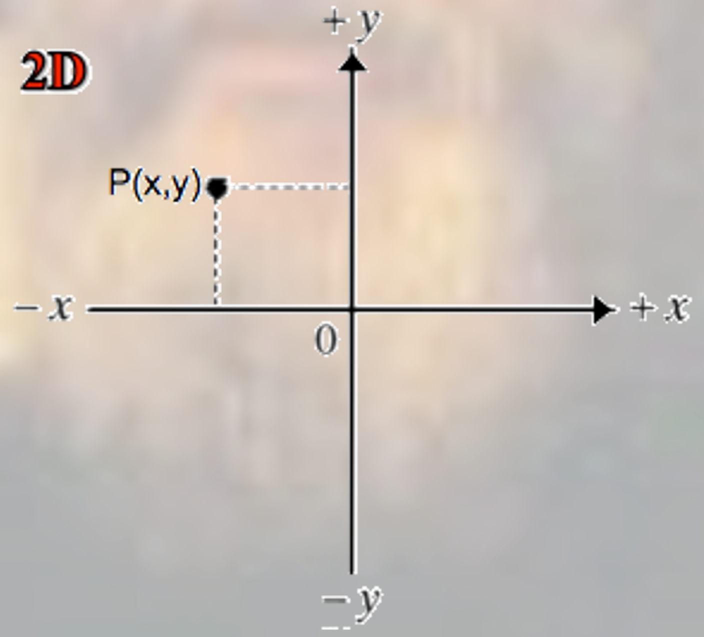
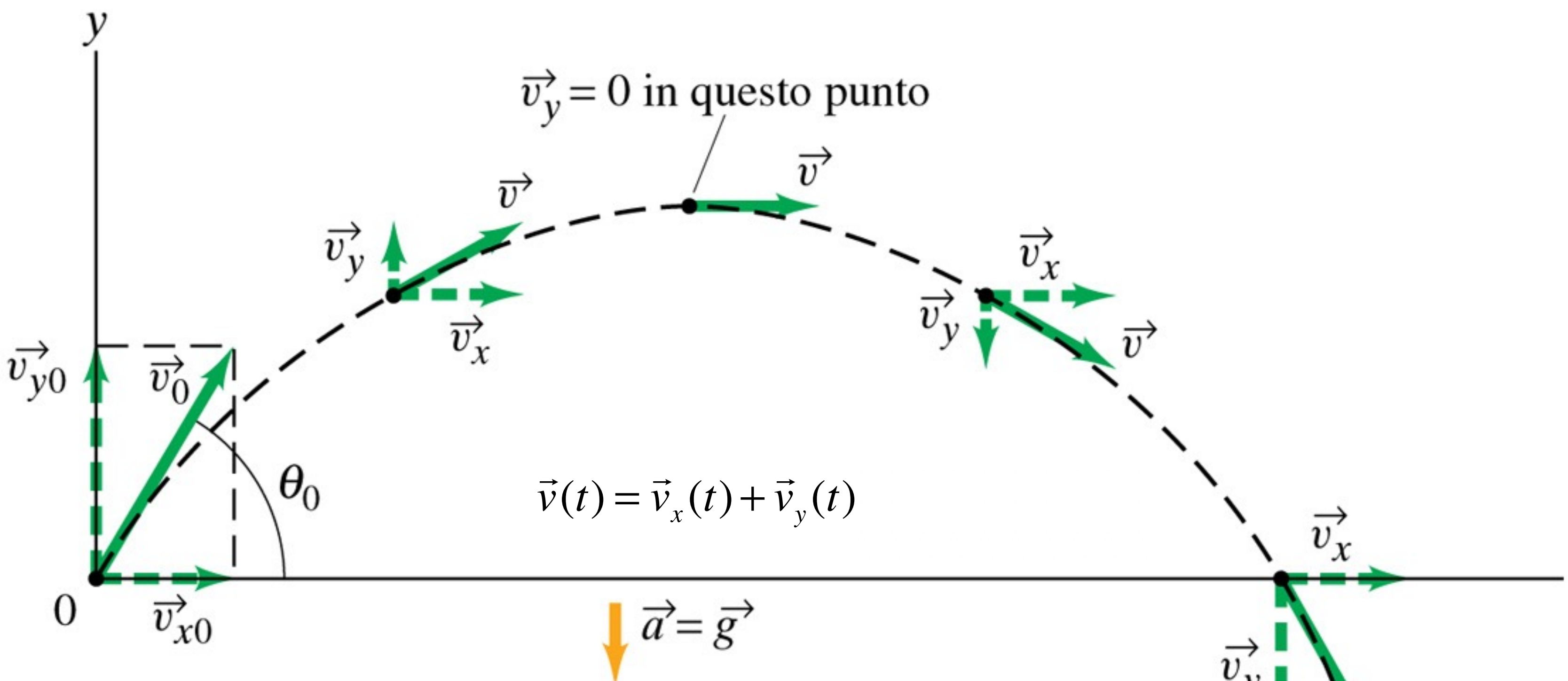
LA CINEMATICA in DUE DIMENSIONI

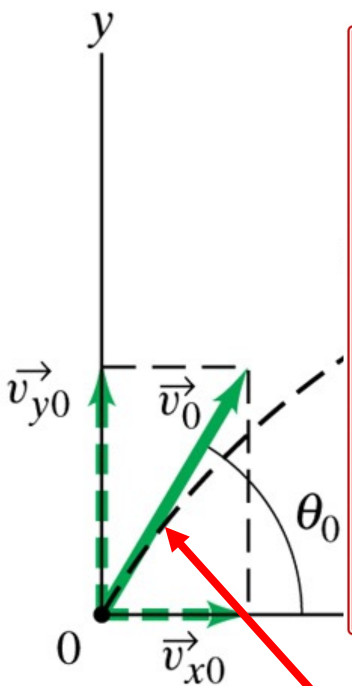


Moto di un proiettile in due dimensioni: Esempio



Se l'oggetto è lanciato a partire dall'origine, come nell'esempio precedente, ma stavolta con un certo **angolo iniziale** $\boldsymbol{\theta_0}$ positivo e minore di 90°, l'analisi è simile a quella già vista ma qui è presente anche una **componente verticale positiva** della velocità $v_{y0} > 0$ che a causa della gravità decresce uniformemente fino ad annullarsi quando l'oggetto raggiunge il punto più alto della traiettoria, dopodiché cresce nuovamente in modulo ma con verso opposto. La **componente orizzontale** v_{x0} resta invece costante come nell'esempio precedente. La traiettoria complessiva è adesso una **parabola** completa.

Esercizi sul moto di un proiettile in due dimensioni



Equazioni del moto di un proiettile in 2 dim. ($a_x = 0$, $a_y = -g = \text{cost}$)

moto orizzontale (uniforme $a_x=0$, $v_x=\text{cost.}$)

(I-x) $v_x = v_{x0}$

(II-x) $x = x_0 + v_{x0}t$

moto verticale (unif.accel. $a_y = -g$)

(I-y) $v_y = v_{y0} - gt$

(II-y) $y = y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$

(III-y) $v_y{}^2 = v_{y0}{}^2 - 2g(y - y_0)$

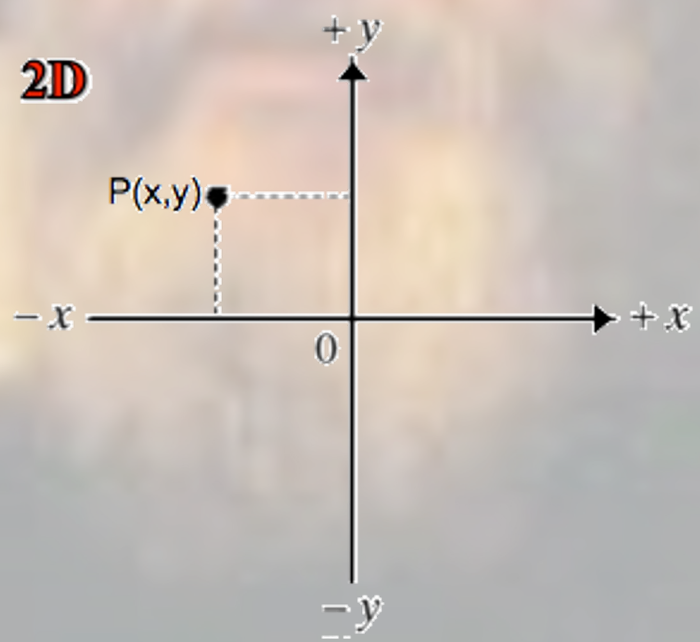
Velocità vettoriale iniziale:

$$\vec{v}_0 = \vec{v}_{x0} + \vec{v}_{y0}$$

Componenti:

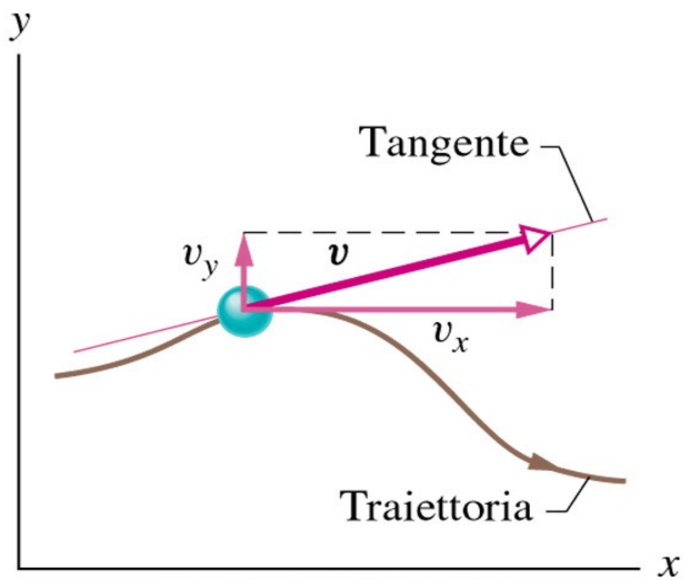
$$v_{x0} = v_0 \cos\theta_0;\ v_{y0} = v_0 sen\theta_0$$

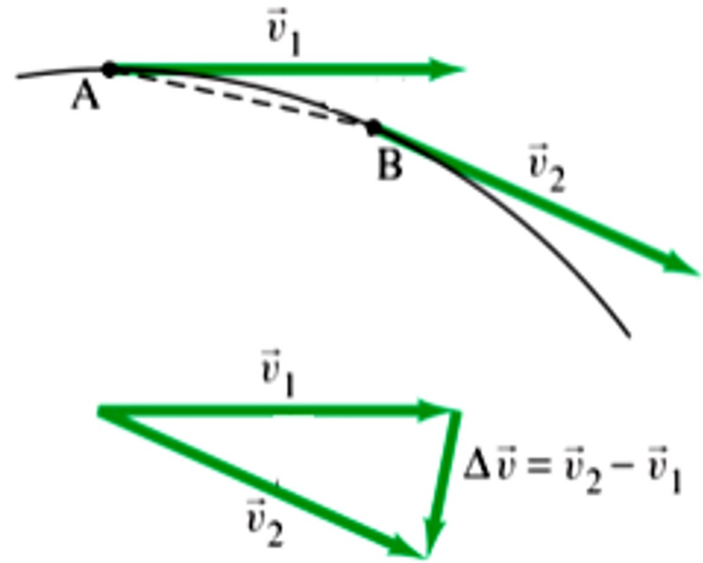
CINEMATICA del Moto Circolare Uniforme



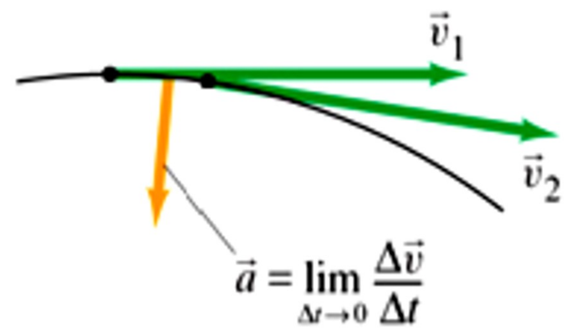
Velocità e Accelerazione in due dimensioni

Abbiamo visto che, in due dimensioni, la **velocità vettoriale istantanea** è sempre **tangente** in ogni punto alla traiettoria del punto materiale in movimento. Dunque, su **traiettorie curve**, il vettore velocità cambia continuamente direzione durante il moto del corpo considerato.

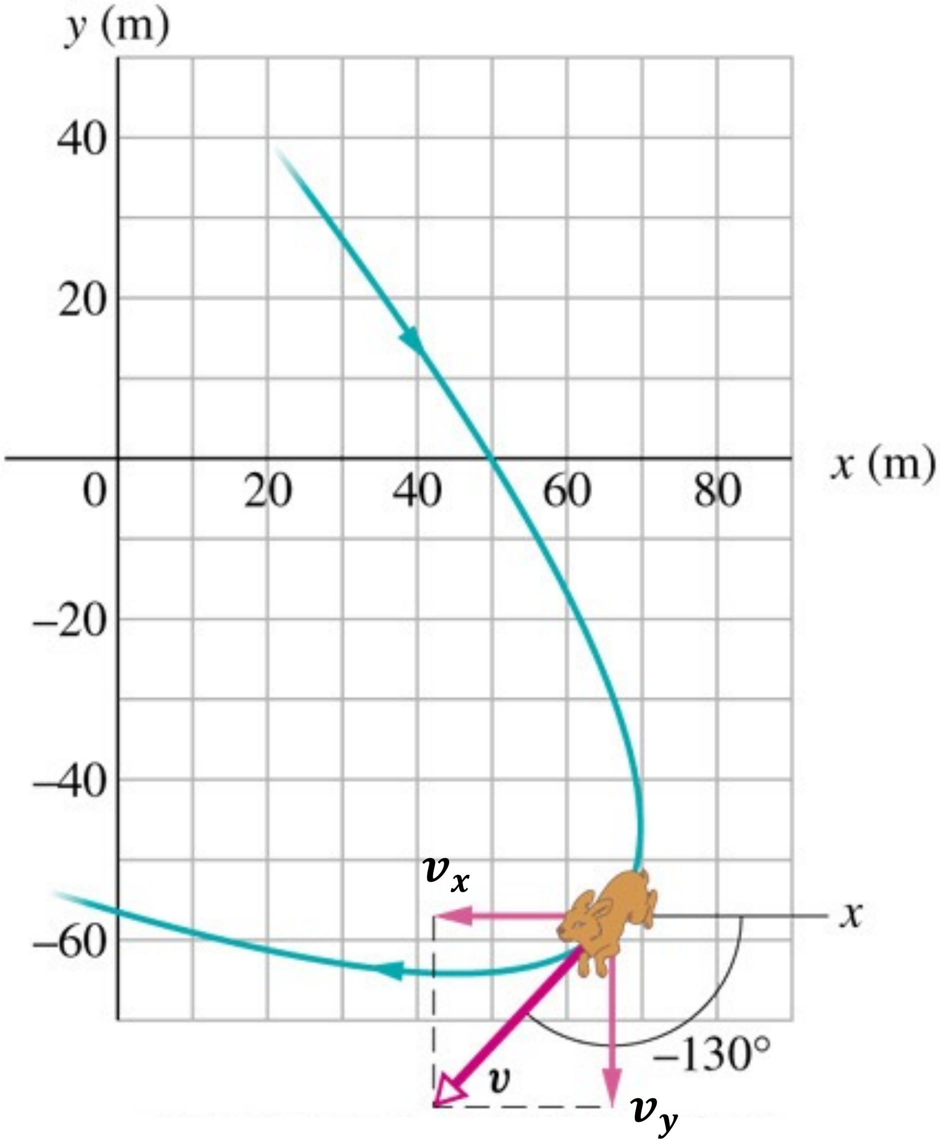


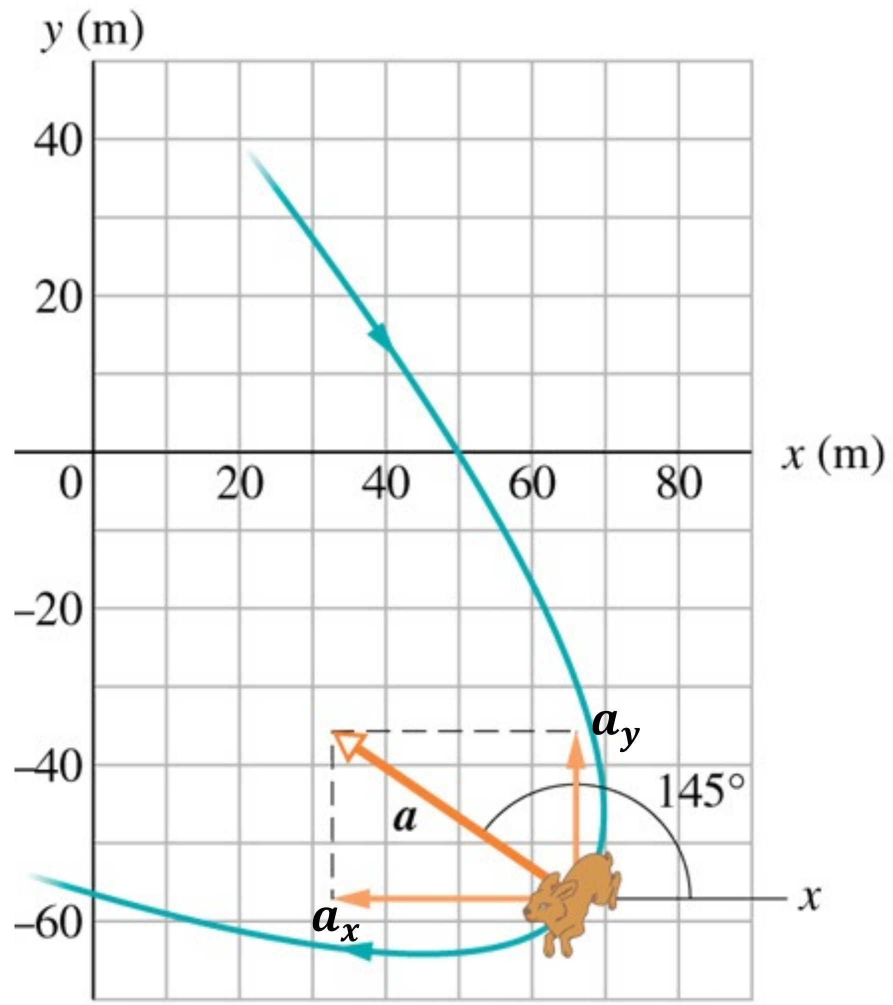


Questo cambiamento di direzione della velocità è causato da **un'accelerazione vettoriale istantanea** che risulta essere rappresentata da un vettore **perpendicolare alla velocità e diretto sempre verso l'interno della curva**.

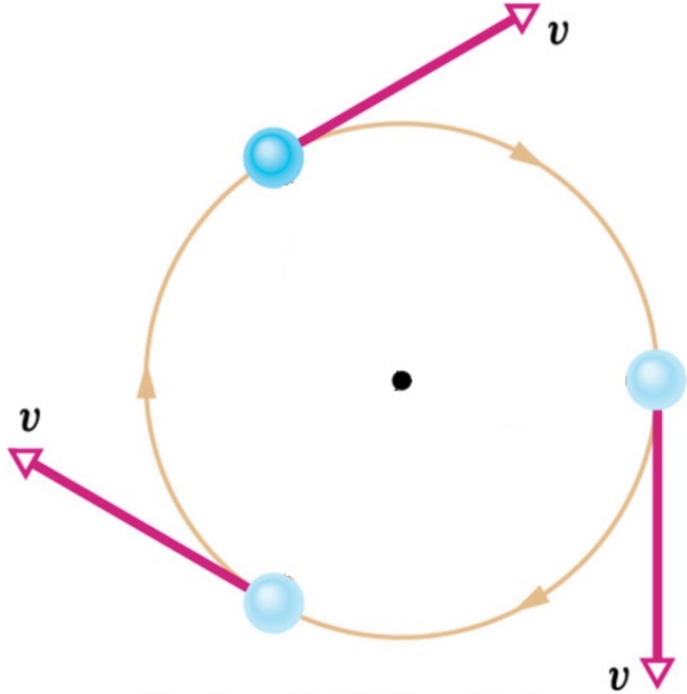


Velocità e Accelerazione in due dimensioni



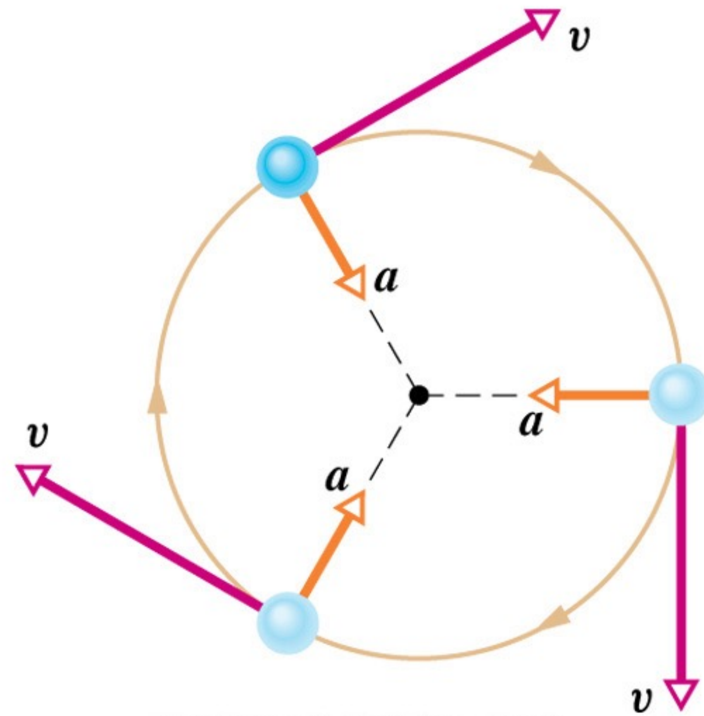


Moto circolare uniforme



Un oggetto (particella) si definisce in **moto circolare uniforme** se si muove lungo una circonferenza con una velocità scalare costante *v*.
Poichè il **vettore velocità *v*** è tangente in ogni punto alla traiettoria, **anche se il suo modulo resta costante** (e pari appunto alla velocità scalare *v*) **la sua direzione cambia ad ogni istante!**

Questo cambiamento uniforme di direzione del **vettore velocità** deve essere prodotto, come abbiamo visto, da una **accelerazione vettoriale** costante, perpendicolare in ogni punto al vettore della velocità istantanea: dunque, in questo caso, il vettore accelerazione sarà diretto verso il centro del cerchio considerato, per cui si parla di **accelerazione centripeta**.



Accelerazione Centripeta

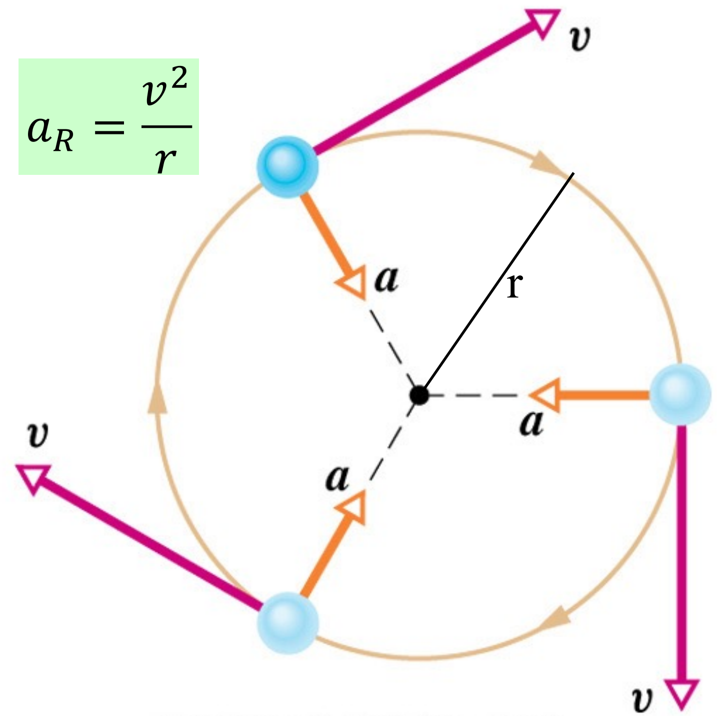
Si può dimostrare che *per un oggetto che si muove lungo una circonferenza di raggio r, con velocità scalare costante v, l'accelerazione centripeta – costante e diretta verso il centro del cerchio – ha* ***modulo*** $\mathbf{a_R = v^2 / r}$ **.**

Osservazioni

1) Nel moto circolare uniforme i vettori velocità e accelerazione sono **perpendicolari** tra di loro in ogni punto della traiettoria: questo è un ulteriore esempio che illustra l'errore che si compie pensando che velocità e accelerazione debbano avere sempre la stessa direzione.

2) Non sorprende il fatto che il **modulo** dell'accelerazione centripeta sia *direttamente proporzionale* a *v* (al quadrato) e *inversamente proporzionale* a r: infatti, maggiore è la velocità scalare *v*, più rapidamente il vettore velocità cambia direzione, mentre all'aumentare del raggio questo cambiamento di direzione avviene sempre più lentamente.

$$a_R = \frac{v^2}{r}$$



Periodo e frequenza nel moto circolare uniforme

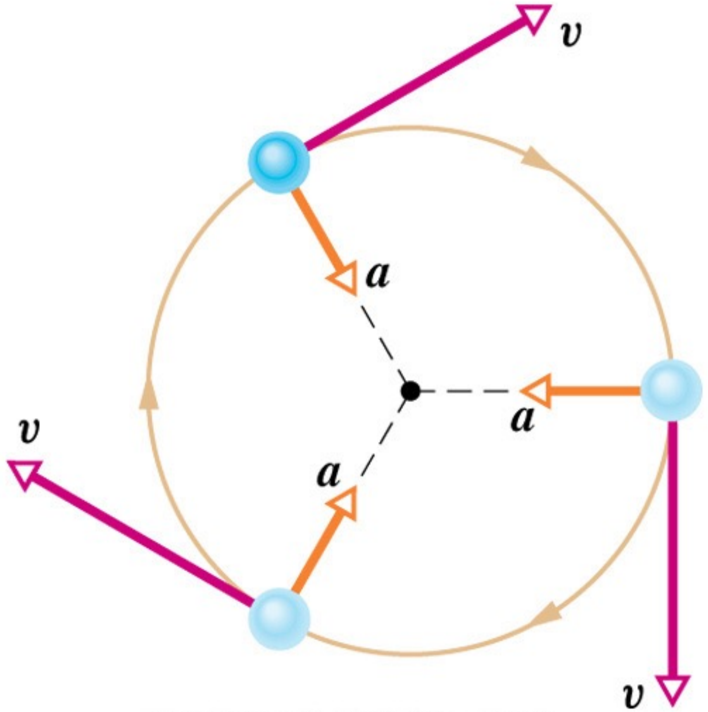
Il moto circolare uniforme è spesso descritto in termini di **frequenza** *f*, intesa come numero di giri al secondo (Hertz) compiuti dall'oggetto che ruota, e di **periodo** T, che rappresenta invece il tempo necessario affinchè l'oggetto compia un giro completo della circonferenza.

Periodo e frequenza sono legati dall'ovvia relazione: $T = \frac{1}{f}$

Se infatti, ad esempio, l'oggetto ruota con una frequenza di 3Hz (cioè di 3 giri al secondo, o 3 s^{-1}), il suo periodo sarà evidentemente pari a 1/3 s.

Osserviamo inoltre che per un oggetto che ruoti a velocità scalare costante su una circonferenza di lunghezza $C = 2\pi r$, la **velocità scalare** *v* sarà legata al periodo di rotazione *T* o alla frequenza *f* dalla importante relazione:

$$v = \frac{C}{\Delta t} = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f$$



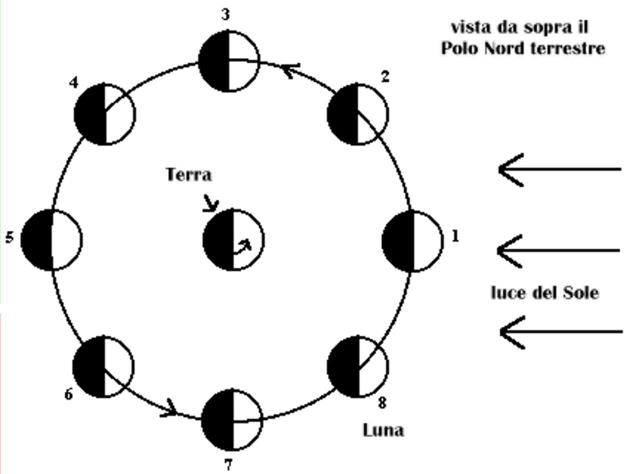
Fondamenti di Fisica - 6° ed.

YouTube IT https://www.youtube.com/watch?v=tgZ1O5wbL6E

Il moto circolare uniforme

Accelerazione centripeta della Luna

Esempio
La Luna gira attorno alla Terra seguendo una traiettoria (orbita) approssimativamente circolare con un raggio di circa 384.000 km, e impiega un tempo T=27.3 giorni (periodo) a percorrere un'orbita completa a velocità scalare uniforme.
Determinare l'accelerazione della Luna rispetto alla Terra.



Suggerimento
Occorre servirsi della velocità di rotazione *v*, convertendo le grandezze disponibili in unità del Sistema Internazionale (SI).

La **lunghezza** dell'orbita lunare è pari a $C = 2\pi r, \quad con \quad r = 3.84 \cdot 10^8 m$

Il **periodo** di rotazione, espresso in secondi, è $T = (27.3 giorni)\dfrac{24.0h}{giorno}\dfrac{3600s}{h} = 2.36 \cdot 10^6 s$

Dunque, essendo la velocità scalare di rotazione $v = 2\pi r/T$, avremo una **accelerazione centripeta** di modulo pari a :

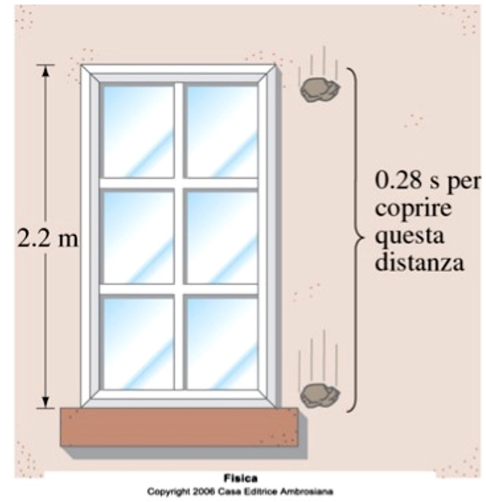
$$a_R = \frac{v^2}{r} = \frac{(2\pi r)^2}{T^2 r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{4\pi^2(3.84 \cdot 10^8 m)}{(2.36 \cdot 10^6 s)^2} = 0.00272 \quad m/s^2 = 2.72 \cdot 10^{-3} m/s^2$$

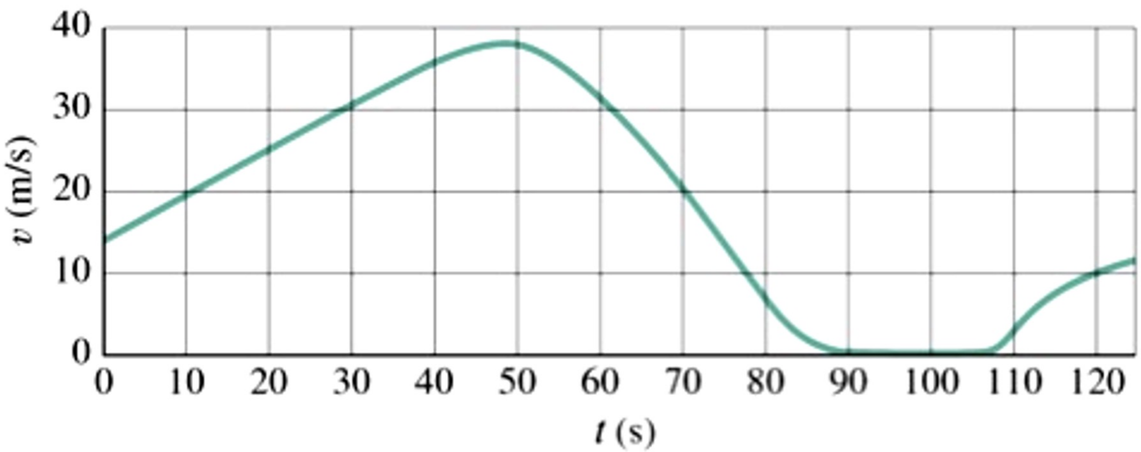
Riscrivendo questo risultato in termini della **accelerazione di gravità** g=9.80m/s^2, avremo:

$$a_R = 2.72 \cdot 10^{-3} m/s^2 \left(\frac{g}{9.80 m/s^2}\right) = 2.78 \cdot 10^{-4} g << g$$

Esercizi Cinematica 1-D

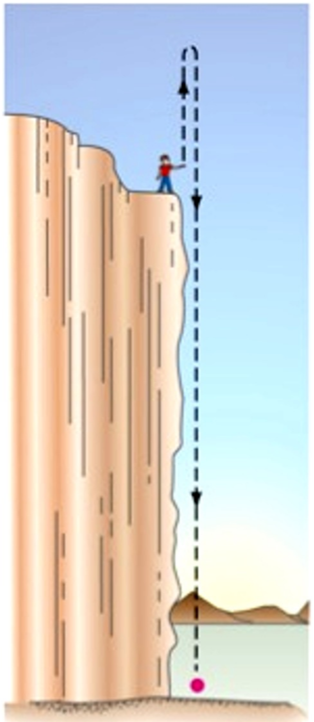
Esercizio 1
Una **pietra in caduta libera** impiega 0.28 s per oltrepassare una finestra alta 2.2 m (vedi figura a destra). Da quale altezza, rispetto alla sommità della finestra, è caduta la pietra?





Esercizio 2
Nella figura in alto è mostrata la **velocità di un treno in funzione del tempo**. (a) In quale istante è massima la sua velocità? (b) Durante quali intervalli di tempo, se ce ne sono, la velocità è costante? (c) Durante quali intervalli di tempo, se esistono, l'accelerazione è costante? (d) In quale istante l'accelerazione ha modulo massimo?

Esercizi Cinematica 1-D



Fisica
Copyright 2006 Casa Editrice Ambrosiana

Esercizio 3

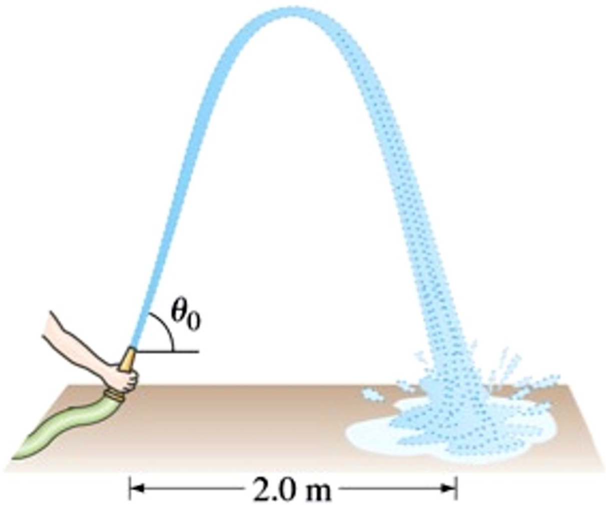
Una **statuetta induista di Shiva danzante** viene lanciata verticalmente verso l'alto, con una velocità di 12.0 m/s, dal bordo di uno strapiombo alto 70 m (vedi figura). (a) Dopo quanto tempo raggiungerà la base dello strapiombo? (b) Quale sarà la sua velocità appena prima di colpire il suolo? (c) Qual è la distanza totale percorsa?

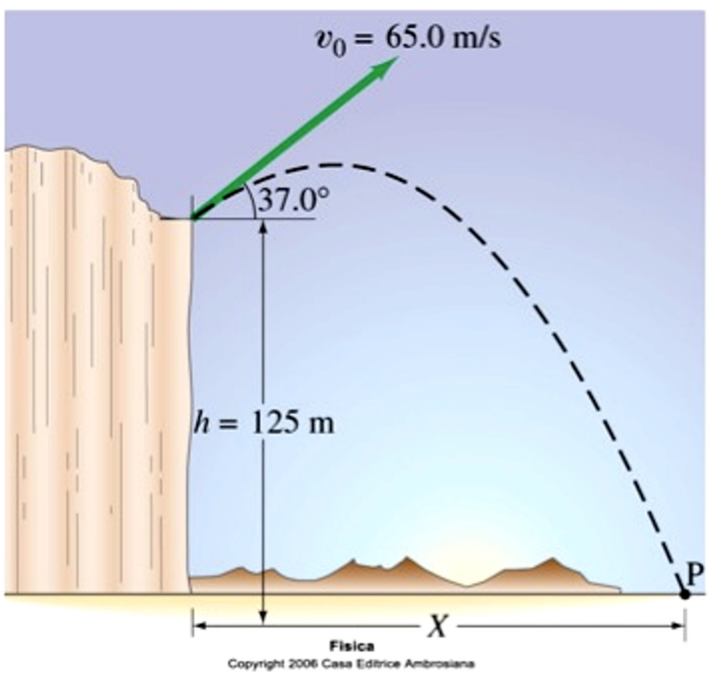
Esercizio 4

Due treni partono da due stazioni distanti 20 km dirigendosi uno verso l'altro rispettivamente alla velocità costante di v_1 = 50,00 km/h e v_2 = 100,00 km /h. Dopo quanto tempo si incontrano?

Esercizi Cinematica 2-D

Esercizio 1
La canna di una pompa antincendio, tenuta vicino al suolo, espelle l'acqua a una velocità pari a 6.8 m/s. A quale/i angolo/i deve essere orientata la canna per fare ricadere l'acqua a una distanza di 2.0 m (vedi figura)? Perchè gli angoli sono due? Disegnate le due traiettorie.





Esercizio 2
Un proiettile viene sparato dal bordo di una rupe, 125 m sopra il livello del terreno, con una velocità iniziale di 65 m/s e un angolo di 37° rispetto all'orizzontale (vedi figura). (a) Determinate il tempo impiegato dal proiettile per colpire il punto P a livello del terreno. (b) Determinate la gittata X del proiettile, misurata a partire dalla base della rupe. Nell'istante immediatamente prima di colpire il punto P, trovate (c) le componenti orizzontale e verticale della sua velocità, (d) il modulo della velocità e (e) l'angolo formato dal vettore velocità con l'orizzontale. (f) Trovate la massima altezza sopra la cima della rupe raggiunta dal proiettile.

Esercizi Cinematica 2-D

Esercizio 3

Durante il servizio, un tennista cerca di colpire la palla orizzontalmente. Qual'è la velocità minima che deve essere impressa alla palla per superare la rete alta 0.90 m e posta a circa 15.0 m di distanza dal tennista, se la palla viene lanciata da 2.50 m di altezza? Dove cadrà la palla, se sfiora la rete? E in tal caso sarà un servizio valido (cioè la palla cadrà entro 7.0 m dalla rete)? Quanto a lungo resterà in aria?