aspirante esercitata sul liquido; (b) forza del vuoto creato nella cannuccia; (c) ***pressione più alta sul liquido esterno alla cannuccia****; (d) altre cause.*



La Pressione Atmosferica

Quesito
Qual'è il meccanismo che permette di bere una bibita con la **cannuccia**?
Possibili risposte: (a) forza aspirante esercitata sul liquido; (b) forza del vuoto creato nella cannuccia; (c) ***pressione più alta sul liquido esterno alla cannuccia****; (d) altre cause.*



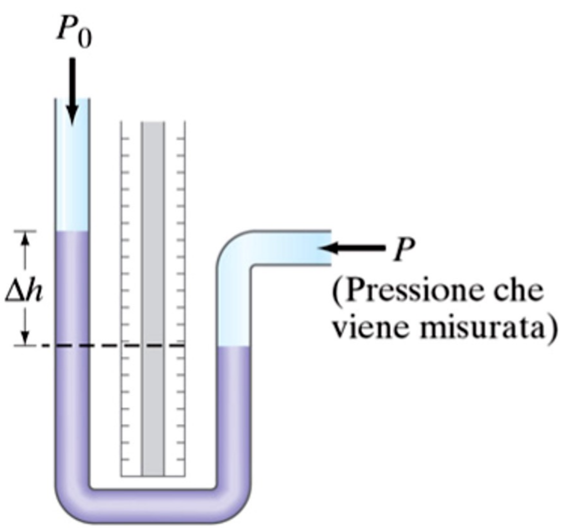
Strumenti di Misura della Pressione

Molteplici sono gli **strumenti di misura** inventati per misurare la pressione. Il più semplice è il **manometro a tubo aperto** (a), con un tubo a U pieno di mercurio o acqua, che per calcolare la pressione P sfrutta la differenza di altezza tra i due livelli del liquido, legati dalla relazione:

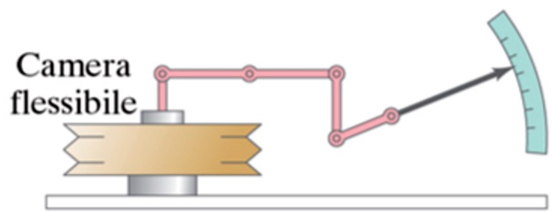
$P = P_0 + \rho g \Delta h$ dove P_0 è la pressione atmosferica e $\rho g \Delta h$ la pressione relativa (Stevino).

Un altro tipo di **manometro** per la misura della pressione relativa è quello detto "**aneroide**" (b), in cui l'indicatore è collegato all'estremità flessibile di una sottile camera metallica in cui è stato fatto il vuoto. Se lo strumento è elettronico, la pressione viene applicata da un diaframma metallico la cui deformazione viene trasformata in misura elettrica.

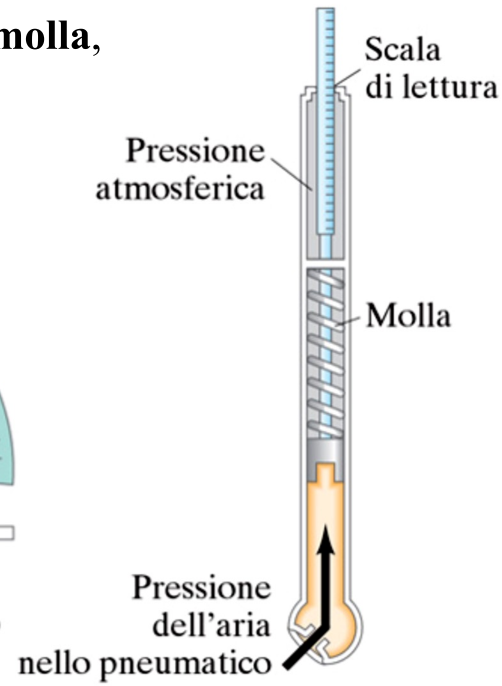
Altri tipi di **manometri** sono quelli **piezoelettrici** oppure quelli a **molla**, come il manometro per misurare la pressione dei pneumatici (c).



(a) Manometro a tubo aperto



(b) Manometro aneroide (usato principalmente per la pressione dell'aria e chiamato in questo caso barometro aneroide)



(c) Manometro per pneumatici

Fattori di Conversione nella Misura della Pressione

A volte, invece di calcolare il prodotto ρgΔh, nei manometri a tubo aperto si specifica semplicemente **l'altezza Δh della colonna di mercurio**. In tal caso le pressioni vengono indicate in "**millimetri di mercurio**" (mmHg), unità di misura che vale:

$$1mmHg = \rho g \Delta h = (13.6 \cdot 10^3 kg/m^3)(9.8m/s^2)(1.0 \cdot 10^{-3} m) = 1.33 \cdot 10^2 N/m^2$$

Evangelista Torricelli (1608-1647)

Questa unità di misura viene chiamata anche "**torr**", in onore di **Evangelista Torricelli**, il celebre allievo di Galileo che per primo inventò il barometro a mercurio per la misura della pressione atmosferica.

TABELLA 10-2 Fattori di conversione fra le diverse unità di misura della pressione

In termini di N/m^2 (Pa)	Relativamente a 1 atm
1 atm = $1.013 \cdot 10^5$ N/m^2	1 atm = $1.013 \cdot 10^5$ N/m^2
= $1.013 \cdot 10^5$ Pa = 101.3 kPa	
1 bar = $1.000 \cdot 10^5$ N/m^2	1 atm = 1.013 bar
1 dyne/cm^2 = 0.1 N/m^2	1 atm = $1.013 \cdot 10^6$ dyne/cm^2
1 cmHg = $1.33 \cdot 10^3$ N/m^2	1 atm = 76 cmHg
1 mmHg = 133 N/m^2	1 atm = 760 mmHg
1 torr = 133 N/m^2	1 atm = 760 torr

L'Esperimento di Torricelli

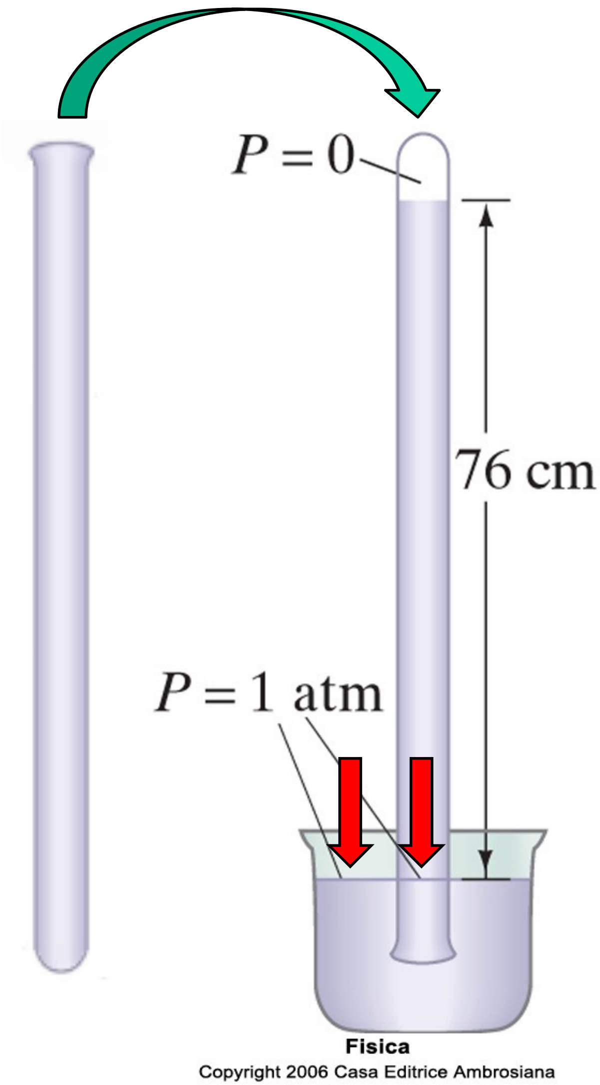
L'esperimento realizzato da Torricelli per misurare la **pressione atmosferica** faceva uso, come si è detto, di un prototipo del **barometro a mercurio** (vedi figura).

Un **tubo di vetro**, completamente riempito di mercurio, viene successivamente immerso capovolto in una vaschetta anch'essa contenente mercurio. Se il tubo è sufficientemente lungo, si osserva che **il livello di mercurio scenderà fino a 76 cm dal livello della vaschetta**, lasciando il vuoto nella parte superiore del tubo.

Questo si può spiegare considerando che la **pressione** esercitata da una colonna di mercurio alta 76cm è **equivalente** alla pressione atmosferica (a livello del mare). Infatti:

$$P = \rho g \Delta h = (13.6 \cdot 10^3 kg/m^3)(9.80 m/s^2)(0.760 m) =$$
$$= 1.013 \cdot 10^5 N/m^2 = 1.00 atm \ (= 76 cmHg)$$

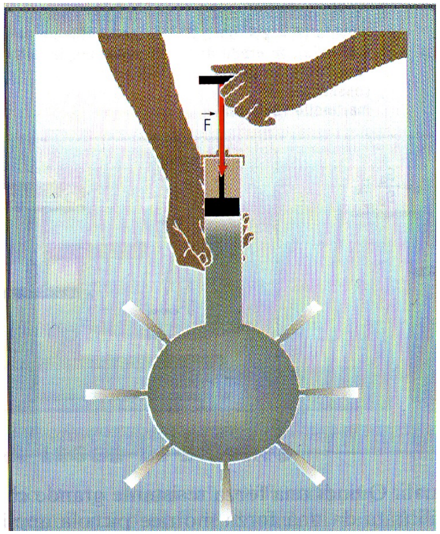
La **scelta del mercurio** ovviamente non è casuale ma è legata all'alta densità ($13.6 * 10^3$ kg/m^3) di questo metallo allo stato liquido. Un esperimento analogo che invece di mercurio utilizzasse **acqua** (la cui densità è invece di 10^3kg/m^3), richiederebbe, per equilibrare la pressione atmosferica, una **colonna d'acqua alta 10.3 m**.

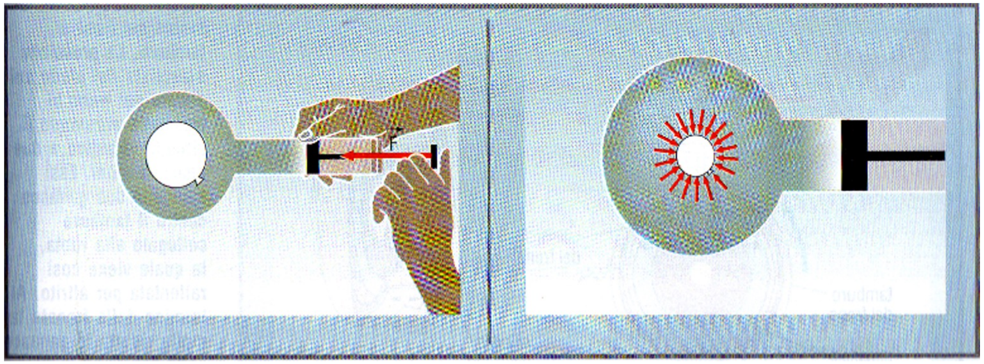


Il Principio di Pascal

Abbiamo visto, quindi, che l'atmosfera terrestre esercita una pressione su tutti gli oggetti con i quali è a contatto, compresi altri fluidi. Questo fenomeno è solo un esempio del più generale **principio di Pascal**, che afferma che *la pressione esercitata su una superficie qualsiasi di un liquido si trasmette con la stessa intensità su ogni altra superficie a contatto con il liquido, indipendentemente da come questa è orientata.*

Nella figura quì accanto vediamo un **esperimento** pratico che evidenzia gli effetti del principio di Pascal. Infatti si vede che la pressione esercitata dal pistone sulla parte superiore del liquido si trasmette al liquido in contatto con la superficie interna del contenitore, il quale produce a sua volta un aumento di pressione che genera una forza perpendicolare alla superficie stessa (come si vede dalla direzione dell'acqua che zampilla fuori da eventuali fori praticati sul contenitore).





In quest'altra figura vediamo invece come la pressione esercitata dal pistone agisca uniformemente sulla superficie di un **palloncino** immerso nel liquido del contenitore: il palloncino tende quindi a rimpicciolirsi ma senza cambiare forma!

Il Torchio Idraulico

Il **principio di Pascal** trova applicazione in molti dispositivi sperimentali, di cui uno dei più utilizzati è il **martinetto (torchio) idraulico**, un oggetto adoperato nelle officine per sollevare le automobili. Esso è costituito da due **pistoni** comunicanti e pieni di liquido che permettono di trasformare una piccola forza in una forza maggiore se l'area A_{out} del pistone di uscita è più grande di quella A_{in} del pistone di ingresso (assumendo che i due pistoni siano approssimativamente alla stessa altezza).

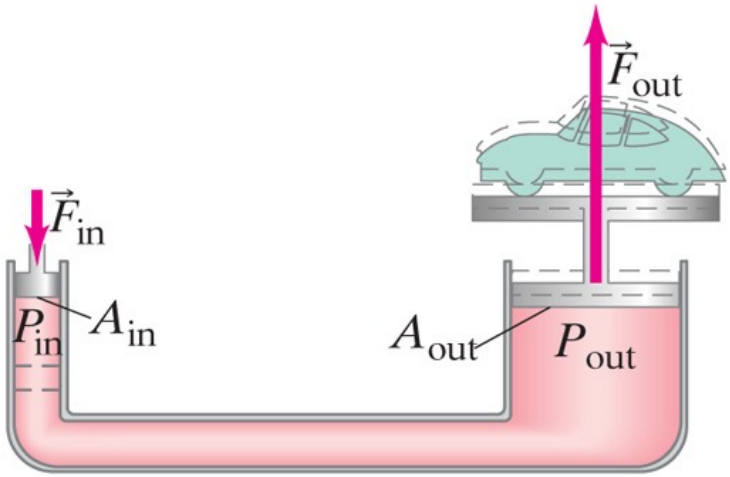
Infatti, per il principio di Pascal, la forza esterna in ingresso F_{in} produce lo stesso incremento di pressione ovunque sul liquido, cosicchè si avrà:

$$P_{out} = P_{in} \quad \rightarrow \quad \frac{F_{out}}{A_{out}} = \frac{F_{in}}{A_{in}} \quad \rightarrow \quad \frac{F_{out}}{F_{in}} = \frac{A_{out}}{A_{in}}$$

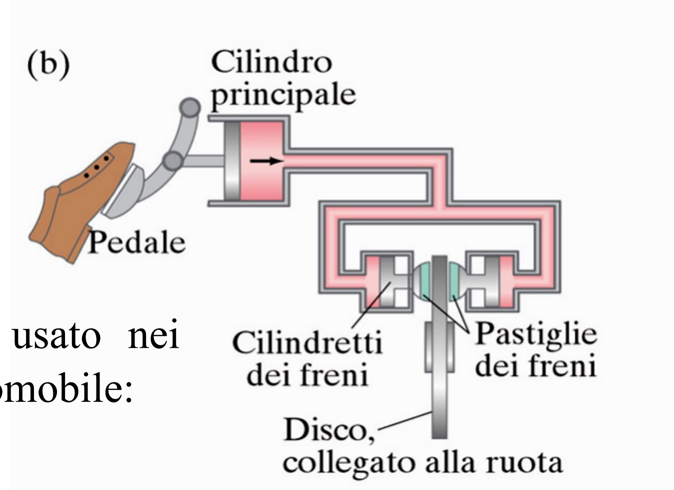
dove la quantità F_{out} / F_{in} è chiamata **vantaggio meccanico** del martinetto idraulico ed è pari al rapporto tra le aree. Se ad esempio:

$$A_{out} = 20 A_{in} \quad \rightarrow \quad F_{out} = 20 F_{in}$$

quindi con una forza di 100kg si potrà sollevare un'automobile di 2000kg!

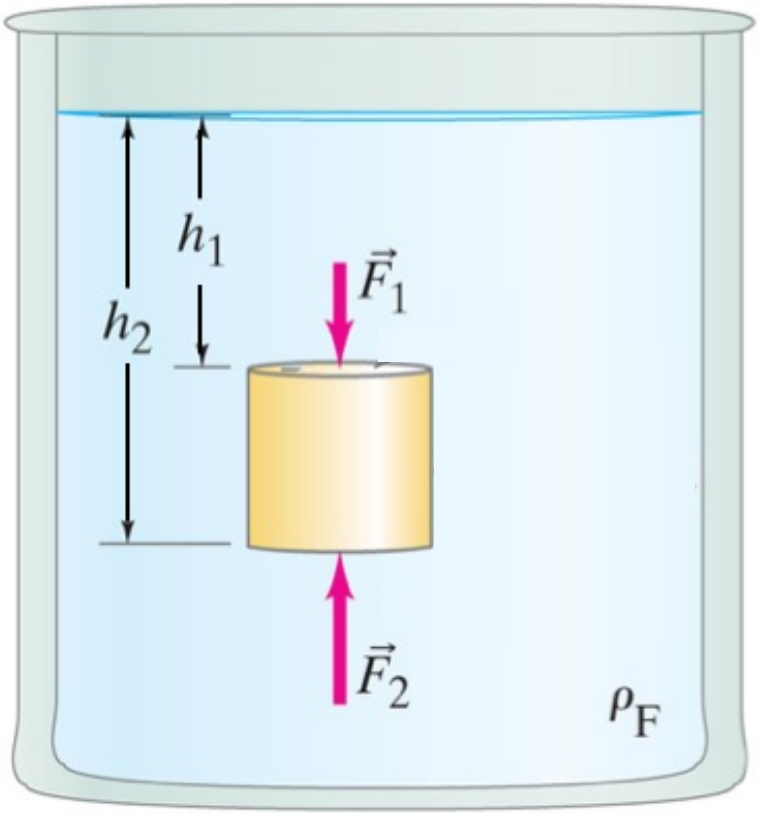


Lo stesso principio è usato nei freni idraulici di un'automobile:



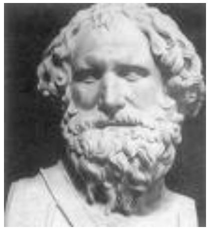
Galleggiamento e Principio di Archimede

Abbiamo visto che, per la **legge di Stevino**, la pressione in un fluido aumenta con la profondità, quindi la *pressione verso l'alto* sulla superficie inferiore di un oggetto immerso nel fluido (ad esempio il cilindro in figura) è maggiore della *pressione verso il basso* agente sulla superficie superiore. A parità di superficie, dunque, la forza F_2 esercitata dal basso verso l'alto è maggiore della forza opposta F_1: la **risultante** delle due forze sarà quindi rivolta verso l'alto!



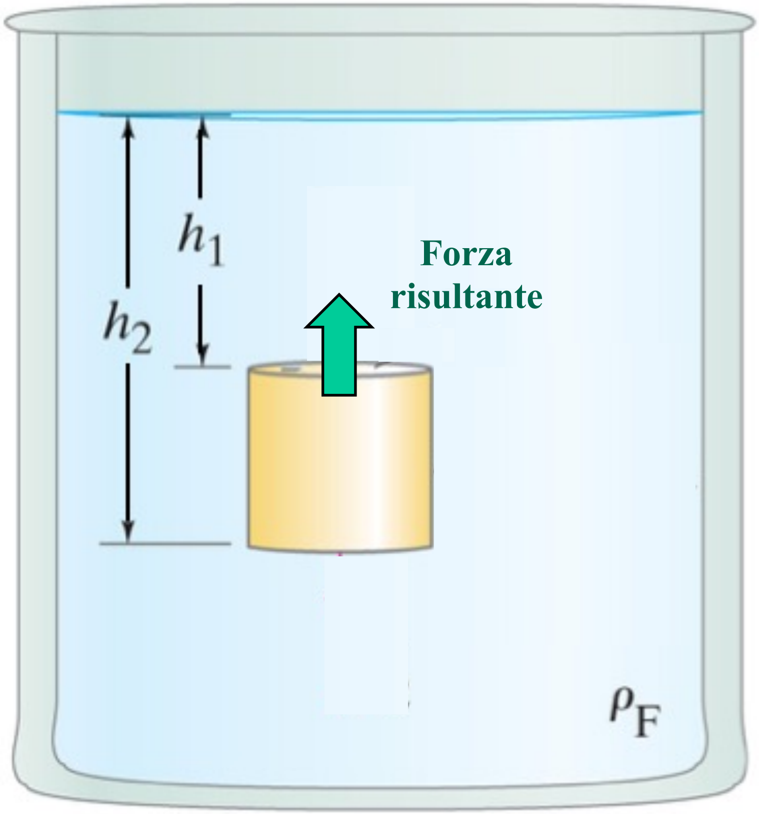
Fisica

Galleggiamento e Principio di Archimede



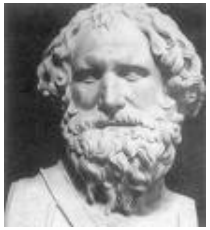
Archimede
(287-212 a.C.)

Archimede fu il primo a capire che questa differenza di pressione (e la forza da essa risultante) era alla base della spinta diretta verso l'alto che si esercita sui corpi quando sono immersi in un fluido e che in certi casi li fa "galleggiare".



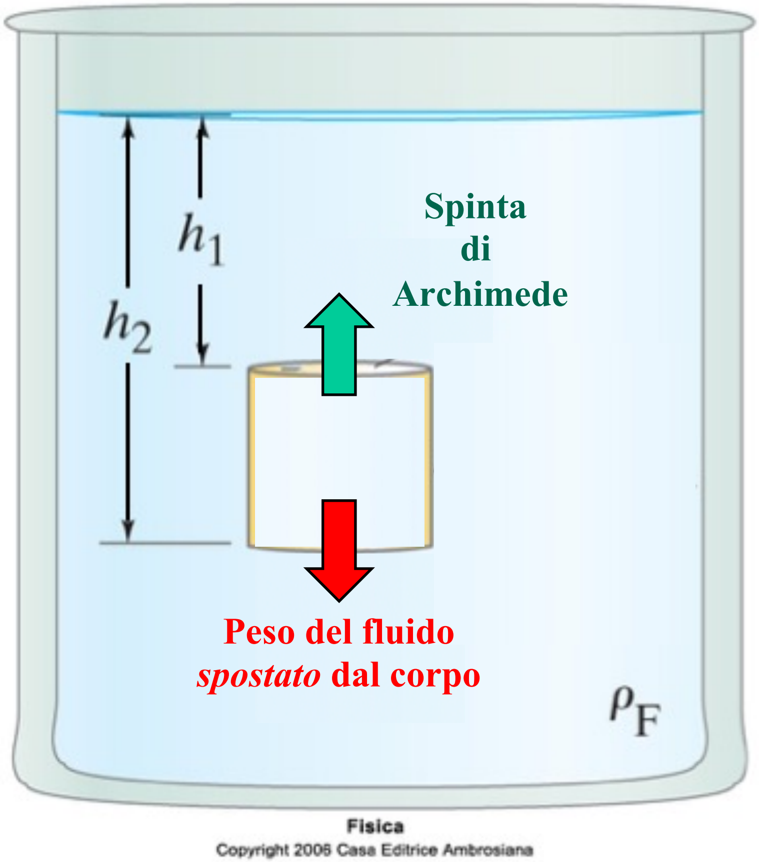
Fisica

Galleggiamento e Principio di Archimede



Archimede
(287-212 a.C.)

Archimede fu il primo a capire che questa differenza di pressione (e la forza da essa risultante) era alla base della spinta diretta verso l'alto che si esercita sui corpi quando sono immersi in un fluido e che in certi casi li fa "galleggiare".
Dimostrò inoltre che **un corpo immerso in un fluido riceve una spinta verso l'alto pari (in modulo) al peso del fluido spostato (Principio di Archimede).**



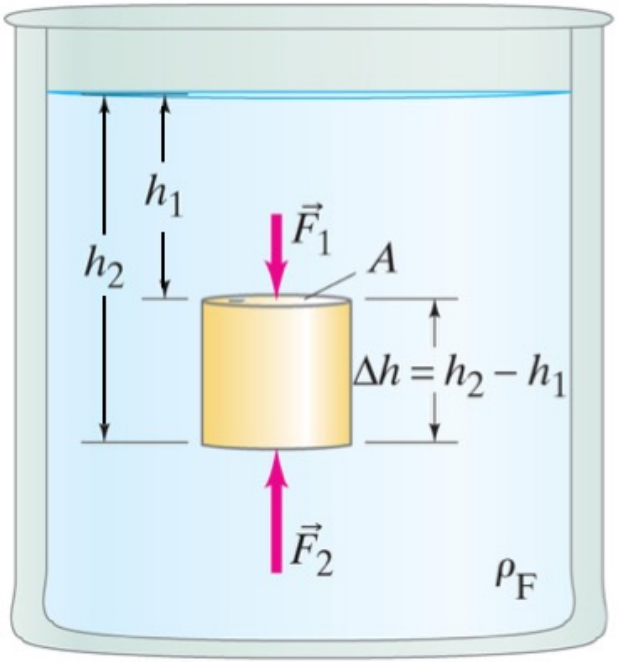
Proviamo a dimostrare che è davvero così…

Galleggiamento e Principio di Archimede

Supponiamo dunque che il cilindro in figura abbia un'altezza Δh e una superficie di base di area A, e che sia **completamente immerso** in un liquido di densità ρ_F. La pressione P_1 che il fluido esercita sulla superficie superiore del cilindro darà luogo ad una forza $F_1 = P_1 A = \rho_F\, g\, h_1 A$, mentre la pressione P_2 sulla superficie inferiore produrrà una forza $F_2 = P_2 A = \rho_F\, g\, h_2 A > F_1$, da cui la forza risultante dovuta alla pressione del liquido, detta anche **spinta di Archimede**, sarà diretta verso l'alto e avrà una intensità:

$$F_A = F_2 - F_1 = \rho_F g A(h_2 - h_1) = \rho_F g(A\Delta h) = \rho_F V g = m_F g$$

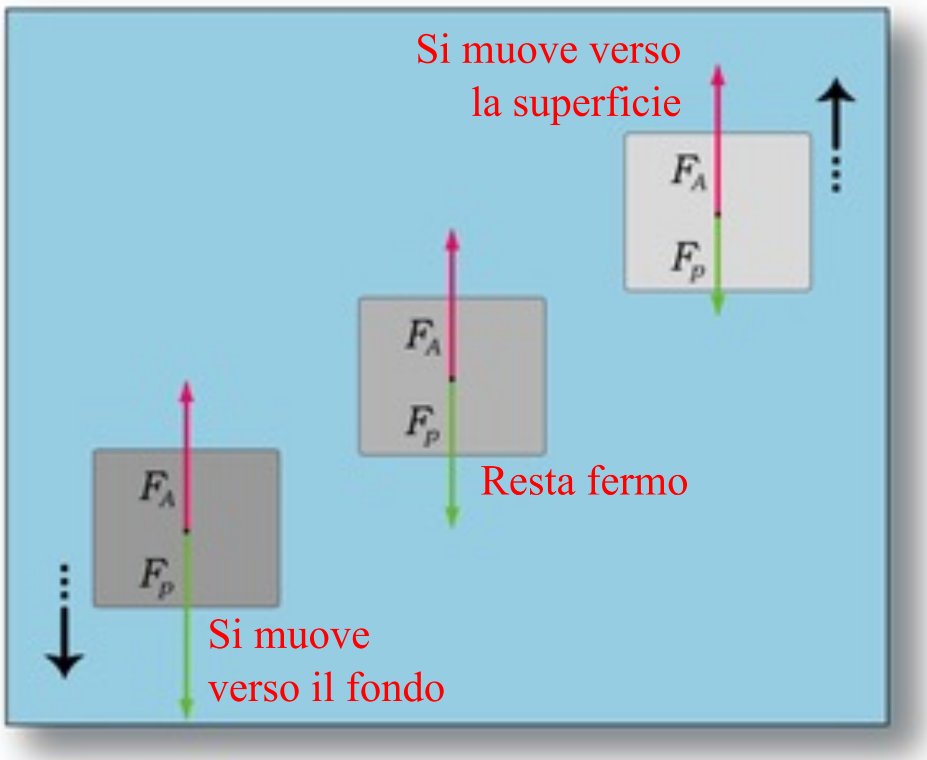
che risulta appunto pari al **peso del fluido spostato dal cilindro** (dato dalla massa del fluido $m_F = \rho_F V$ per l'accelerazione di gravità g; ovviamente $V = A\Delta h$ è il volume del cilindro).

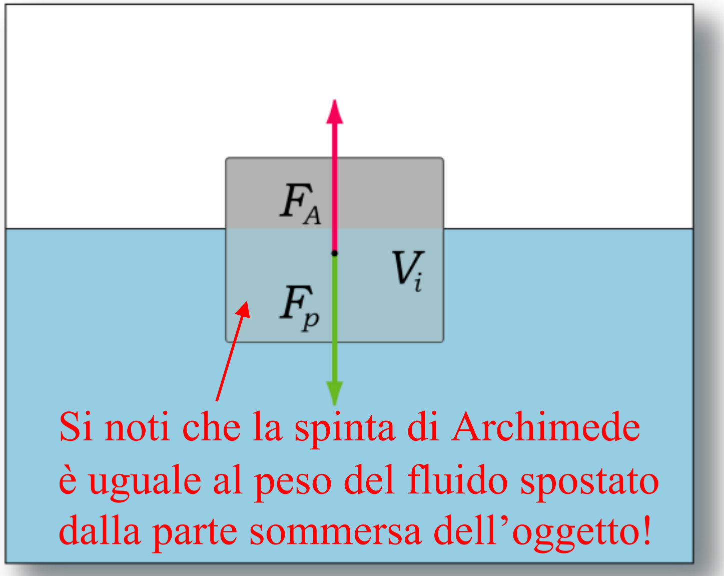


Fisica

Galleggiamento e Principio di Archimede

Il **principio di Archimede** è alla base, come già detto, anche del fenomeno del **galleggiamento**. E' evidente infatti che su qualunque oggetto immerso in un fluido agiscono sempre due forze: **la sua forza peso**, che lo spinge verso il basso, e la **spinta di Archimede**, diretta verso l'alto e uguale al peso del fluido spostato. Il galleggiamento indica, dunque, un **equilibrio** tra queste due forze. Dimostreremo adesso che, in generale, *un oggetto galleggia in un fluido se la sua densità è minore di quella del fluido*.

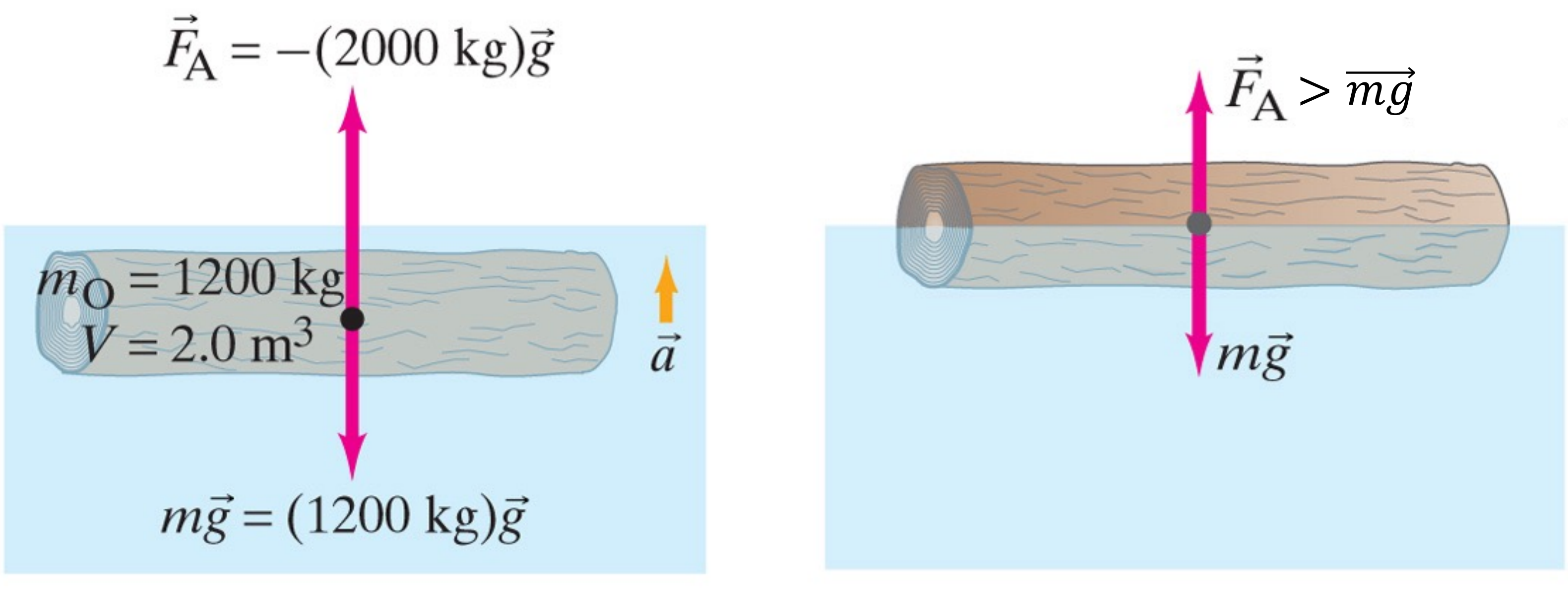




Galleggiamento e Principio di Archimede

Nella figura (a) vediamo un **tronco di legno** di densità relativa (rispetto all'acqua) ρ_R=0.60 **completamente immerso** nell'acqua, il quale subisce una spinta di Archimede F_A verso l'alto pari al peso del liquido spostato. Considerato che il volume del tronco è V=2.0 m^3 si trova subito la sua massa $m=\rho_0 V=\rho_R \rho_{acq} V=(0.60 * 10^3 kg/m^3)(2.0 m^3)=1200 kg$, mentre la massa dell'acqua spostata sarà $m_{acq}=\rho_{acq} V=(10^3 kg/m^3)(2.0 m^3)=2000 kg$.

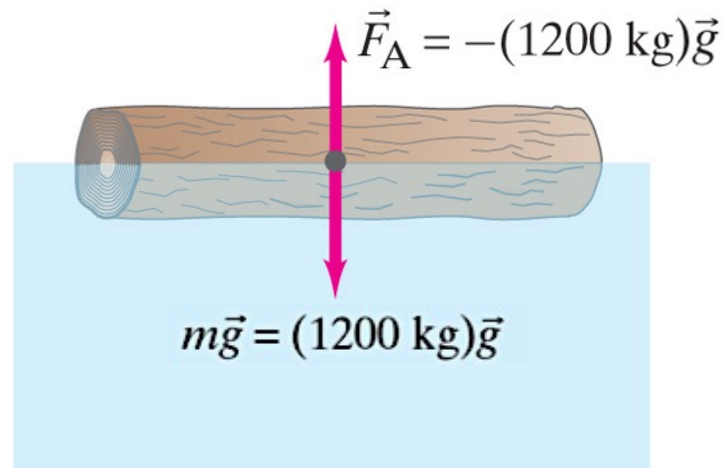
Dunque la **spinta di Archimede** $F_A = m_{acq} g$ è **maggiore** del peso mg del tronco, e di conseguenza quest'ultimo verrà spostato verso l'alto, in direzione della superficie; a un certo punto (b) una parte del tronco comincerà a fuoriuscire dall'acqua, ma finché il peso della massa d'acqua spostata dalla parte ancora sommersa, pur diminuendo, resterà maggiore del peso del tronco, quest'ultimo continuerà a salire...



(a) (b)

Galleggiamento e Principio di Archimede

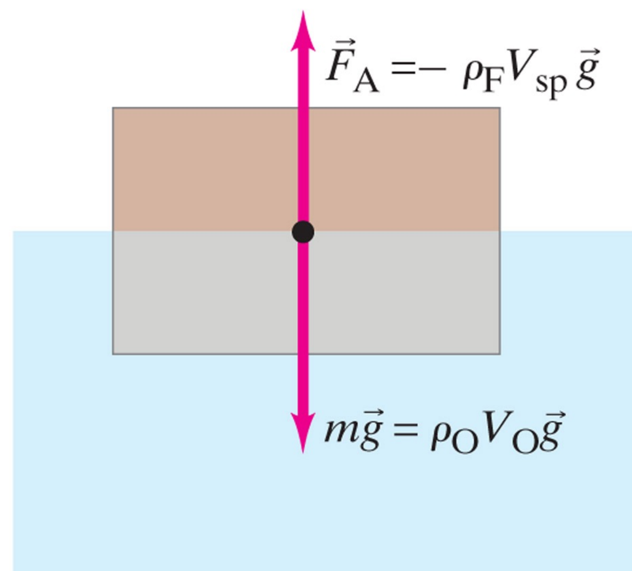
Il tronco si fermerà (condizione di equilibrio: $F_A = mg$) quando sposterà esattamente 1200 kg d'acqua, cioè (poichè 1 m^3 d'acqua ha una massa di 1000 kg) quando solo 1.2 m^3 del suo volume saranno sommersi, che corrispondono al 60% del volume complessivo V_0 (che era di 2.0 m^3): questo significa che la parte V_{sp} di volume del tronco che sposta il fluido in cui è immersa è V_{sp} = 0.6 V, dove il fattore 0.6 non è altro che la densità relativa ρ_R del legno rispetto all'acqua.



In generale, quindi, possiamo dire che la **condizione di galleggiamento** $F_A = mg$ di un oggetto di massa m, densità ρ_0, volume complessivo V_0 e volume sommerso V_{sp}, in un fluido di densità ρ_F, si può agevolmente tradurre in una **condizione sulle densità**:

$$F_A = mg \;\rightarrow\; \rho_F V_{sp} g = \rho_0 V_0 g \;\rightarrow\; \frac{V_{sp}}{V_0} = \frac{\rho_0}{\rho_F}$$

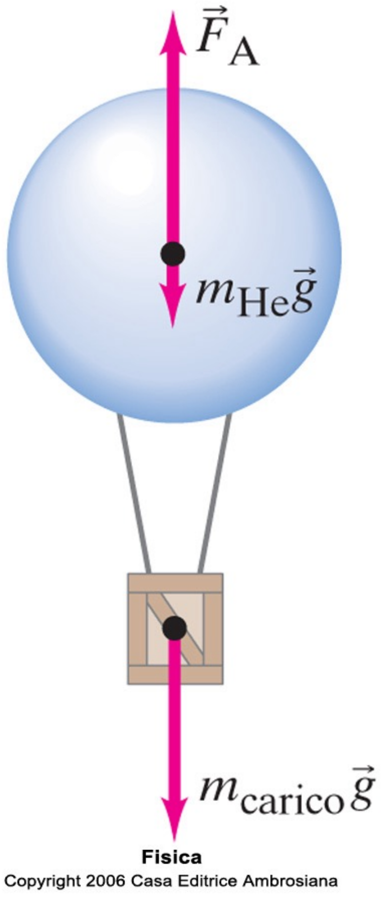
cioè *la percentuale dell'oggetto che resta immersa nel fluido è data dal rapporto tra la densità dell'oggetto e quella del fluido*. Se, come in questo caso, il fluido è l'acqua, tale percentuale è uguale alla densità relativa.



Galleggiamento e Principio di Archimede

Sappiamo che anche **l'aria** è un fluido e come tale anch'essa eserciterà quindi una **spinta di Archimede**, quindi gli oggetti comuni peseranno meno nell'aria che nel vuoto. Poichè però la densità dell'aria è piccola il suo effetto sugli oggetti solidi è minimo. Viceversa, tale effetto diventa macroscopico su oggetti quali ad esempio i **palloni pieni di elio**, poichè la densità dell'elio (0.179 kg/m^3) è minore di quella dell'aria.

Esercizio
Quale volume V di elio è necessario per mantenere in aria (cioè in galleggiamento) un **pallone aerostatico** che deve sostenere una massa di 180 kg (inclusa quella del pallone vuoto)?



Soluzione
La spinta di Archimede F_A sul pallone, pari al peso dell'aria spostata, deve essere almeno uguale al peso dell'elio più quello del pallone e del carico, cioè:

$$F_A = (m_{He} + 180kg)g$$

che può essere riscritta in termini di densità:

$$\rho_{aria} V g = (\rho_{He} V + 180kg)g$$

e dunque:

$$V = \frac{180kg}{\rho_{aria} - \rho_{He}} = \frac{180kg}{(1.29kg/m^3 - 0.179kg/m^3)} = 160m^3$$